

Esame di “FONDAMENTI DI AUTOMATICA” (9 CFU)

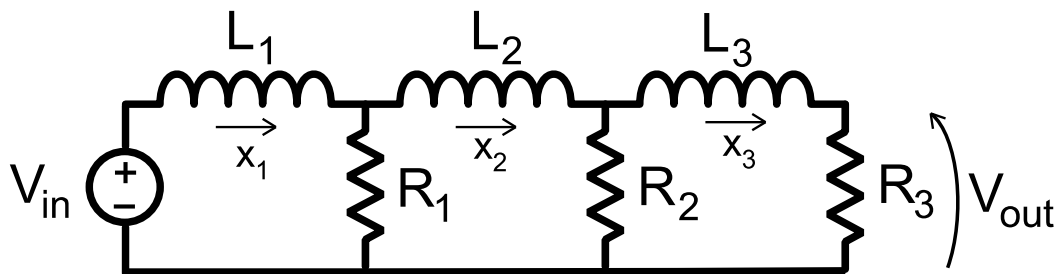
Prova scritta – 21 gennaio 2020

COGNOME e NOME: _____

MATRICOLA: _____

ESERCIZIO 1.

Si consideri il circuito elettrico passivo mostrato dalla seguente figura:



Applicando le opportune leggi di Kirchhoff e di Ohm, il modello matematico del sistema può essere descritto tramite le seguenti equazioni differenziali:

$$L_1 \dot{x}_1 = V_{in} - (x_1 - x_2)R_1$$

$$L_2 \dot{x}_2 = (x_1 - x_2)R_1 - (x_2 - x_3)R_2$$

$$L_3 \dot{x}_3 = (x_2 - x_3)R_2 - x_3 R_3$$

Si noti che la tensione V_{out} , corrispondente all'uscita del sistema, risulta essere pari alla quantità $R_3 x_3$.

Si determini il corrispondente modello dinamico nello spazio degli stati, di ordine 3 e del tipo:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t); y(t) = Cx(t) + Du(t)$$

Fissando le ovvie scelte per le variabili di stato e le seguenti per quelle di ingresso e uscita:

$$u = V_{in}; y = V_{out} = R_3 x_3;$$

RISPOSTA:

$A =$

$B =$

$C =$

$D =$

ESERCIZIO 2.

Dato il modello ottenuto nell'Esercizio 1, si sostituiscano i seguenti valori per i parametri fisici:

$$R_1 = 1; \quad R_2 = 3; \quad R_3 = 5; \quad L_1 = 0,1; \quad L_2 = 0,5; \quad L_3 = 0,2;$$

e si verifichi se il sistema sia o meno completamente osservabile, calcolando la matrice di osservabilità ed il relativo rango.

RISPOSTA:

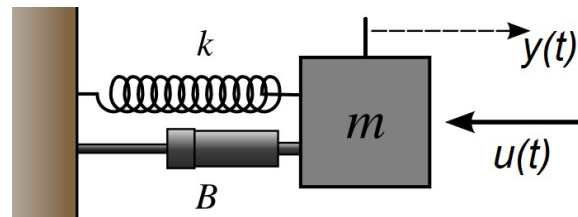
$Q^T =$

$\text{rango}(Q^T) =$

Perciò il sistema E' / NON E' completamente osservabile.

ESERCIZIO 3.

Si consideri il seguente sistema massa-molla-smorzatore (ingresso = forza applicata, uscita = spostamento della massa):



per il quale il modello matematico nello spazio degli stati risulta essere:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t); \quad y(t) = Cx(t) \quad \text{con}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -3 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}$$

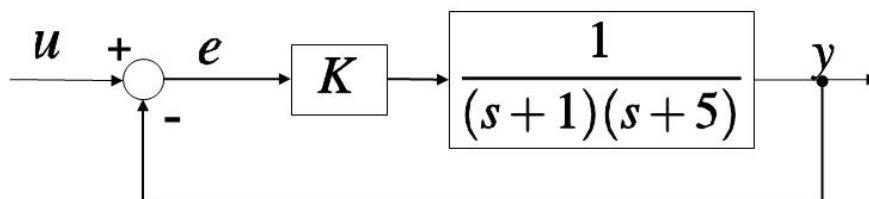
Si determini la corrispondente funzione di risposta impulsiva $W(t)$.

RISPOSTA:

$$W(t) =$$

ESERCIZIO 4.

Dato il seguente sistema in retroazione:



al quale viene applicato un ingresso a gradino unitario ($U(s) = 1/s$) si calcoli il valore di K tale per cui il sistema considerato risulti avere errore a regime $e(\infty) = 0,2$.

Una volta determinato il valore di K , si calcoli il coefficiente di smorzamento δ che il sistema chiuso in retroazione risulta avere per tale valore di progetto.

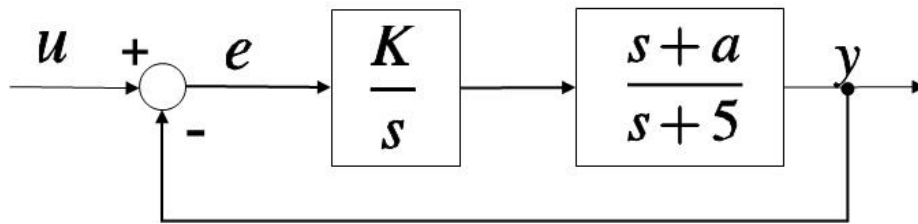
RISPOSTA:

$$K =$$

$$\delta =$$

ESERCIZIO 5.

Dato il sistema descritto dal seguente diagramma a blocchi:



si determinino i valori di K e a tali che il sistema ad anello chiuso risulti avere una coppia di poli complessi e coniugati in $p_{1,2} = -3 \pm j 2$

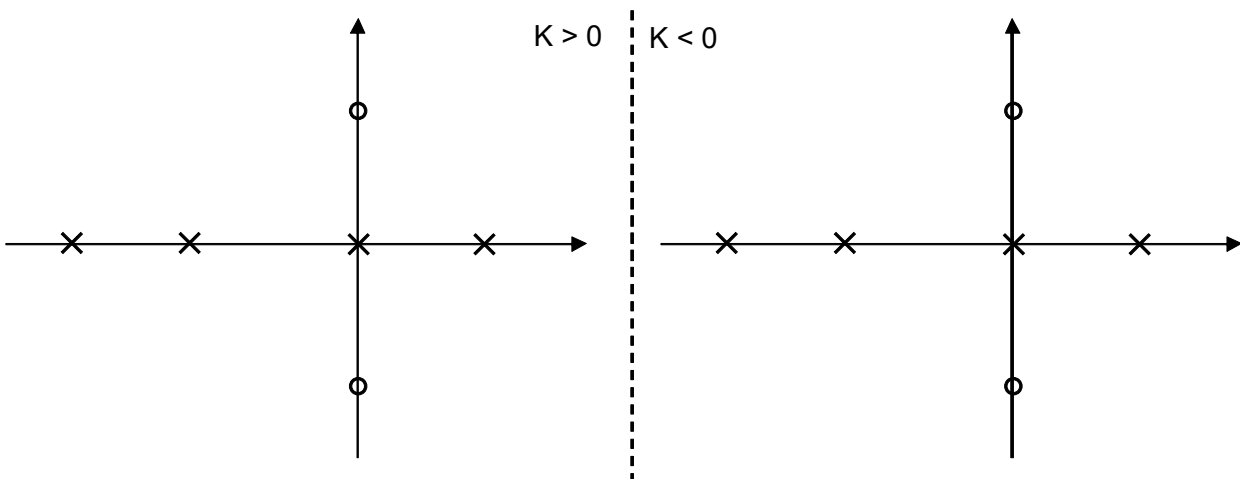
RISPOSTA:

$K =$

$a =$

ESERCIZIO 6.

Si tracci l'andamento qualitativo del luogo delle radici del sistema con poli (x) e zeri (o) della funzione di trasferimento d'anello come indicato in figura:



TEST A RISPOSTA MULTIPLA

DOMANDA 1.

Gli elementi della matrice di risposta impulsiva sono funzioni che tendono a zero al tendere del tempo all'infinito nei sistemi dinamici, lineari e stazionari:

- semplicemente stabili
- asintoticamente stabili
- instabili
- completamente controllabili

DOMANDA 2.

Un sistema dinamico, lineare e stazionario, presenta uscita sinusoidale con ingresso nullo e stato iniziale NON nullo. Tale sistema può essere di ordine (numero di componenti del vettore di stato):

- 4
- 3
- 2
- 1

DOMANDA 3.

La risposta armonica di un sistema dinamico lineare e stazionario SISO, caratterizzato da una funzione di trasferimento $G(s)$ con tutti i poli a parte reale negativa:

- si può ottenere da $G(s)$ ponendo $s = j \omega$
- consente di calcolare la risposta libera del sistema
- consente di determinare la matrice di transizione dello stato del sistema
- consente di calcolare, a regime, il valore dell'uscita sinusoidale del sistema, quando all'ingresso è applicato un ingresso sinusoidale

DOMANDA 4.

Si vuole progettare un controllo in retroazione per il sistema avente funzione di trasferimento:

$$G(s) = \frac{1}{s(s+2)}$$

in modo da ottenere errore a regime nullo per ingressi a rampa. Il controllore per tale sistema:

- può essere un regolatore PI
- può essere un regolatore PD
- deve avere almeno due poli nell'origine
- deve avere almeno un polo nell'origine