

# Esame di “FONDAMENTI DI AUTOMATICA” (9 CFU)

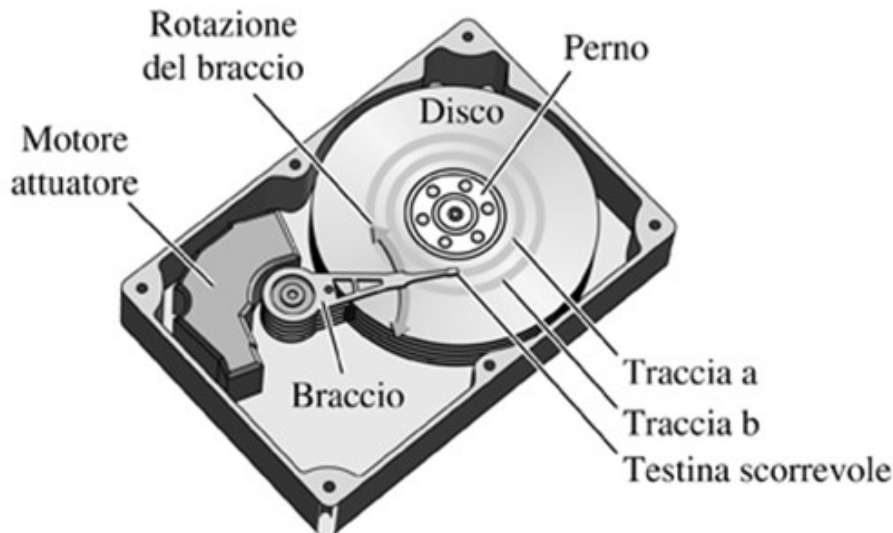
Prova scritta – 21 febbraio 2020

COGNOME e NOME: \_\_\_\_\_

MATRICOLA: \_\_\_\_\_

## ESERCIZIO 1.

Si consideri il meccanismo di posizionamento della testina di lettura di un hard-disk, la costruzione è mostrata nella seguente figura:



(fonte: "Controlli automatici" – R.C.Dorf, R.H. Bishop, Ed. Pearson)

Considerando solamente le equazioni dinamiche del motore (normalmente di tipo *Voice-Coil*) per la rotazione del braccio di supporto della testina e la meccanica flessibile dello stesso braccio, si ottiene un modello matematico semplificato descritto dalle seguenti equazioni differenziali:

$$L_a \dot{I}_a + R_a I_a + K_m \dot{\theta} = V_m$$

$$J_t \ddot{\theta} + B_t \dot{\theta} + K_t \theta = K_m I_a$$

Si determini il corrispondente modello dinamico nello spazio degli stati, di ordine 3 e del tipo:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t); y(t) = Cx(t) + Du(t)$$

Fissando le seguenti scelte per le variabili di stato, ingresso e uscita:

$$x_1 = I_a; \quad x_2 = \theta; \quad x_3 = \dot{\theta}; \quad u = V_m; \quad y = x_2;$$

**RISPOSTA:**

$$A =$$

$$B =$$

$$C =$$

$$D =$$

---

## ESERCIZIO 2.

Dato il modello ottenuto nell'Esercizio 1, si sostituiscano i seguenti valori per i parametri fisici:

$$L_a = 0,1; \quad R_a = 1; \quad K_m = 8; \quad K_t = 4; \quad B_t = 0,8; \quad J_t = 0,2$$

e si verifichi se il sistema sia o meno completamente osservabile, calcolando la matrice di osservabilità ed il relativo rango.

**RISPOSTA:**

$$Q^T =$$

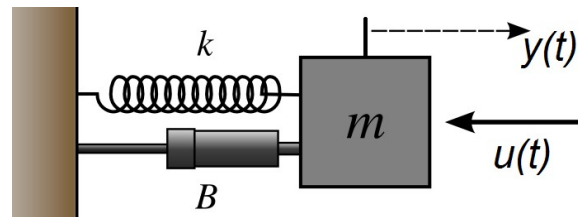
$$\text{rango}(Q^T) =$$

Perciò il sistema E' / NON E' completamente osservabile.

---

### ESERCIZIO 3.

Si consideri il seguente sistema massa-molla-smorzatore (ingresso = forza applicata, uscita = spostamento della massa):



per il quale il modello matematico nello spazio degli stati risulta essere:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t); \quad y(t) = Cx(t) \quad \text{con}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -3 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Si determini la corrispondente funzione di trasferimento  $G(s)$ .

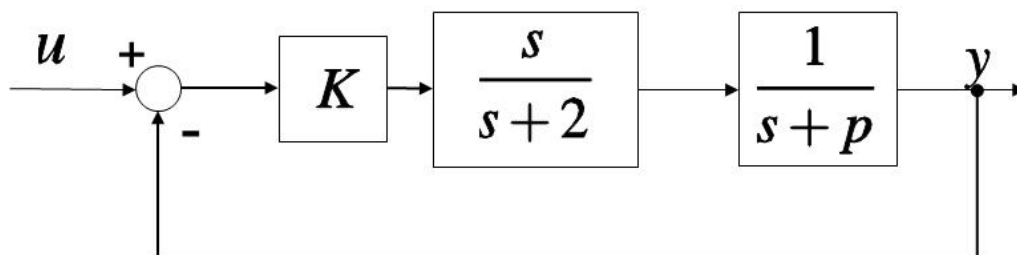
**RISPOSTA:**

$$G(s) =$$

---

### ESERCIZIO 4.

Dato il sistema descritto dal seguente diagramma a blocchi:



si determinino i valori di  $K$  e  $p$  tali che il sistema ad anello chiuso risulti avere pulsazione naturale  $\omega_n = 12$  e tempo di assestamento  $T_a = 0.6$  secondi.

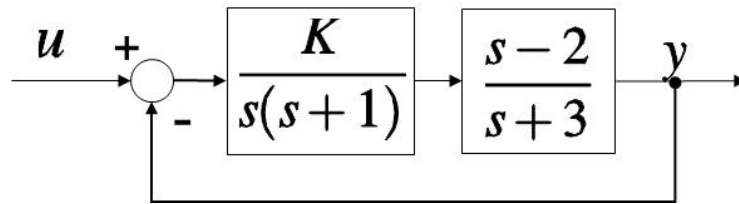
**RISPOSTA:**

$$K = \quad \quad p =$$

---

### ESERCIZIO 5.

Dato il seguente sistema in retroazione:



si calcoli il valore di  $K \neq 0$  tale per cui il sistema considerato risulti SEMPLICEMENTE STABILE. Una volta determinato il valore di  $K$ , si calcolino i corrispondenti poli puramente immaginari.

**RISPOSTA:**

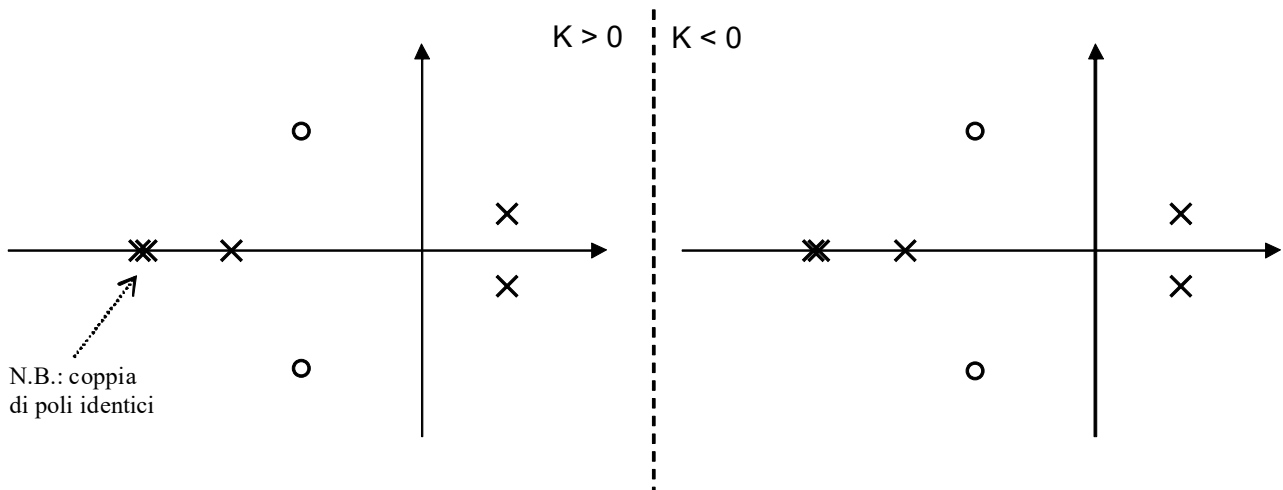
$$K =$$

$$p_{1,2} =$$

---

### ESERCIZIO 6.

Si tracci l'andamento qualitativo del luogo delle radici del sistema con poli (x) e zeri (o) della funzione di trasferimento d'anello come indicato in figura:



---

## TEST A RISPOSTA MULTIPLA

---

### DOMANDA 1.

Un sistema singolo ingresso / singola uscita, descritto dal modello matematico

$$\dot{x}(t) = u(t); \quad y(t) = x(t)$$

- è asintoticamente stabile
- ha una funzione di trasferimento con un polo nullo
- ha una funzione di trasferimento con un polo a modulo unitario
- è puramente dinamico

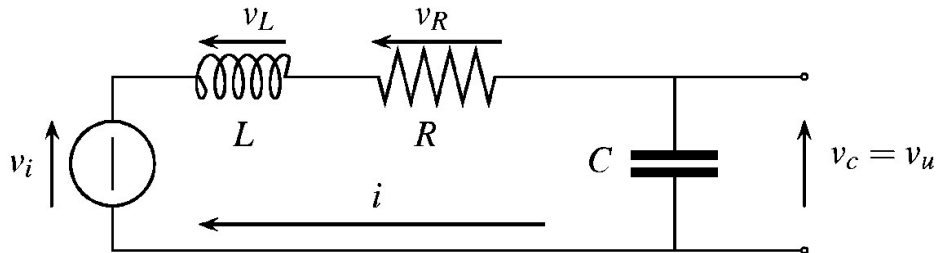
### DOMANDA 2.

Gli elementi dell'esponenziale  $e^{At}$  di una matrice A (ad elementi reali) NON tendono a zero quanto  $t$  tende all'infinito. Ne consegue che la matrice A:

- è singolare
- ha tutti gli autovalori a parte reale positiva
- ha tutti gli autovalori a parte reale negativa
- ha almeno un autovalore con parte reale nulla o positiva

### DOMANDA 3.

Il seguente circuito elettrico:



costituisce un sistema che, per qualunque valore di  $L > 0$ ,  $R > 0$  e  $C > 0$ :

- è instabile
- è asintoticamente stabile
- è semplicemente stabile
- è caratterizzato da una funzione di trasferimento del primo ordine

### DOMANDA 4.

Il tempo di assestamento (al +/- 5%) del sistema avente la seguente funzione di trasferimento:

$$G(s) = \frac{1}{s+3}$$

risulta essere

- $T_a = 1$
- $T_a = 2$
- $T_a = 3$
- $T_a = 3/2$