Esame di “CONTROLLI AUTOMATICI” /

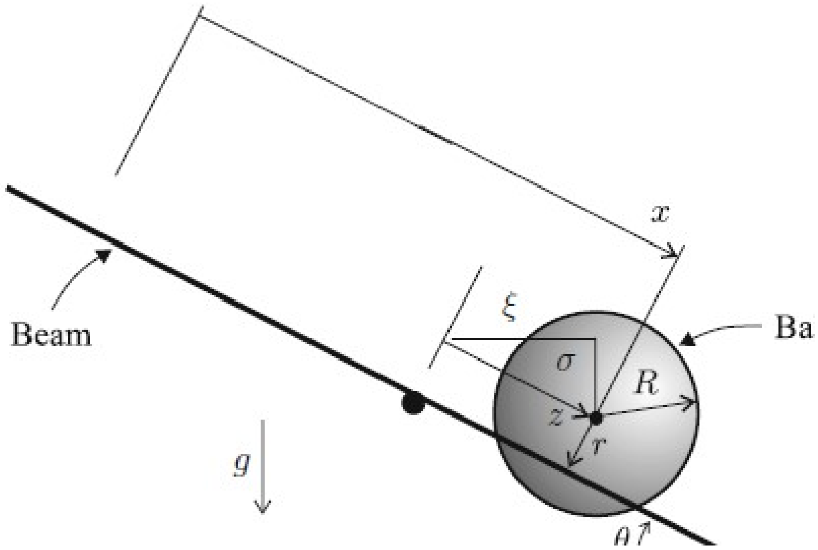
“FONDAMENTI DI AUTOMATICA” (6 CFU)

Prova scritta – 25 giugno 2020

TURNO B

ESERCIZIO 1.

Si consideri il sistema sperimentale detto “*ball and beam*”, costituito da una sfera libera di scorrere nella scanalatura ricavata in una trave, quest’ultima incernierata in un punto ed attuata tramite un motore elettrico (non considerato). Lo schema meccanico del sistema è il seguente:



Considerando piccole variazioni di angolo della trave, rispetto a quello che garantisce una posizione orizzontale della stessa, il modello matematico del sistema può essere approssimato dalle seguenti equazioni differenziali:

$$\begin{aligned} m\ddot{z} + \frac{J_b}{r^2}\ddot{z} - mg\theta &= 0 \\ n^2 J_m \ddot{\theta} + J_l \ddot{\theta} + b\dot{\theta} &= \tau_b \end{aligned}$$

nelle quali m è la massa della sfera, J_b il relativo momento di inerzia e r il raggio rispetto al punto di contatto con la scanalatura, g è la costante di accelerazione gravitazionale, n è il rapporto di riduzione tra la rotazione della cerniera della trave e quella dell’albero del motore elettrico, J_m è il momento di inerzia del motore, J_l quello della trave, b è il coefficiente di attrito e τ_b è la coppia applicata dal motore alla trave.

Si determini il corrispondente modello dinamico nello spazio degli stati, del tipo:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t);\ y(t) = Cx(t) + Du(t)$$

fissando le seguenti scelte per le variabili del vettore di stato, per l'ingresso e per l'uscita:

$$x_1 = \dot{z};\ x_2 = \theta;\ x_3 = \dot{\theta};\ y = \dot{z};\ u = \tau_b$$

ESERCIZIO 2.

Dato il modello ottenuto nell'Esercizio 1, si sostituiscano i seguenti valori per i parametri fisici:

$J_b = 0{,}1;\quad J_m = 0{,}01;\quad J_l = 0{,}5;\quad r = 0{,}1;\quad b = 0{,}4;\quad g = 10;$

$n = \boldsymbol{m_1};\quad m = \boldsymbol{m_0};$

NOTA: $\boldsymbol{m_1}$ è la penultima cifra a destra del proprio numero di matricola, <u>se tale cifra è 0 la si sostituisca con 2</u>, mentre $\boldsymbol{m_0}$ è l'ultima cifra a destra del proprio numero di matricola, <u>se tale cifra è 0 la si sostituisca con 4</u>

e si verifichi se il sistema sia o meno completamente <u>osservabile</u>, calcolando la matrice di osservabilità ed il relativo rango.

ESERCIZIO 3.

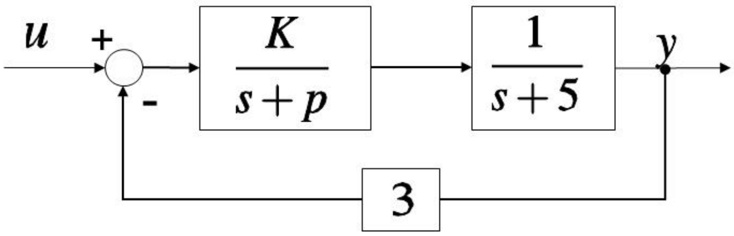
Dato il sistema: $\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t);\ y(t) = Cx(t)$
Con:

$$A = \begin{bmatrix} -4 & -4 \\ 0 & -4 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Si determini l'espressione della corrispondente funzione di risposta impulsiva W(t).

ESERCIZIO 4.

Dato il sistema descritto dal seguente diagramma a blocchi:

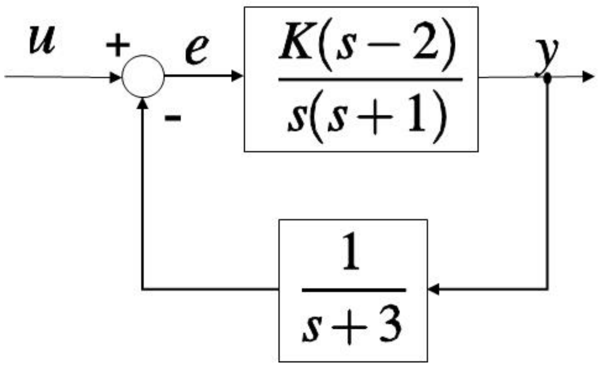


si determinino i valori di K e p tali che il sistema ad anello chiuso risulti avere pulsazione naturale $\omega_n = 44$ e tempo di assestamento $T_a = 0{,}m_0$ secondi

NOTA: m_0 è l'ultima cifra a destra del proprio numero di matricola (es. se 1, il tempo di assestamento deve essere 0,1; se 2, deve essere 0,2, ecc.), <u>se tale cifra è 0 la si sostituisca con 6</u>.

ESERCIZIO 5.

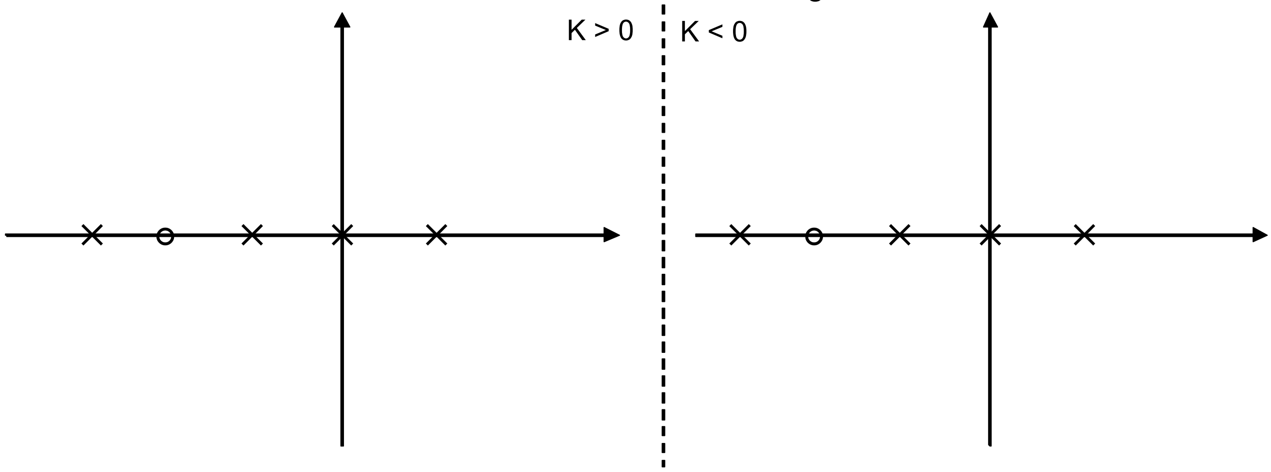
Dato il sistema descritto dallo schema a blocchi della seguente figura:



determinare <u>l'intervallo</u> dei valori di K per i quali il sistema complessivo risulti essere <u>asintoticamente stabile</u>.

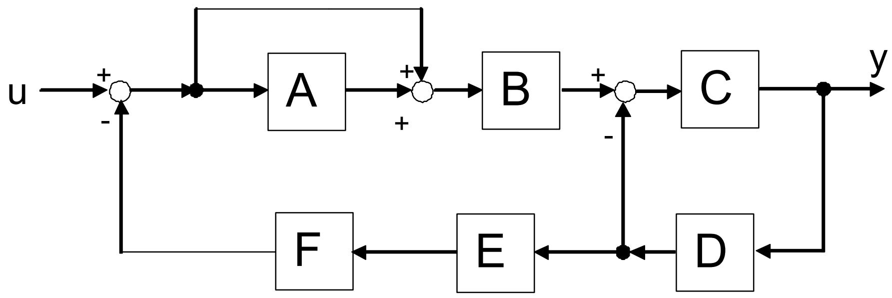
ESERCIZIO 6.

Si tracci l'andamento qualitativo del luogo delle radici del sistema con poli (x) e zeri (o) della funzione di trasferimento d'anello come indicato in figura:



ESERCIZIO 7.

Dato il sistema costituito dal seguente diagramma a blocchi:



Si determini la funzione di trasferimento tra Y e U.

ESERCIZIO 8.

Dato il seguente diagramma di Bode delle ampiezze si determinino le corrispondenti funzione di trasferimento $G(s)$ e $G_c(s)$, supponendo che siano entrambe a fase minima.

NOTA: si osservi che nel diagramma non compare direttamente la funzione di risposta armonica di $G_c(s)$, ma quella del prodotto $G(s)*G_c(s)$.