Esame di “CONTROLLI AUTOMATICI” /

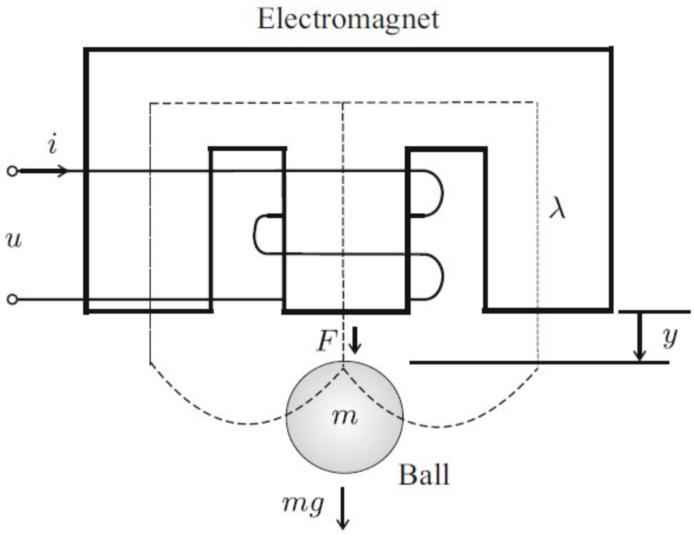
“FONDAMENTI DI AUTOMATICA” (6 CFU)

Prova scritta – 25 giugno 2020

TURNO A

ESERCIZIO 1.

Si consideri un sistema sperimentale per la levitazione tramite una forza di attrazione elettromagnetica di una sfera metallica, il cui principio di funzionamento è schematizzato dalla seguente figura:



L’elettromagnete considerato avrebbe induttanza dipendente in modo nonlineare dalla posizione della sfera stessa. Inoltre, anche la forza di attrazione elettromagnetica dipende in modo nonlineare (i.e. quadratico) dalla corrente elettrica nell’avvolgimento. Applicando il metodo della linearizzazione approssimata rispetto a valori di equilibrio della posizione della sfera e della corrente elettrica, il modello del sistema è descritto dalle seguenti equazioni differenziali:

$$
\begin{aligned}
L_y\dot{I} + RI + L_d I_0 \dot{y} &= u \\
m\ddot{y} &= L_d I_0 I + \frac{1}{2} L_{2d} I_0^2 \dot{y}
\end{aligned}
$$

nelle quali L_y, L_d, L_{2d} sono rispettivamente l’induttanza, a derivata dell’induttanza e la derivata seconda dell’induttanza calcolate nel punto di equilibrio (quindi, costanti), I_0 è la corrente elettrica nel punto di equilibrio (costante), R è la resistenza elettrica

dell'avvolgimento ed m la massa della sfera. Le variabili del modello sono y, variazione di spostamento della sfera rispetto al punto di equilibrio e I, variazione della corrente.
Si determini il corrispondente modello dinamico nello spazio degli stati, di ordine 3 e del tipo:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t);\ y(t) = Cx(t) + Du(t)$$

fissando le seguenti scelte per le variabili del vettore di stato:

$$x_1 = I;\ x_2 = y;\ x_3 = \dot{y};$$

mentre la notazione delle variabili y e u indica la consueta scelta di uscita e ingresso.

ESERCIZIO 2.

Dato il modello ottenuto nell'Esercizio 1, si sostituiscano i seguenti valori per i parametri fisici:

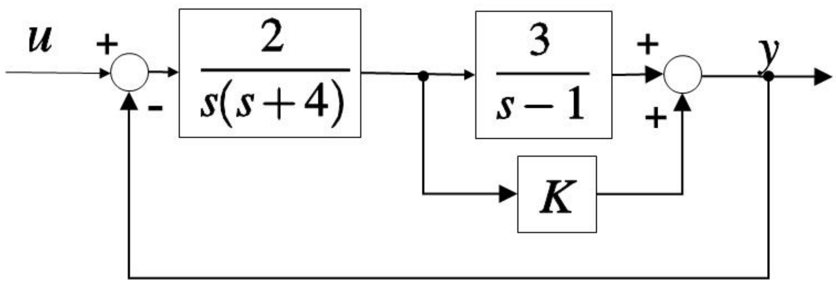
$$L_y = 0{,}5; \quad L_d = 0{,}25; \quad L_{2d} = 0{,}2; \quad I_0 = 2; \quad m = 0{,}1; \quad R = \boldsymbol{m_0};$$

NOTA: $\boldsymbol{m_0}$ è l'ultima cifra più a destra del proprio numero di matricola, se tale cifra è 0 la si sostituisca con 5.

e si verifichi se il sistema sia o meno completamente controllabile, calcolando la matrice di raggiungibilità ed il relativo rango.

ESERCIZIO 3.

Dato il sistema descritto dal seguente diagramma a blocchi:



si determini l'intervallo di valori di K tali per cui il sistema ad anello chiuso risulti asintoticamente stabile.

ESERCIZIO 4.

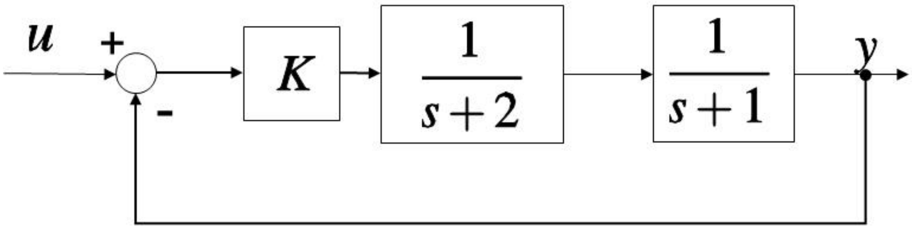
Per il sistema autonomo seguente, con corrispondente valore dello stato all'istante $t = 1$:

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} x(t) \qquad\qquad x(1) = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Si determini il valore dello stato iniziale (cioè all'istante $t = 0$).

ESERCIZIO 5.

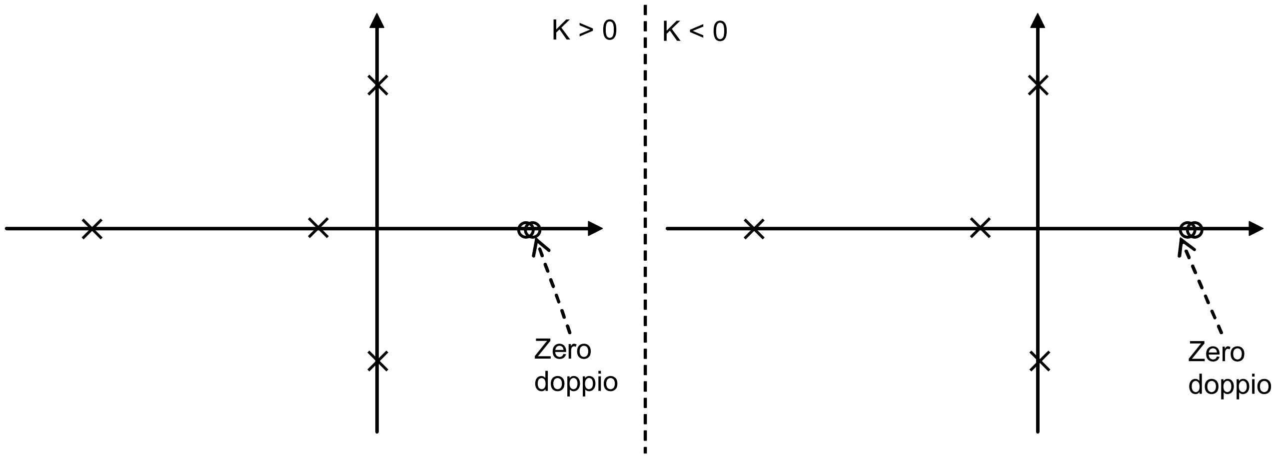
Dato il sistema costituito dal diagramma a blocchi della seguente figura:



si progetti il valore di $K > 0$ in modo che il sistema ad anello chiuso abbia due poli coincidenti (i.e. $p_1 = p_2 = a$, con a reale)

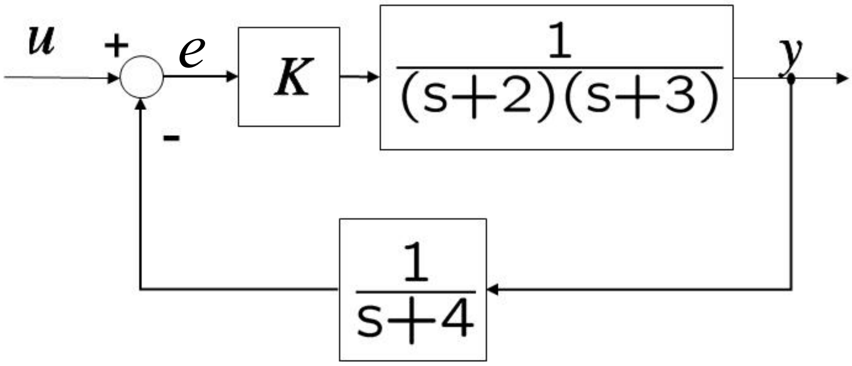
ESERCIZIO 6.

Si tracci l'andamento qualitativo del luogo delle radici del sistema con poli (x) e zeri (o) della funzione di trasferimento d'anello come indicato in figura:



ESERCIZIO 7.

Dato il seguente sistema in retroazione:



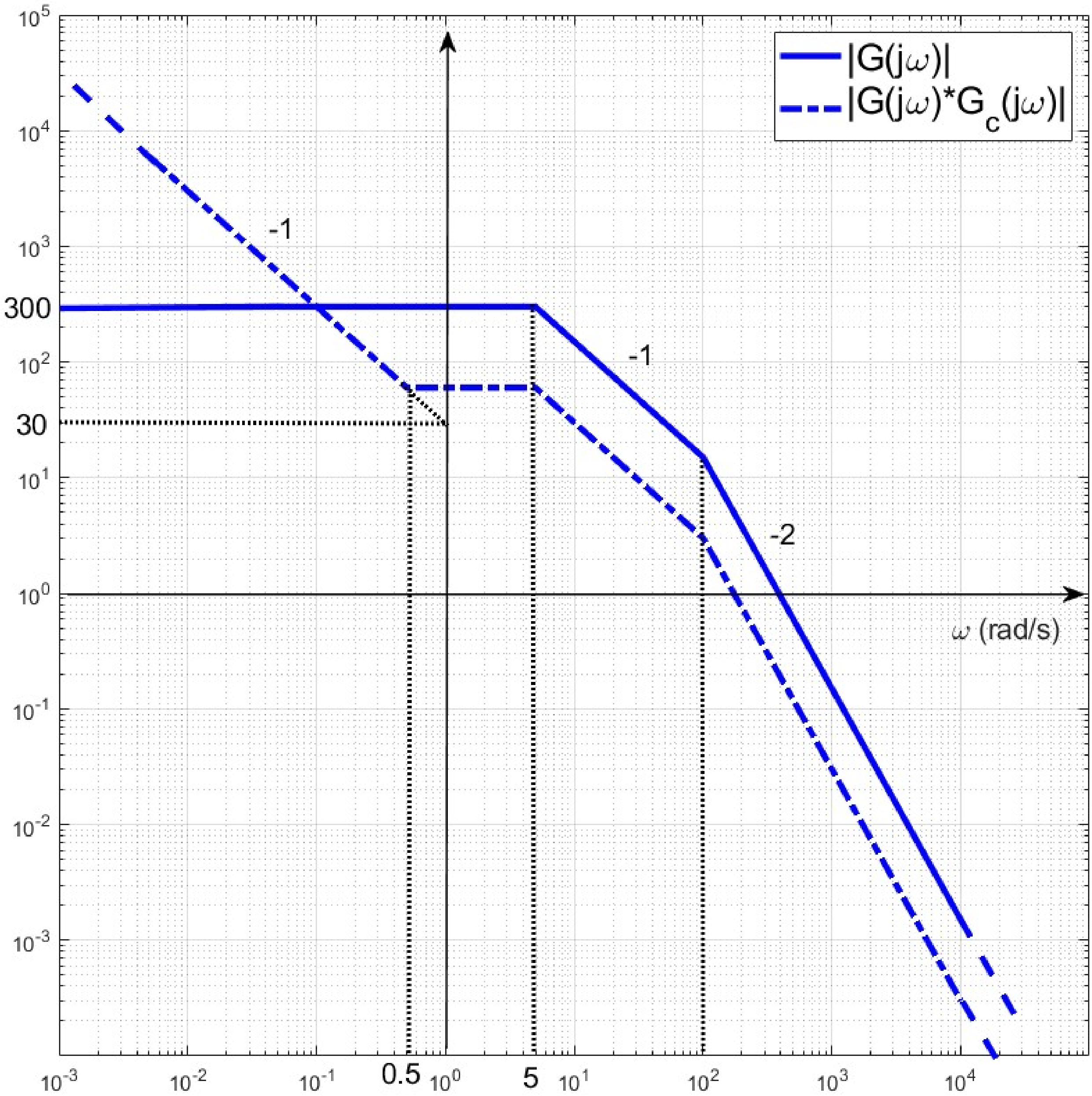
Si progetti il valore di K tale per cui, quando $u(t)$ è un segnale a gradino unitario (i.e. $U(s) = 1/s$), si abbia errore a regime (i.e. $e(t)$ per $t \to \infty$) pari a $0{,}0\boldsymbol{m_0}$

NOTA: $\boldsymbol{m_0}$ è l'ultima cifra più a destra del proprio numero di matricola (es. se 1, l'errore a regime deve essere 0,01; se 2, l'errore a regime deve essere 0,02) se tale cifra è 0 la si sostituisca con 4.

ESERCIZIO 8.

Dato il seguente diagramma di Bode delle ampiezze si determinino le corrispondenti funzione di trasferimento $G(s)$ e $G_c(s)$, supponendo che siano entrambe a fase minima.

NOTA: si osservi che nel diagramma non compare direttamente la funzione di risposta armonica di $G_c(s)$, ma quella del prodotto $G(s)*G_c(s)$.



|G(jω)|
|G(jω)*G_c(jω)|
-1
300
-1
30
-2
ω (rad/s)
0.5
5
10^5
10^4
10^3
10^2
10^1
10^0
10^-1
10^-2
10^-3
10^-3
10^-2
10^-1
10^0
10^1
10^2
10^3
10^4