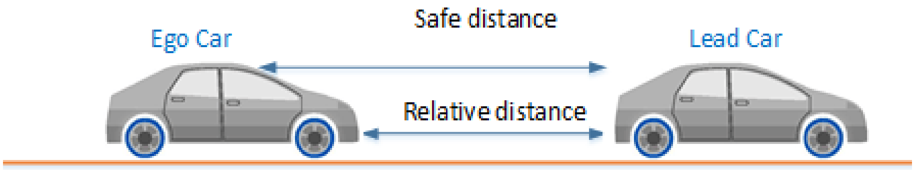
Esame di “CONTROLLI AUTOMATICI” / “FONDAMENTI DI AUTOMATICA” (6 CFU)

Prova scritta – 7 giugno 2022

SOLUZIONE (traccia)

ESERCIZIO 1.

Si consideri un sistema di Adaptive Cruise Control (ACC) con interazione Vehicle-to-Vehicle (V2V), nel quale si ipotizza come variabile manipolabile l’acceleratore del veicolo *Leader*, mentre nei veicoli seguenti con guida autonoma (detti veicoli *Ego*) la velocità è regolata in modo da mantenere una distanza di sicurezza dai veicoli precedenti, come schematizzato nella seguente figura:



Considerando un unico veicolo Ego, il modello matematico del sistema può essere descritto tramite le seguenti equazioni differenziali:

$$M_L \dot{v}_L = F_L - B_L v_L$$
$$M_E \dot{v}_E = K(D_0 - D) - B_E v_E$$
$$\dot{D} = v_L - v_E$$

nelle quali M_L, B_L, M_E e B_E sono le masse e i coefficienti di attrito combinato (i.e. rotolamento e aerodinamico) dei due veicoli, le cui velocità sono v_L e v_E, mentre D è la distanza relativa e K è il guadagno del regolatore di velocità nel veicolo Ego.
<u>Considerando $D_0 = 0$</u>, si determini il corrispondente modello dinamico nello spazio degli stati, <u>di ordine 3</u> e del tipo:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t);\; y(t) = Cx(t) + Du(t)$$

fissando le seguenti scelte per le variabili di stato, ingresso e uscita:

$$x_1 = v_L;\; x_2 = v_E;\; x_3 = D;\; u = F_L;\; y = D;$$

RISPOSTA:

```
A =   [ -B_L/M_L,         0,       0]
      [        0, -B_E/M_E,  K/M_E]
      [        1,       -1,       0]
B =   [1/M_L]
      [0    ]
      [0    ]
C =   [0   0    1]
D =   0
```

ESERCIZIO 2.

Dato il modello ottenuto nell'Esercizio 1, si sostituiscano i seguenti valori per i parametri fisici:

$$M_L = 1000; \quad M_E = 800; \quad B_L = B_E = 200; \quad K = 400;$$

e si verifichi se il sistema sia o meno completamente osservabile, calcolando la matrice di osservabilità ed il relativo rango.

RISPOSTA:

```
A =   [ -1/5,     0,     0]
      [    0, -1/4,   1/2]
      [    1,   -1,     0]

Q^T = [ 0,  1, -1/5]
      [ 0, -1,  1/4]
      [ 1,  0, -1/2]
```

rango(Q^T) = 3 ➔ Perciò il sistema E' completamente osservabile.

ESERCIZIO 3.

Per il sistema descritto dalla seguente funzione di trasferimento:

$$G(s) = \frac{5s+6}{s^2+5s+6}$$

si calcoli l'espressione in funzione del tempo dell'uscita $y(t)$ quando in ingresso è applicato un gradino di ampiezza unitaria (i.e. $U(s) = 1 / s$).

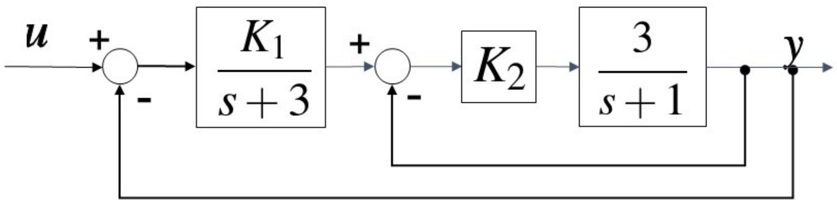
RISPOSTA:

Da $Y(s)= G(s)U(s) = (5s+6)/[s(s^2+5s+6)]= K_1/s+K_2/(s+2)+K_3/(s+3)$, con i residui che risultano $K_1=1$, $K_2=2$ e $K_3=-3$, antitrasformando i fratti semplici si ottiene:

$$y(t) = 1 + 2*e^{-2*t} - 3*e^{-3*t}$$

ESERCIZIO 4.

Dato il sistema descritto dal seguente diagramma a blocchi:



si determinino i valori di K_1 e K_2 tali per cui il sistema chiuso in retroazione risulti avere coefficiente di smorzamento $\delta = 0{,}6$ e tempo di assestamento T_a = ***m_0*** secondi.

NOTA: ***m_0*** è l'ultima cifra a destra del proprio numero di matricola. <u>Se ***m_0***=0, la si sostituisca con 5.</u>

RISPOSTA: CON *m_0* = 5 (esempio indicativo

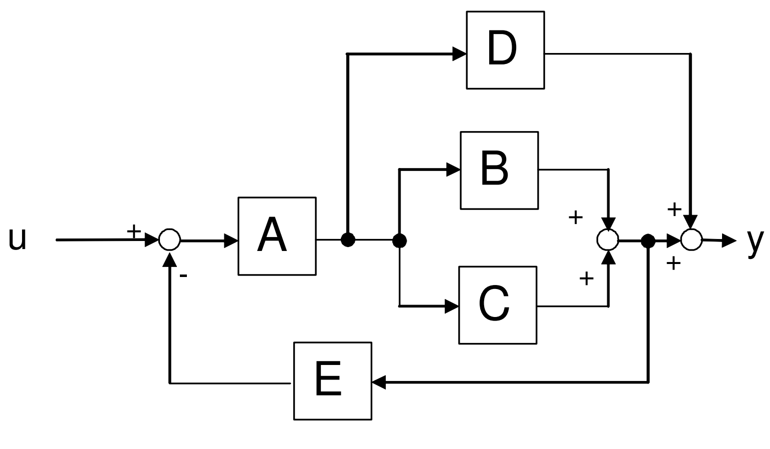
Denominatore ad anello chiuso: $s^2 + (4 + 3*K2)*s + 9*K2 + 3*K1*K2 + 3$

$T_a = 3/(\delta\omega_n)$ ➔ ω_n=1

K_1 = -16/7 K_2= -14/15

ESERCIZIO 5.

Si determini la funzione di trasferimento tra ingresso u e uscita y corrispondente al seguente diagramma a blocchi:

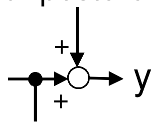


RISPOSTA:

Il diagramma può essere rielaborato in UNO dei due possibili modi:

2. Spostando la diramazione in uscita dal nodo sommatore dopo B e C a monte del parallelo tra B e C (moltiplicando nel nuovo diagramma il blocco E per B+C)

NOTA: non esiste NESSUNA regola immediata che permetta di scambiare di posto una diramazione e un nodo sommatore, come nella parte finale del diagramma:



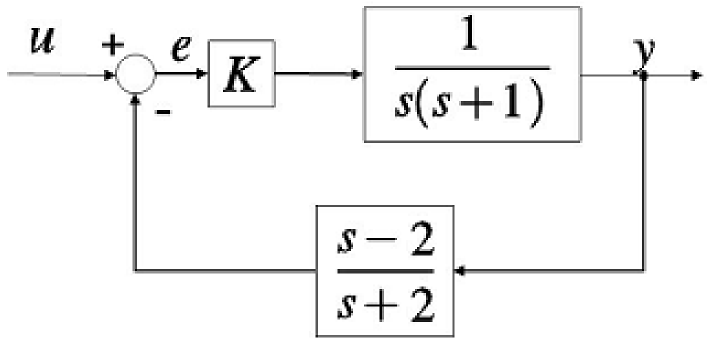
Scambiando di posto tali elementi grafici si ottiene un diagramma che NON equivale a quello di partenza!!

Soluzione corretta:

G = Y/U = [A(D+B+C)] / [1 + A(B+C)E]

ESERCIZIO 6.

Dato il sistema descritto dal seguente diagramma a blocchi:



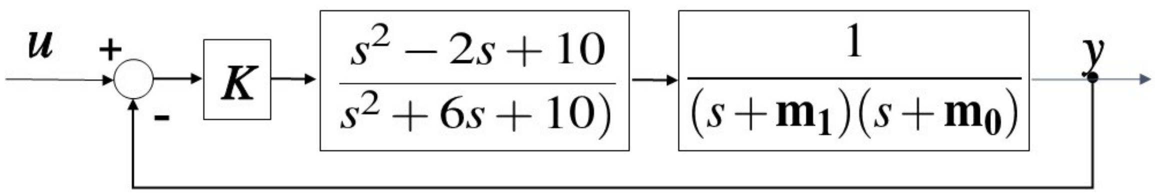
si determinino i valori di K tali per cui il sistema chiuso in retroazione risulti essere asintoticamente stabile.

RISPOSTA:

$$-6/5 < K < 0$$

ESERCIZIO 7.

Dato il sistema descritto dal seguente diagramma a blocchi:

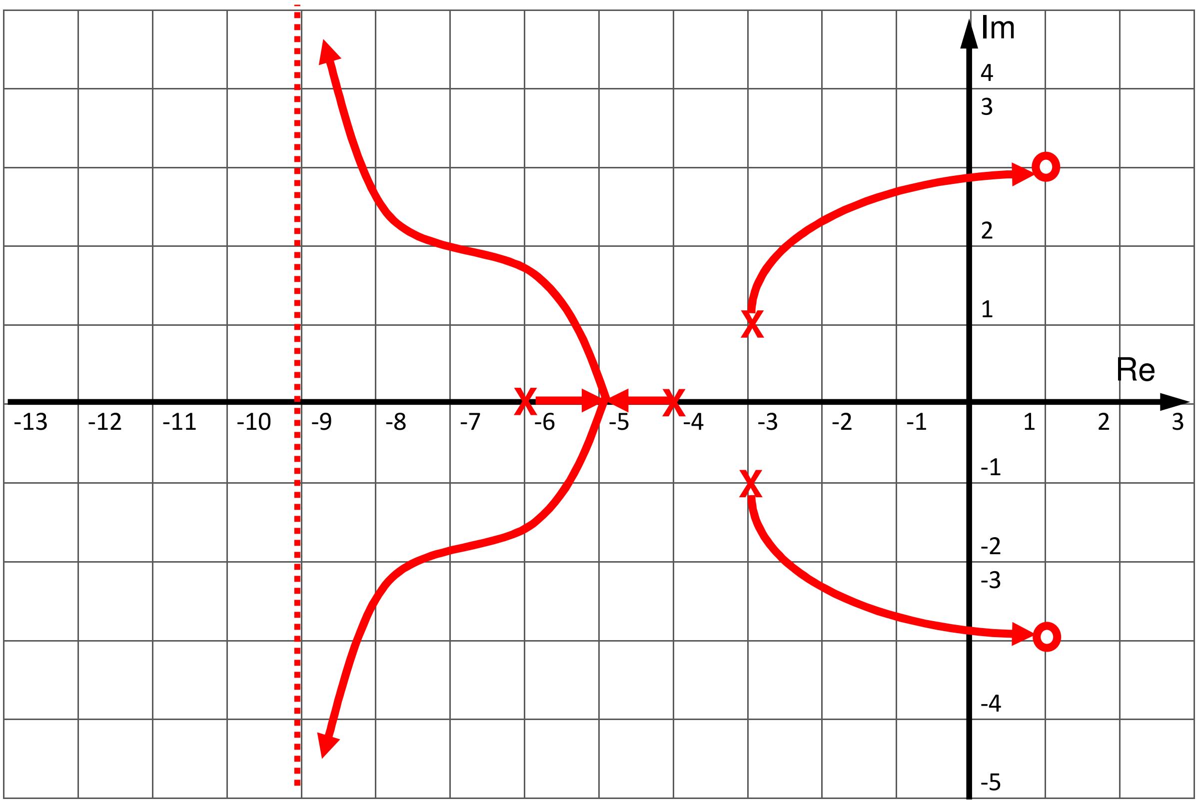


si disegnino i corrispondenti luoghi delle radici per $K>0$ (luogo diretto) e per $K<0$ (luogo inverso). Nel caso siano presenti asintoti, si tenga conto della posizione del relativo centro.

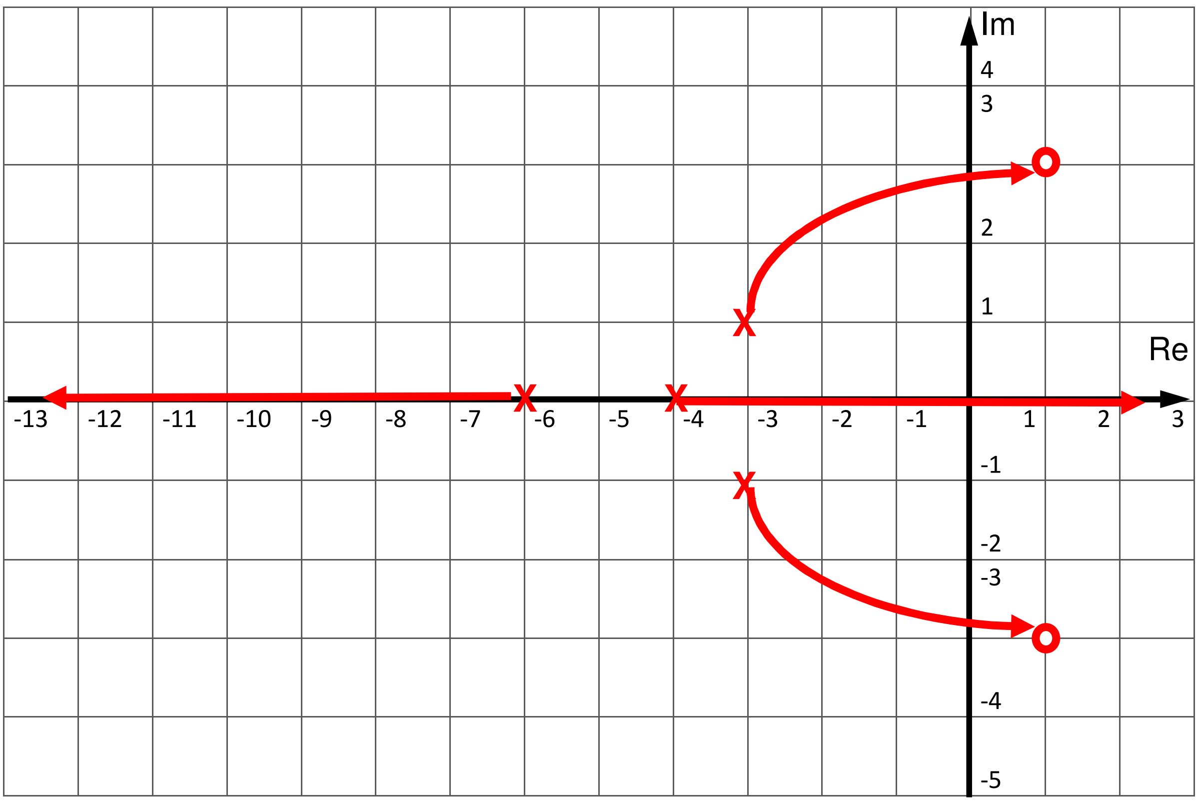
NOTA: m_1 e m_0 sono rispettivamente la penultima e l'ultima cifra a destra del proprio numero di matricola (considerate anche se nulle).

RISPOSTA: CON $m_1 = 4$ e $m_0 = 6$ (esempio indicativo)

K>0

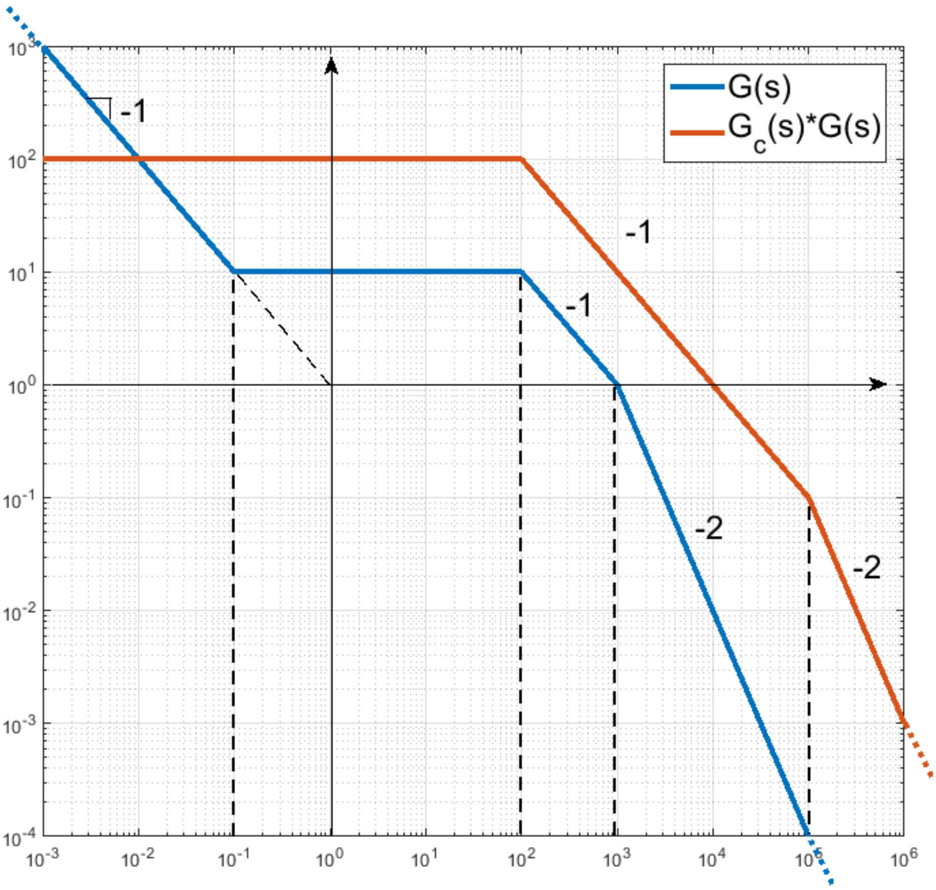


K<0



ESERCIZIO 8.

Dati i seguenti diagrammi di Bode delle ampiezze:



si determinino le funzioni di trasferimento $G(s)$ e $G_c(s)$, supposte entrambe a fase minima.

NOTA: si osservi che il grafico NON riporta direttamente il diagramma di Bode di $G_c(s)$, ma quello di $G_c(s)*G(s)$, come riportato nella legenda in alto.

RISPOSTA:

$$G(s) = \frac{\left(1+\frac{s}{10^{-1}}\right)}{s\left(1+\frac{s}{10^2}\right)\left(1+\frac{s}{10^3}\right)} \qquad G_c(s) = \frac{100s\left(1+\frac{s}{10^3}\right)}{\left(1+\frac{s}{10^{-1}}\right)\left(1+\frac{s}{10^5}\right)}$$

TEST A RISPOSTA MULTIPLA

DOMANDA 1.
Un sistema singolo ingresso / singola uscita, descritto dal modello matematico

$$\dot{x}(t) = u(t); \quad y(t) = x(t)$$

O è instabile
X ha una funzione di trasferimento con un polo nullo
O ha una funzione di trasferimento con un polo a modulo unitario
X è puramente dinamico

DOMANDA 2.
Un sistema dinamico lineare e stazionario caratterizzato dalla seguente matrice di transizione:

$$e^{At} = \begin{bmatrix} 1 & e^{-2t} \\ 0 & 2e^{-2t} \end{bmatrix}$$

O è completamente controllabile
O è instabile
X è semplicemente stabile
O è asintoticamente stabile

DOMANDA 3.
Gli elementi della matrice di risposta impulsiva sono funzioni che tendono a zero al tendere del tempo all'infinito nei sistemi dinamici, lineari e stazionari:
O semplicemente stabili
X asintoticamente stabili
O completamente controllabili
O completamente osservabili

DOMANDA 4.
Un sistema con funzione di trasferimento $G(s)$ pari a:

$$G(s) = \frac{(s-1)(s+2)}{s(s+2)}$$

risulta essere:
O asintoticamente stabile
O a fase minima
O puramente dinamico
X semplicemente stabile

DOMANDA 5.
Il tempo di salita T_s della risposta al gradino di un sistema è definito come:
O il tempo necessario per raggiungere il 50% del valore finale
O il tempo necessario per raggiungere il 90% del valore finale
X il tempo necessario per passare dal 10% al 90% del valore finale
O il tempo necessario perché l'uscita rimanga entro il ±5% del valore finale