

Esame di “FONDAMENTI DI AUTOMATICA” (9 CFU)

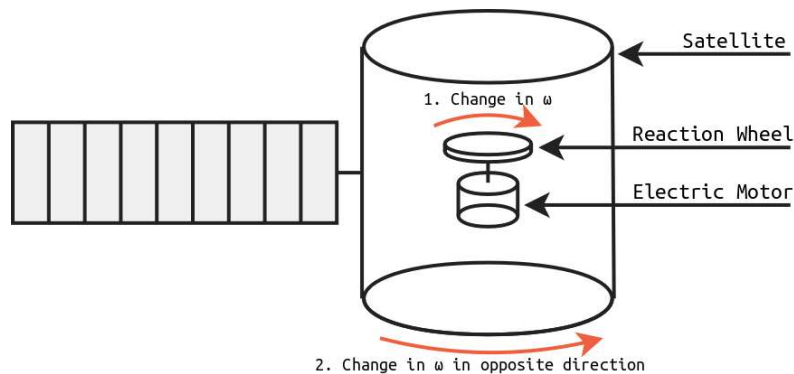
Prova scritta – 23 giugno 2022 – Testo A

COGNOME e NOME: _____

MATRICOLA: _____

ESERCIZIO 1.

Nei satelliti artificiali, l'orientamento nello spazio può essere regolato tramite un dispositivo detto ruota di reazione, che è costituito da un volano accoppiato ad un motore elettrico e la cui rotazione determina una rotazione del satellite attorno allo stesso asse del volano, ma in direzione opposta, come schematizzato dalla seguente figura:



Applicando i principi della meccanica di Newton, il modello matematico del sistema può essere descritto tramite le seguenti equazioni differenziali:

$$J_1 \ddot{\theta} = b\Omega - \tau_m$$

$$J_2 \dot{\Omega} = -b\Omega + \tau_m$$

nelle quali J_1 è l'inerzia del satellite, esclusa la ruota di reazione, J_2 è l'inerzia equivalente dell'assieme di satellite e ruota di reazione, b è il coefficiente di attrito tra il satellite e la ruota di reazione, θ è l'angolo di orientamento nello spazio del satellite, Ω la velocità angolare relativa della ruota di reazione rispetto al satellite e τ_m la coppia erogata dal motore elettrico.

Si determini il corrispondente modello dinamico nello spazio degli stati, di ordine 3 e del tipo:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t); y(t) = Cx(t) + Du(t)$$

fissando le seguenti scelte per le variabili di stato, ingresso e uscita:

$$x_1 = \theta; x_2 = \dot{\theta}; x_3 = \Omega; u = \tau_m; y = \dot{\theta} = x_2;$$

RISPOSTA:

$A =$

$B =$

$C =$

$D =$

ESERCIZIO 2.

Dato il modello ottenuto nell'Esercizio 1, si sostituiscano i seguenti valori per i parametri fisici:

$$J_1 = 12; \quad J_2 = 8; \quad b = 2;$$

e si verifichi se il sistema sia o meno completamente osservabile, calcolando la matrice di osservabilità ed il relativo rango.

RISPOSTA:

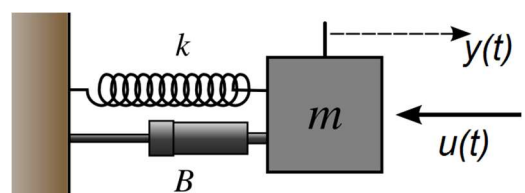
$Q^T =$

$\text{rango}(Q^T) =$

Perciò il sistema E' / NON E' completamente osservabile.

ESERCIZIO 3.

Si consideri il sistema massa-molla-smorzatore rappresentato qui a fianco (ingresso = forza applicata, uscita = spostamento della massa):



per il quale il modello matematico nel dominio del tempo risulta essere:

$$\ddot{y}(t) + m_1 \dot{y}(t) + 42y(t) = u(t)$$

NOTA: m_1 è la penultima cifra a destra del proprio numero di matricola, se tale cifra è 0 la si sostituisca con 6.

Si determinino la corrispondente funzione di trasferimento $G(s)$ con la trasformata di Laplace ed il tempo di assestamento T_a della risposta al gradino per tale funzione di trasferimento.

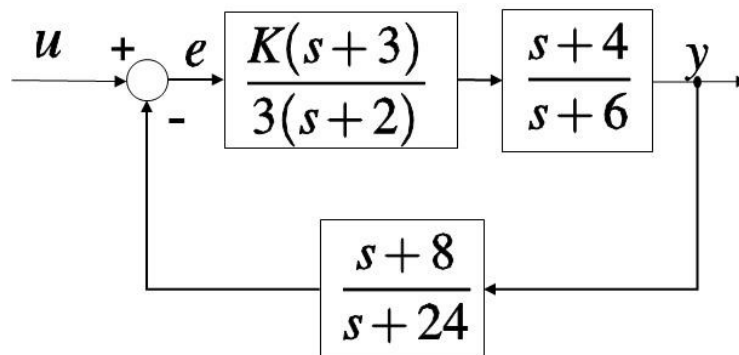
RISPOSTA:

$$G(s) =$$

$$T_a =$$

ESERCIZIO 4.

Dato il sistema descritto dal seguente schema a blocchi:



e considerando un ingresso a gradino unitario ($U(s) = 1/s$) si determini il valore di K tale che l'errore a regime risulti pari a $e(\infty) = 0,0m_0$ (o equivalentemente = $m_0/100$).

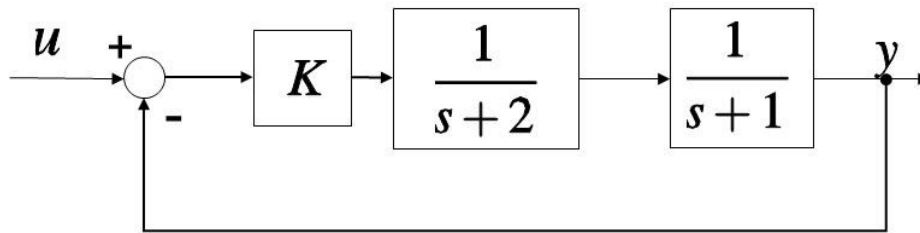
NOTA: m_0 è l'ultima cifra più a destra del proprio numero di matricola, se tale cifra è 0 la si sostituisca con 8.

RISPOSTA:

$$K =$$

ESERCIZIO 5.

Dato il sistema costituito dal diagramma a blocchi della seguente figura:



si progetti il valore di K in modo che il sistema in retroazione abbia un coefficiente di smorzamento $\delta = 0, m_1$ (o equivalentemente $m_1/10$)

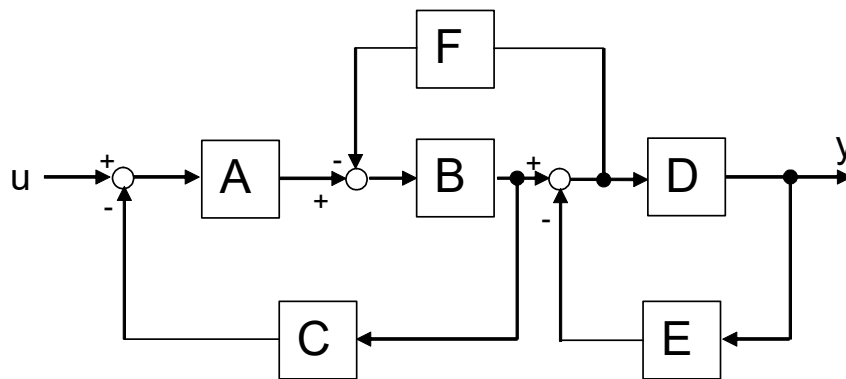
NOTA: m_1 è la penultima cifra a destra del proprio numero di matricola, se tale cifra è 0 la si sostituisca con 3.

RISPOSTA:

$$K =$$

ESERCIZIO 6.

Dato il sistema costituito dal seguente diagramma a blocchi:



Si determini la funzione di trasferimento tra Y e U :

RISPOSTA:

$$G = Y/U =$$

TEST A RISPOSTA MULTIPLA

DOMANDA 1.

Il moto libero di un sistema dinamico, lineare, stazionario, continuo e di ordine due, è del tipo:

$$\begin{aligned}x_1(t) &= e^t x_1(0) \\x_2(t) &= e^{-2t} x_2(0)\end{aligned}$$

Il sistema considerato:

- è completamente controllabile
- può essere completamente controllabile
- è asintoticamente stabile
- è semplicemente stabile.

DOMANDA 2.

Il sistema

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= -2x(t) + u(t) \\y(t) &= 2x(t)\end{aligned}$$

ha funzione di risposta impulsiva pari a:

- $W(t) = e^{-2t}$
- $W(t) = 2e^{-2t}$
- $W(t) = e^{2t}$
- $W(t) = 2e^{2t}$

DOMANDA 3.

L'errore a regime del sistema:

$$G(s) = \frac{10}{s(s+1)}$$

chiuso in retroazione unitaria negativa, quando in ingresso è presente un gradino unitario:

$$u(s) = \frac{1}{s}$$

è pari a:

- $e(\infty) = 0$
- $e(\infty) = 0,1$
- $e(\infty) = 1$
- $e(\infty) = 10$

DOMANDA 4.

Una rete correttiva ad ritardo e anticipo

$$G(s) = \frac{(1+\tau_1 s)(1+\tau_2 s)}{(1+\alpha\tau_1 s)(1+\frac{\tau_2}{\alpha} s)}$$

caratterizzata dalla pulsazione centrale $\omega_n = 1/\sqrt{\tau_1\tau_2}$

- Attenua l'ampiezza per $\omega \in]0, \infty[$
- Amplifica l'ampiezza per $\omega \in]0, \infty[$
- Attenua e introduce un ritardo di fase per $\omega \in]0, \omega_n[$
- Amplifica e introduce un anticipo di fase per $\omega \in]0, \omega_n[$