Prova al PC con Matlab Tipo – D

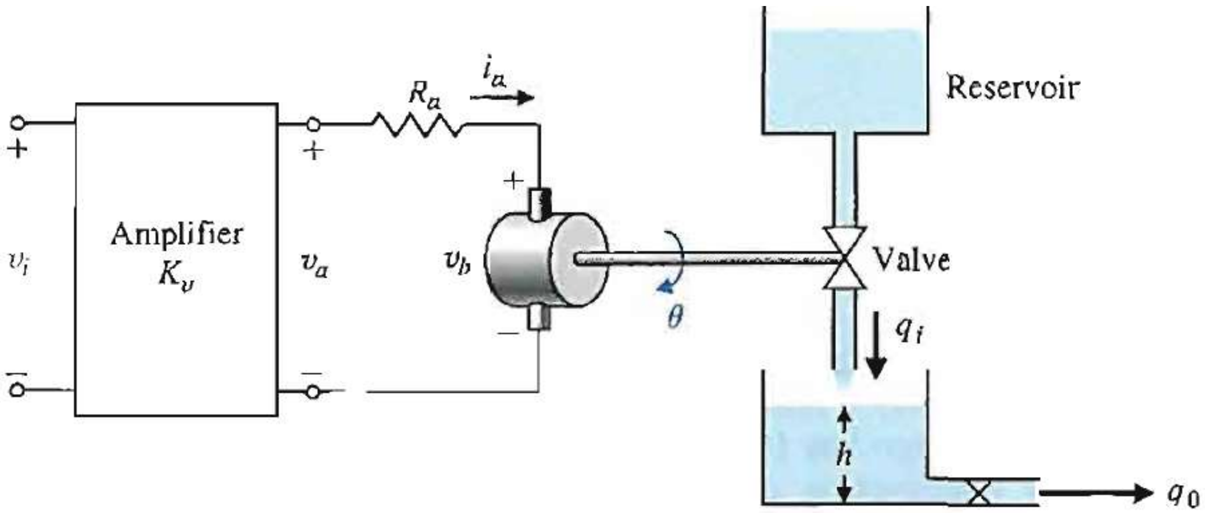
Esame di "FONDAMENTI DI AUTOMATICA" (9 CFU)

Istruzioni per lo svolgimento: lo studente deve consegnare (manualmente, se la prova è svolta in presenza, tramite email a marcello.bonfe@unife.it se la prova è svolta in modalità telematica) al termine della prova un archivio ZIP (o RAR) nominato **Cognome_Nome.zip** (o .rar), contenente:

- Un Matlab script file (i.e. file di testo con estensione .m o .txt) riportante i comandi eseguiti e la risposta alle eventuali richieste teoriche sotto forma di commento (i.e. riga di testo preceduta dal simbolo %)
  NOTA: per copiare i comandi dalla Command History, visualizzarla tramite menu "Layout → Command History → Docked", selezionare in tale finestra le righe di interesse tramite *Ctrl+mouse left-click* e dal menu visualizzato tramite *mouse right-click* selezionare "create script"
- Le figure rilevanti per la dimostrazione dei risultati ottenuti in formato JPEG o PNG avendo cura di <u>salvare i file delle figure quando queste mostrano le caratteristiche di interesse per la verifica del progetto</u> (es. Settling Time, Stability Margins, ecc.).
  NOTA: per salvare una figura Matlab in formato PNG o JPG, usare il menu "File → Save as" dalla finestra della figura di interesse, assegnarle un nome e selezionare l'estensione *.PNG o *.JPG nel menu a tendina "salva come".

INTRODUZIONE

Si consideri un sistema per il riempimento automatizzato di un serbatoio, caratterizzato da una valvola proporzionale azionata da un motore elettrico a corrente continua, secondo lo schema mostrato in figura:



(Figura adattata da "Modern Control Systems" di R. Dorf – R. Bishop, Pearson International Ed.)

Considerando trascurabili l'induttanza nel motore e l'attrito meccanico all'albero del gruppo motore/valvola, il modello matematico del sistema è costituito dalle seguenti equazioni:

$$R_a I_a + K_m \dot{\theta} = K_v v_i$$
$$J\ddot{\theta} = K_m I_a$$
$$P\dot{h} = K_i \theta - K_o h$$

Fissando le seguenti scelte per stato, ingresso e uscita:

$$x_1 = h;\; x_2 = \theta;\; x_3 = \dot{\theta};\; u = v_i;\; y = h = x_1;$$

Si ottiene un corrispondente modello dinamico nello spazio degli stati, del tipo

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t);\; y(t) = Cx(t) + Du(t)$$

con:

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{K_o}{P} & \frac{K_i}{P} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -\frac{K_m^2}{JR_a} \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{K_m K_v}{JR_a} \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \qquad D = \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix}$$

ESERCIZIO 1

a) Per il sistema descritto nell'Introduzione, si fissino i seguenti valori numerici per i parametri:

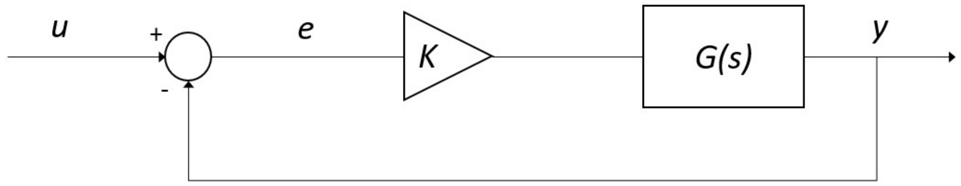
$$K_o = 0.25;\ \ R_a = 4;\ \ K_m = 20;\ \ P = 0.5;\ \ K_i = 1;\ \ J = 0.25;\ \ K_v = 20;$$

e si ricavi la funzione di trasferimento G(s) del sistema in esame

b) Si determinino i poli della funzione di trasferimento e si verifichi se coincidono con gli autovalori di A. Descrivere il motivo di eventuali discrepanze tramite righe di commento (i.e. precedute dal simbolo %) sul file .m

ESERCIZIO 2

Si consideri il sistema in retroazione unitaria rappresentato in figura:



Con G(s) ricavata al punto a) dell'Esercizio 1

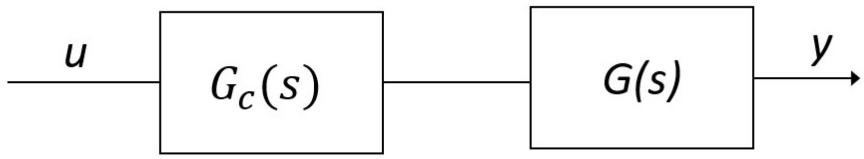
a) Si verifichi se il sistema ad anello chiuso, con guadagno $K = 1$, risulti o meno stabile tramite l'analisi della risposta $y(t)$ al gradino unitario.

b) Si determini, se esiste, il valore del guadagno K_{lim} per il quale il sistema risulta semplicemente stabile, utilizzando il grafico del luogo delle radici

c) Si ponga $K_1 = 0.8\, K_{lim}$, si visualizzi l'andamento della risposta al gradino $y(t)$ del sistema chiuso in retroazione con tale guadagno e si determini il tempo d'assestamento al 5% e il valore finale della risposta

ESERCIZIO 3

Si consideri il sistema rappresentato in figura



Con $G_c(s) = \frac{1+\tau_1 s}{1+\tau_2 s} = \frac{1+\tau s}{1+\alpha\tau s}$ rete anticipatrice ($\tau_2 < \tau_1$ o $\alpha < 1$), $G(s)$ ricavata al punto a) dell’Esercizio 1.

Si progetti la rete anticipatrice in modo da incrementare il margine di fase utilizzando il metodo della cancellazione polo/zero.

In particolare:

a) Si determinino i coefficienti τ_1 e τ_2 (o equivalentemente α e τ) della rete anticipatrice in modo da:
   - cancellare con lo zero della rete il polo reale della $G(s)$ più vicino all’asse immaginario (escludendo eventuali poli nell’origine)
   - tarare il polo della rete in modo che aumentare il più possibile la pulsazione di incrocio e, di conseguenza, il margine di fase.

b) Si visualizzino in un'unica figura i diagrammi di Bode del sistema non compensato e del sistema compensato, evidenziando i relativi margini di fase;

c) Si verifichi la risposta al gradino del sistema compensato e chiuso in retroazione unitaria negativa e se ne determini il tempo d’assestamento al 5%.

Soluzione

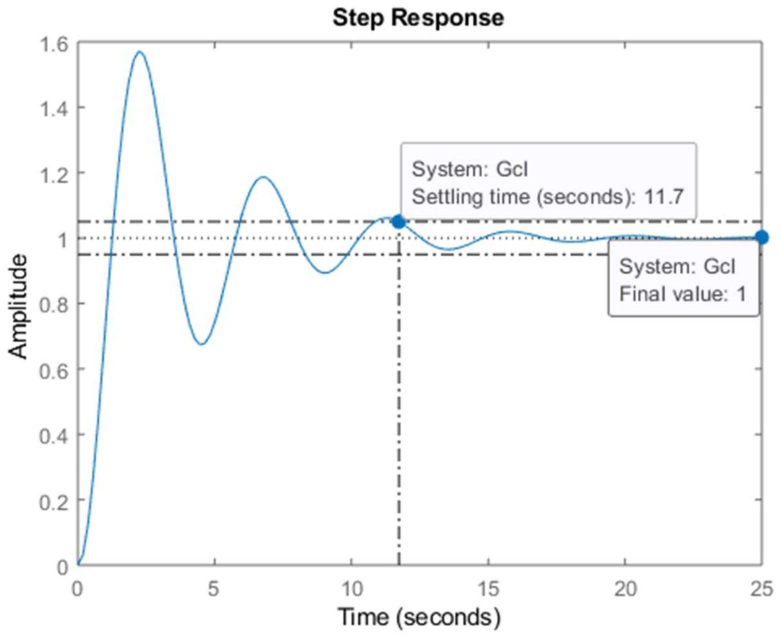
ESERCIZIO 1

```
% parametri numerici
Ko=0.25;
Ra = 4;
Km = 20;
P=0.5;
Ki=1;
J=0.25;
Kv=20;

A=[-Ko/P Ki/P 0;0 0 1; 0 0 -Km^2/(J*Ra)];
B=[0;0;Km*Kv/(J*Ra)];
C=[1 0 0];
D = 0;

A =
   -0.5000    2.0000         0
         0         0    1.0000
         0         0 -400.0000
B =
     0
     0
   400

C =
     1     0     0

D =
     0



%% Es 1-A fdt del sistema
G = tf(ss(A,B,C,D))

G =
             800
  ------------------------
  s^3 + 400.5 s^2 + 200 s

Continuous-time transfer function.
```

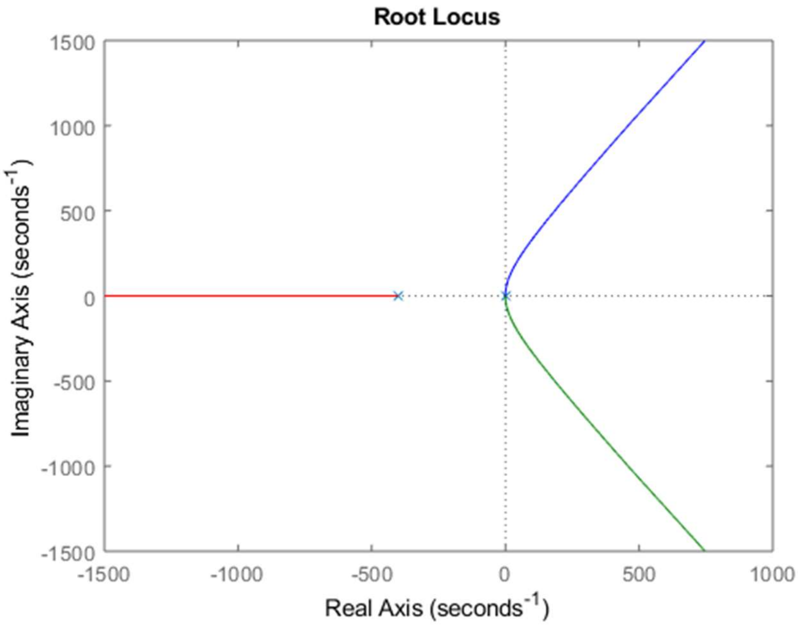
```
%% Es 1-B verifica poli e autovalori
p = pole(G)
ev = eig(A)
r = rank(obsv(A,C)')
% poli di G e autovalori di A coincidono, infatti il
% sistema è completamente osservabile (rank(Qt)=3)
p =
         0
 -400.0000
   -0.5000

ev =
   -0.5000
         0
 -400.0000

r =
     3
```

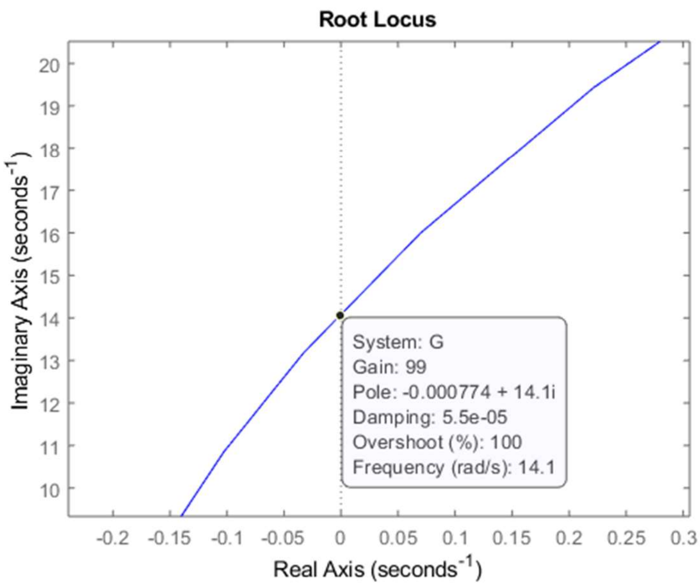
ESERCIZIO 2

```
%% Es 2-a risposta al gradino ad anello chiuso
Gcl = feedback(G,1);
figure,step(Gcl) % sistema stabile
```



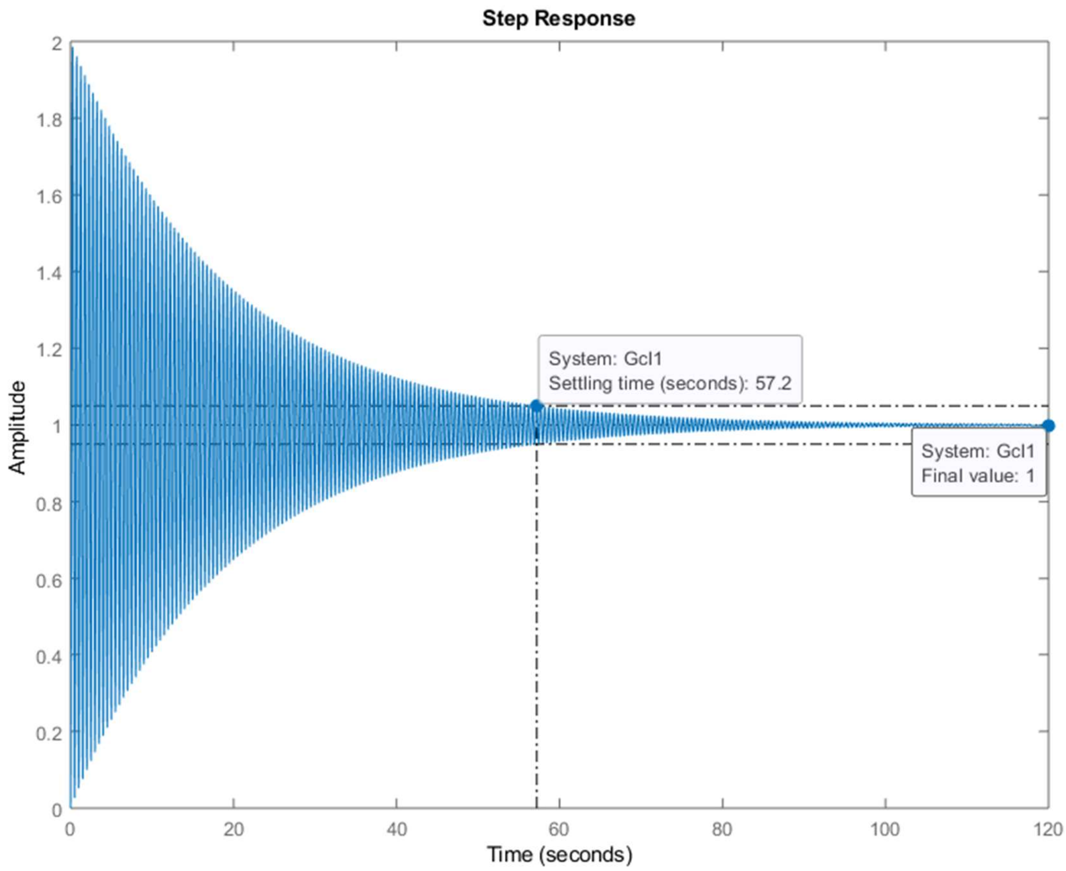
```matlab
%% Es 2-b luogo delle radici e guadagno limite
figure,rlocus(L)
Klim=99; % valore selezionato dal grafico
```






```matlab
%% Es 2-c risposta al gradino, tempo di assestamento e
errore a regime
Gcl1 = feedback(0.8*Klim*G,1);
```

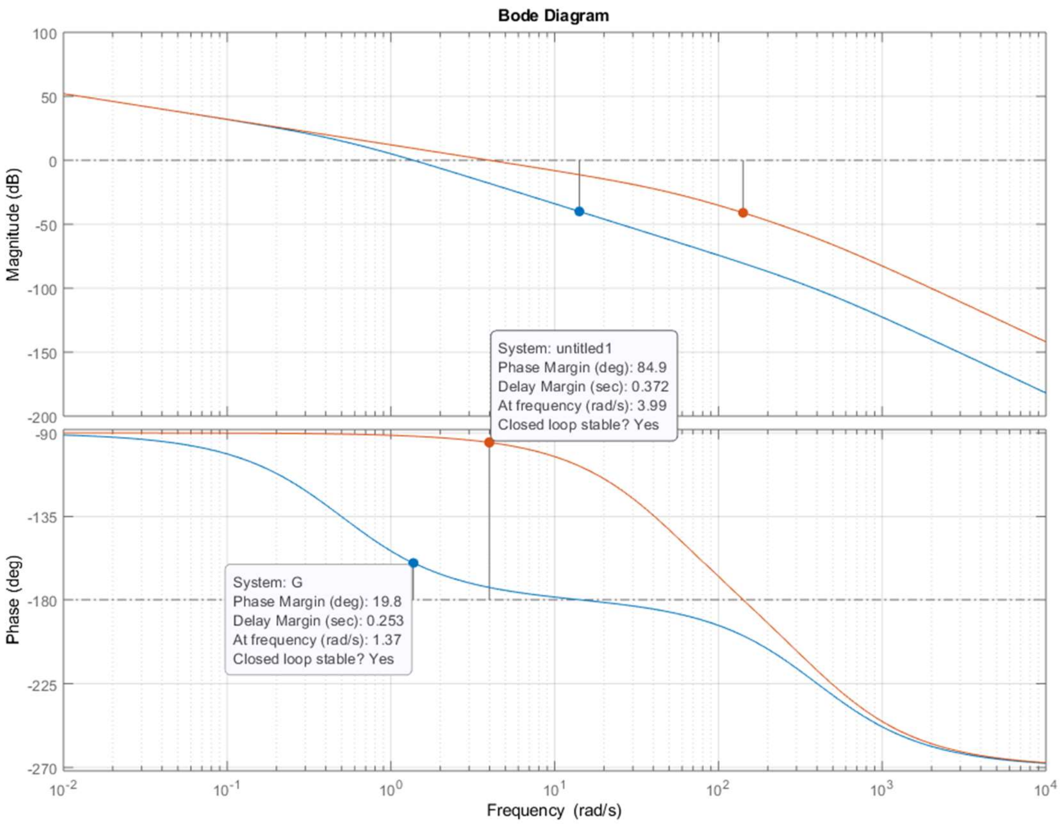
```
figure,step(Gcl1);
```



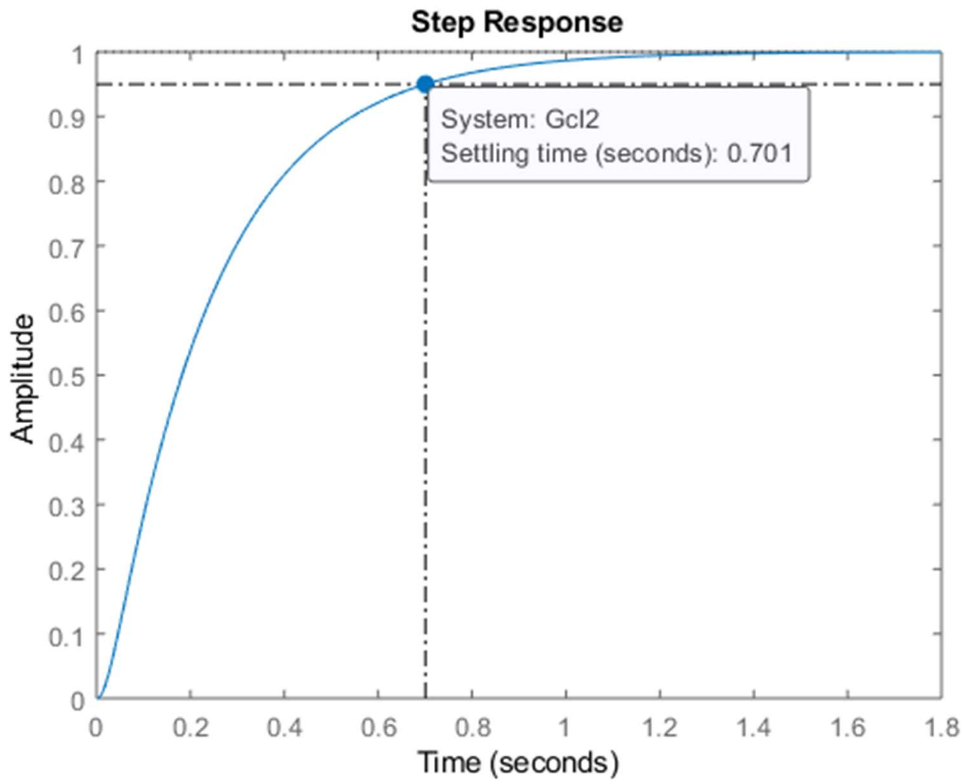
ESERCIZIO 3

```
%% Es 3-a rete anticipatrice con cancellazione polo zero

% lo zero della rete cancella il polo reale più vicino
% all'origine, in questo caso l'ultimo elemento del
% vettore p già calcolato in precedenza (v. Es 1-b)
tau1 = abs(1/p(3))
% posiziono il polo della rete ad una pulsazione scelta
% tra lo zero già posizionato e il polo più lontano
% dall'origine
tau2 = 1/50;

alpha = tau2/tau1 % alpha<1 rete anticipatrice

s = tf('s');
Gc = (1+tau1*s)/(1+tau2*s);
```

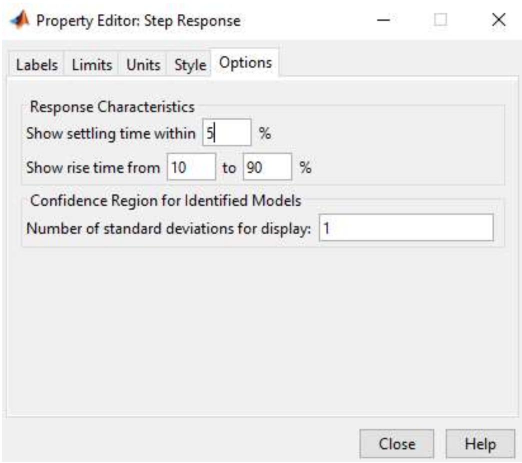
```
tau1 =
     2


alpha =
    0.0100
Gc =
   2 s + 1
  ----------
  0.02 s + 1

Continuous-time transfer function.

%% Es 3-b verifica margini di fase
figure, bode(G)
hold on
grid on
bode(Gc*G)
```




```
%% Es 3-c risposta del sistema compensato
Gcl2 = feedback(Gc*G,1)
figure,step(Gcl2)
```



NOTA BENE: impostare la visualizzazione del tempo di assestamento al 5% tramite il menu ottenuto con mouse right-click sul plot della risposta:



Oppure tramite i comandi:

```
Popt=timeoptions;
Popt.SettleTimeThreshold=0.05;

figure,step(Gcl2,Popt)
```