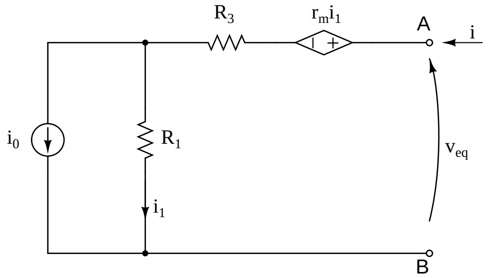
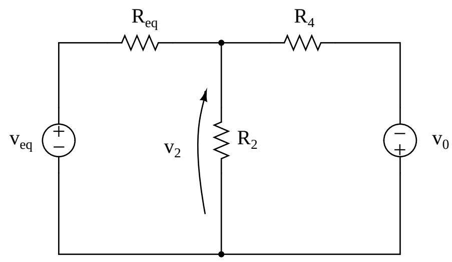
Soluzione dell'Esame di Teoria dei Circuiti - 23 luglio 2001

1-a)



(a)



(b)

Scollegando il sottocircuito a monte da quello a valle come mostrato in Figura (a), la resistenza R_3 e il generatore dipendente v_c risultano non percorsi da corrente; la tensione equivalente di Thevenin vista dai morsetti A-B guardando a monte sara' quindi data da $v_{eq} = -R_1 i_0 + r_m(-i_0) = -(R_1 + r_m)\, i_0 = -15V$; la resistenza equivalente si calcola immediatamente spegnendo il generatore indipendente i_0, ottenendo $R_{eq} = R_1 + r_m + R_3 = 5\Omega$.

Sfruttando ora il circuito equivalente cosi' ottenuto, come mostrato in Figura (b), si puo' applicare semplicemente il teorema di Millmann, ottenendo

$$v_2 = \left(\frac{v_{eq}}{R_{eq}} - \frac{v_0}{R_4}\right) / \left(\frac{1}{R_{eq}} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_4}\right) = -9V$$

da cui si ricava immediatamente $i_2 = v_2/R_2 = -1.8\text{A}$

1-b)

Per t<0 la rete e' composta da due sottoreti separate e quindi, dato che la sottorete contenente l'induttore non ha alcun generatore indipendente, si ha $i_L(0^-) = 0$.

Occorre anche notare che, essendo $R_5 = R_6$, tale parallelo e' equivalente ad un unico resistore di valore $R_5/2$ su cui scorre la corrente $i_L(t) = 2i_u(t)$.

Per calcolare l'eqivalente di Thevenin a monte della sezione A-B, si puo' constatare che $v_{eq} = -g_m v_1$, quindi, applicando il teorema di Millmann, si ottiene:

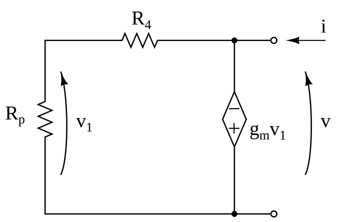
$$v_1 = \left(\frac{v_0}{R_1} - \frac{g_m v_1}{R_4}\right) / \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4}\right)$$

da cui

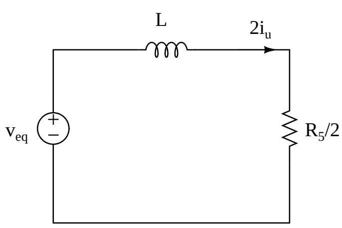
$$v_1 = \left(\frac{v_0}{R_1}\right) / \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4}(1 + g_m)\right) = 2V$$

quindi $v_{eq} = -40V$.

Per il calcolo della resistenza equivalente, si consideri il circuito di Figura (a), dove $R_p = R_1//R_2//R_3$.



(a)



(b)

Applicando il partitore di tensione si ottiene $v_1 = R_p\left(-g_m v_1\right)/\left(R_4 + R_p\right)$ da cui discende immediatamente $v_1 = 0 \;\Rightarrow\; v = -g_m v_1 = 0 \;\Rightarrow\; R_{eq} = 0$. Il circuito a monte della sezione A-B e' quindi equivalente ad un generatore indipendente di tensione di tensione pari a -40V.

Il circuito da analizzare diviene quello di Figura (b) dove vale la relazione $i_L(t) = 2i_u(t) = i_L(\infty) - \left(i_L(\infty) - i_L(0)\right)e^{-(R_5/2L)t}$. Essendo $i_L(\infty) = 2v_{eq}/R_5 = -40mA$ si ottiene $i_u(t) = i_L(t)/2 = -20\left(1 - e^{-10^6 t}\right)mA$.

1-c)

Per applicare il metodo dell'analisi nodale occorre trasformare il generatore reale di tensione collegato al nodo 1 in un generatore reale di corrente; l'impedenza equivalente e' chiaramente quella data dalla sola L_1, mentre la corrente si calcola semplicemente come $\widetilde{I}_{eq} = \widetilde{V_0}/Z_1 = (-10e^{-j\pi/2})/j = (-10 \cdot (-j))/j = 10^{\angle 0^\circ} A$.

Si deve determinare quindi il sistema di equazioni $\underline{Y} \cdot \underline{V} = \underline{I_N}$ dove $\underline{V}$ e' il vettore incognito dei fasori e $\underline{Y}$ e' la matrice delle <u>ammettenze</u>. Calcolando si ottiene:

$$\begin{bmatrix} 3+j & -(2+j2) & -1 \\ -(2+j2) & 2+j3 & -j2 \\ -1 & -j2 & 4+j2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \widetilde{V_1} \\ \widetilde{V_2} \\ \widetilde{V_3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 \\ 0 \\ 5 \end{bmatrix}$$

Applicando il metodo di Cramer si ottiene $\widetilde{V_2} = 4.22 + j5.57$ da cui $\widetilde{I_3} = (-j)\cdot\widetilde{V_2} = 5.57 - j4.22 = 6.98^{\angle -37.15^\circ}$ ossia $i_3(t) = 6.98\cos(t - 37.15^\circ)$.

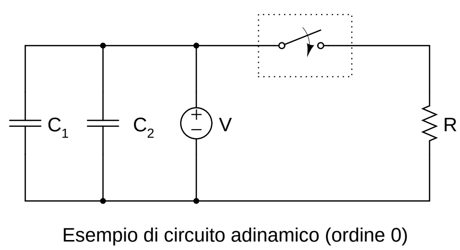
2-a)

Conviene applicare il teorema di Thevenin a monte della sezione A-B, considerando che valgono le seguenti espressioni per il trasformatore ideale: $V_2 = nV_1$, $i_1 = -ni_2$, dove le correnti sono state considerante entranti nei morsetti del trasformatore.

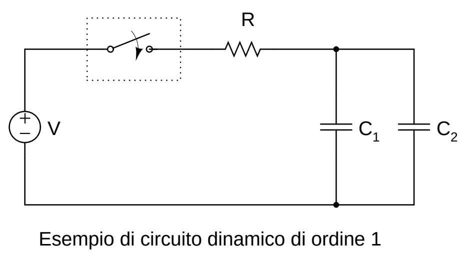
La tensione equivalente di Thevenin si calcola a circuito aperto, quindi $i_2 = 0$, ossia $i_1 = 0$, quindi e' possibile applicare il partitore di tensione al primario, ottenendo $V_1 = e(t)(R_p/(R_s+R_p))$, da cui $V_2 = ne(t)(R_p/(R_s+R_p))$.

La resistenza equivalente si ottiene in modo analogo spegnendo il generatore e(t), per cui si ottiene $V_1 = -(R_s//R_p)i_1$ da cui $V_2 = -n(R_s//R_p)i_1$ che, considerando la relazione tra le correnti del trasformatore diventa $V_2 = n^2(R_s//R_p)i_2$ ossia $R_{eq} = n^2(R_s//R_p)$. Ricollegando l'equivalente di Thevenin alla serie R_s, R_u si puo' applicare semplicemente il partitore di tensione ottenendo $v_u(t) = \left(R_u/(R_s + R_u + R_{eq})\right)\left(R_p/(R_s + R_p)\right)ne(t)$ ossia $v_u(t)/e(t) = 1.6447$.

2-b)



Esempio di circuito adinamico (ordine 0)



Esempio di circuito dinamico di ordine 1

L'ordine minimo dei circuiti che e' possibile costruire e' ovviamente zero, essendo possibile costruire dei circuiti adinamici come quello mostrato in figura; non e' possibile costruire circuiti di ordine 2, poiche' non e' possibile con un solo resistore slegare le due tensioni dei condensatori, che rimangono comunque legate da almeno una relazione algebrica, facendo scendere l'ordine massimo del sistema a 1.