

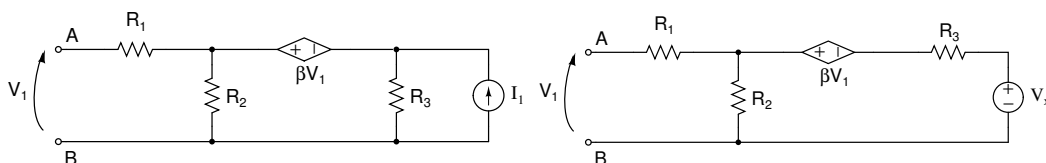
Soluzione dell'Esame di Teoria dei Circuiti - 11 giugno 2002

1-a)

L'operazionale e' ideale, per cui le correnti in ingresso sono nulle; si ha quindi $v_-(t) = v_{C1}(t) + R_1 i_0$, dove $v_{C1}(t) = \frac{i_0}{C_1} t = (1000t) \text{ V}$ (carica a corrente costante); inoltre $v_+ = v_-$, da cui si ricava $v_{C2}(t) = \frac{i_0}{C_1} + R_1 i_0 = (1000t + 2) \text{ V}$. Dalla equazione costitutiva del condensatore C_2 si ottiene $i_{C2} = C_2 \frac{dv_{C2}}{dt} = \frac{C_2}{C_1} i_0$, che e' uguale alla corrente che scorre sulla resistenza R_2 per cui $\frac{v_+ - v_o}{R_2} = -\frac{C_2}{C_1} i_0$ da cui si ottiene $v_o(t) = \frac{i_0}{C_1} t + R_1 i_0 + R_2 \frac{C_2}{C_1} i_0 = (1000t + 5) \text{ V}$.

1-b)

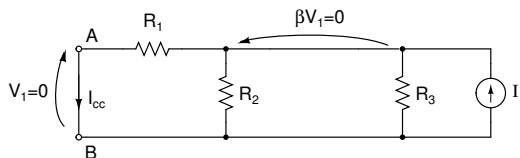
Si calcola l'equivalente di Thevenin dello strumento (circuitto β):



Il generatore di corrente I_0 e' in parallelo ad un generatore di tensione per cui puo' essere omesso, a patto che il generatore di corrente comandato da I_0 , venga sostituito con un generatore indipendente di corrente che eroga $I_1 = \gamma I_0 = 6 \text{ mA}$. Per il calcolo della tensione equivalente di Thevenin v_β , poiche' sulla resistenza R_1 non passa corrente, si puo', una volta trasformato il generatore reale di corrente (I_1, R_3) nel generatore reale di tensione (V_x, R_3) , applicare il partitore di tensione ottenendo $v_1 = (\beta v_1 + V_x) \frac{R_2}{R_2 + R_3}$ da cui, raccogliendo v_1 e risolvendo si ottiene $v_\beta = v_1 = 9 \text{ V}$.

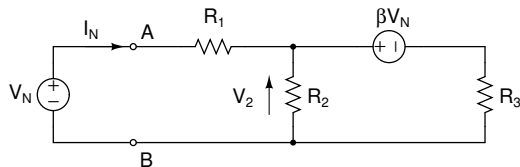
Per il calcolo della resistenza equivalente, si possono percorrere due strade alternative.

a) $R_\beta = v_\beta / i_{cc}$ dove i_{cc} e' la corrente che si ottiene cortocircuitando i morsetti AB



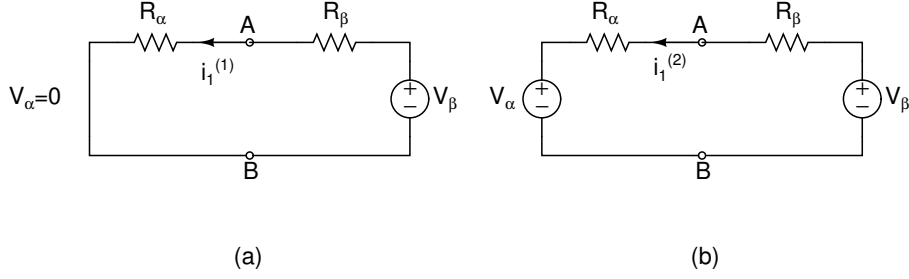
Il generatore di tensione comandato e' equivalente ad un corto circuito, per cui puo' essere rimosso; la corrente i_{cc} si calcola semplicemente con il partitore di corrente, ottenendo $i_{cc} = I_1 \frac{G_1}{G_1 + G_2 + G_3}$ dove G_1, G_2, G_3 sono le conduttanze rispettivamente dei resistori R_1, R_2, R_3 . Si ottiene quindi $i_{cc} = 3 \text{ mA}$ da cui $R_\beta = 3 \text{ k}\Omega$.

b) imponendo ai morsetti AB una tensione V_N supposta nota, si calcola la corrente i_N e quindi $R_\beta = \frac{V_N}{i_N}$; in questo caso, il generatore comandato di tensione puo' essere sostituito con un generatore indipendente di valore βV_N noto.



Applicando il teorema di Millmann, $v_2 = \frac{V_N G_1 + \beta V_N G_3}{G_1 + G_2 + G_3} = \frac{2}{3} V_N$; la corrente quindi sara' $i_N = \frac{V_N - v_2}{R_1} = \frac{V_N}{3 R_1}$ da cui $R_\beta = \frac{V_N}{i_N} = 3 R_1 = 3 \text{ k}\Omega$ che e' ovviamente il risultato ottenuto in precedenza.

Sostituendo ora alla rete incognita α il suo equivalente di Thevenin e collegando ai morsetti l'equivalente di Thevenin dello strumento (rete β), si ottengono i due casi di misura:



Dalla figura (a) si ottiene $V_\beta = (R_\beta + R_\alpha)i_1^{(1)}$ da cui si ricava $R_\alpha = \frac{V_\beta}{i_1^{(1)}} - R_\beta = 1.5k\Omega$; dalla figura (b) si ottiene $i_1^{(2)} = \frac{V_\beta - V_\alpha}{(R_\alpha + R_\beta)}$ da cui si ricava $V_\alpha = V_\beta - i_1^{(2)}(R_\alpha + R_\beta) = 4.5V$.

1-c)

Le resistenze R_1 e R_5 sono in parallelo a generatori di tensione, per cui possono essere rimosse; le impedenze valgono $Z_{L1} = Z_{L2} = 15j$, $Z_{C4} = -15j$, $Z_{C7} = -20j$ mentre il fasore della tensione vale $\widetilde{V}_0 = 2e^{-j\frac{5}{14}\pi}$, essendo $v_o(t) = 2\cos(3t + \frac{\pi}{7} - \frac{\pi}{2}) = 2\cos(3t - \frac{5}{14}\pi)$.

Il parallelo tra Z_{L1} , Z_{C4} e R_3 fornisce $Z_{eq} = 1/(Y_{L1} + G_3 + Y_{C4})$ essendo $Y_{L1} = -Y_{C4}$ (ovvero $Z_{L1} = -Z_{C4}$) si ottiene $Z_{eq} = R_3$; in questo caso L_1 e C_4 formano un circuito parallelo risonante, la cui impedenza equivalente e' infinita ossia assimilabile ad un circuito aperto.

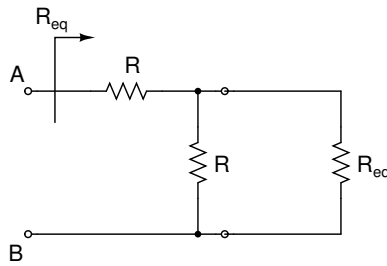
Applicando il partitore di tensione si ottiene $\widetilde{V}_1 = \frac{Z_{eq}}{Z_{L1} + Z_{eq}} \widetilde{V}_0 = \frac{R_3}{Z_{L1} + R_3} \widetilde{V}_0 = \frac{\widetilde{V}_0}{1+j}$.

Inoltre vale $\widetilde{V}_u = -\alpha \widetilde{V}_1 \frac{Z_{C7}}{R_6 + Z_{C7}} = 4\widetilde{V}_0 e^{j\frac{\pi}{2}}$ da cui si ricava $v_u(t) = 8\cos(3t - \frac{5}{14}\pi + \frac{\pi}{2}) = 8\cos(3t + \frac{\pi}{2})V$.

2-a)

Il condensatore C_1 e' in parallelo ad un generatore di tensione, per cui non influisce sul comportamento del circuito. Vale la seguente relazione: $\alpha v_1 - R_3 i_{L1} - L_1 \frac{di_{L1}}{dt} = 0$ dove $v_1 = v_o \frac{R_2}{R_1 + R_2}$. L'ordine del circuito e' pertanto uno.

2-b)



Poiche' la rete ha lunghezza infinita, aggiungere una sezione in piu' non altera la resistenza equivalente; si ha quindi che $R_{eq} = R + R//R_{eq} = R + \frac{RR_{eq}}{R+R_{eq}}$ da cui si ottiene $R_{eq}^2 + -RR_{eq} - R^2 = 0$ che porta ad un'unica soluzione accettabile $R_{eq} = \frac{1+\sqrt{5}}{2}R$.