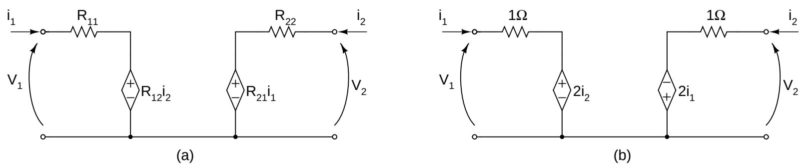
Soluzione dell'Esame di Teoria dei Circuiti - 22 luglio 2004

1-a)



1) La rete equivalente si ottiene dalla rappresentazione mostrata in fiugra (a), che quindi nel caso in esame induce al circuito di figura (b). La rete non puo' essere formata da soli resistori, in quanto figura un parametro resistenza di valore negativo e la matrice non e' simmetrica.

2) per il doppio bipolo valgono le seguenti relazioni: $V_1 = R_1 i_1 + R_4\left(i_1 + i_2 - gV_a\right)$, $V_2 = R_3 i_2 - V_a + R_4\left(i_1 + i_2 - gV_a\right)$, e, poiche' $\frac{V_a}{R_2} = gV_a - i_2$ si ottiene $V_a = \frac{R_2 i_2}{gR_2 - 1}$ da cui $V_1 = (R_1 + R_4)i_1 - \frac{R_4}{gR_2-1} i_2$ e $V_2 = R_4 i_1 + \left(R_3 - \frac{R_4+R_2}{gR_2-1}\right) i_2$.

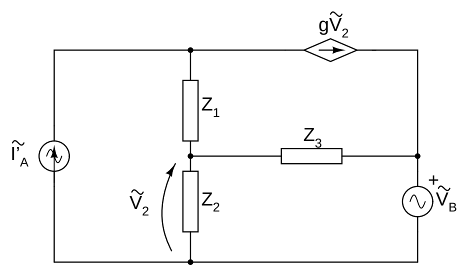
Si ha quindi

$$\underline{R}_b = \begin{bmatrix} R_1 + R_4 & -\frac{R_4}{gR_2-1} \\ R_4 & R_3 - \frac{R_4+R_2}{gR_2-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \Omega.$$

Collegando i due circuiti in serie, si puo' scrivere $\underline{R}_{eq} = \underline{R}_a + \underline{R}_b = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \Omega.$

1-b)

Passando al dominio dei fasori si ha: $\omega = 10$rad/sec, $\widetilde{I}_A = \sqrt{2}(1+j)$A, $\widetilde{V}_B = 2\sqrt{2}$V $Z_1 = (Z_{R1} + Z_{L1})//Z_{C1} = (1-j)\Omega$, $Z_2 = Z_{R2} + Z_{L2} = (1+j)\Omega$, $Z_3 = Z_{R3} + Z_{C3} = (1-j)\Omega$.



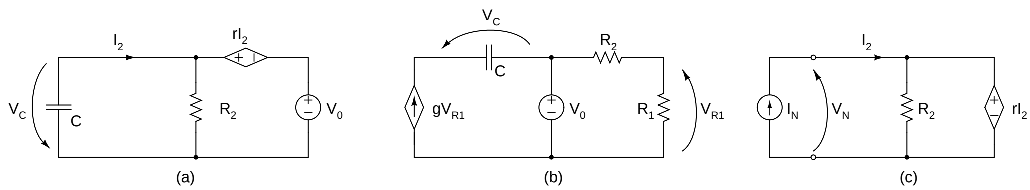
Poiche' al primario del trasformatore c'e' un generatore di corrente indipendente, l'equivalente di Norton al secondario sara' nuovamente un generatore di corrente indipendente di valore $\widetilde{I'}_A = \frac{\widetilde{I}_A}{n} = \frac{\sqrt{2}}{2}(1+j)$A. La situazione e' quella mostrata in figura.

Si puo' scrivere quindi $\widetilde{V}_2 = Z_2\left(\frac{\widetilde{V}_B - \widetilde{V}_2}{Z_3} + \widetilde{I'}_A - g\widetilde{V}_2\right)$, da cui si ricava $\widetilde{V}_2 = \frac{Z_2\widetilde{V}_B + Z_2 Z_3 \widetilde{I'}_A}{Z_2 + Z_3 + gZ_2Z_3}$.

Quindi $\widetilde{V}_2 = \frac{3\sqrt{2}}{8}(1+j)\text{V} = \frac{3}{4}e^{j\frac{\pi}{4}}\text{V}$ da cui si ottiene $v_2(t) = 0.75\cos(10t + \pi/4)$V.

La potenza dissipata dalla resistenza R_2 si ricava facilmente scrivendo $P_{R2} = \frac{1}{2}\text{Re}\left\{\widetilde{V}_2 \widetilde{I}^*_{Z2}\right\} = \frac{R_2}{2}\left|\frac{\widetilde{V}_2}{Z_2}\right|^2 = 0.14$W.

1-c)



Per $t < t_0 = 0$sec essendo gli interruttori chiusi si ha $V_{R1} = 0$V e il circuito puo' essere ridisegnato come mostrato nella figura (a).

Essendo il circuito a regime, risulta evidente che $i_2(t) = -i_C(t) = 0$A da cui
$v_C(t) = -V_{R2} = -V_0 = -5$V.

Per $t_0 < t < t_1$ gli interruttori sono entrambi aperti e la situazione e' quella mostrata in figura (b). Si puo' scrivere quindi $V_{R1} = V_0 \frac{R_1}{R_1+R_2} = 2.5\text{V} = \text{cost.}$ da cui si evince che sul condensatore scorre una corrente costante imposta dal generatore dipendente, pari a $i_C = gV_{R3} = 2.5$mA. Ne segue quindi che $v_C(t) = \frac{1}{C} i_C t + v_C(t_0) = \frac{1}{C} g V_0 \frac{R_1}{R_1+R_2} t - V_0 = 5(-1+10^3 t)$V.

Per $t > t_1$ il circuito torna ad essere quello di figura (a). Risulta quindi evidente che il regime sara' lo stesso, per cui $v_C(\infty) = -V_0 = -5$V. Per il calcolo della resistenza equivalente, una volta spento il generatore V_0 il circuito diventa quello di figura (c); R_2 risulta in parallelo ad un generatore di tensione, per cui puo' essere rimossa. Rimane quindi chiaramente $R_{eq} = \frac{V_N}{I_N} = \frac{ri_2}{i_2} = r = 2\text{k}\Omega$.

Quindi $v_C(t) = v_C(\infty) - (v_C(\infty) - v_C(t_1))\, e^{-t/\tau}$ dove $v_C(t_1) = 5[-1 + 10^3(1.5 \cdot 10^{-3}] = 2.5$V e $\tau = R_{eq}C = 1$msec per cui $v_C(t) = [-5 + 7.5e^{-10^3 t}]$V.

2-a)

Essendo gli operazionali ideali, numerandoli da sinistra a destra, vale $V_-^{(i)} = V_+^{(i)}$ e $I_-^{(i)} = I_+^{(i)} = 0$A con $i = 1, 2$.

Ne segue che $V_-^{(1)} = V_+^{(1)} = R_0 I_0 = 5$V, quindi $V_{o2} = V_-^{(1)} + R_2 \frac{V_-^{(1)}}{R_1} = R_0 I_0 \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) = 10$V.

Essendo $V_+^{(2)} = 0$V si ha $I_{R3} = I_{R4} = \frac{V_{o2}}{R_3}$ da cui
$V_{o1} = V_-^{(2)} - R_4 I_{R4} + V_1 = V_1 - R_4 \frac{R_0 I_0 \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)}{R_3} = 5$V.

2-b)

Il condensatore e i generatori indipendenti I_1, I_2, I_3 formano un taglio; ne segue che il condensatore e' attraversato da una corrente costante pari a $i_C = I_3 + I_2 - I_1 = 2$mA, quindi $v_C(t) = \frac{1}{C} i_C t + V_C(0) = [2t + 1]$V.