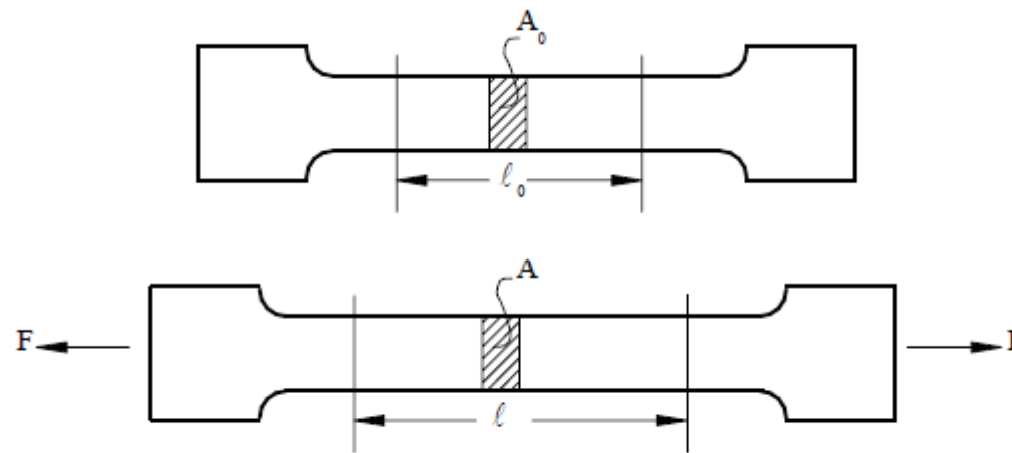


# Analisi incrementale di strutture elastoplastiche: caso monodimensionale

## Test di trazione uniassiale



$$\Delta l = l - l_0$$

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0}$$

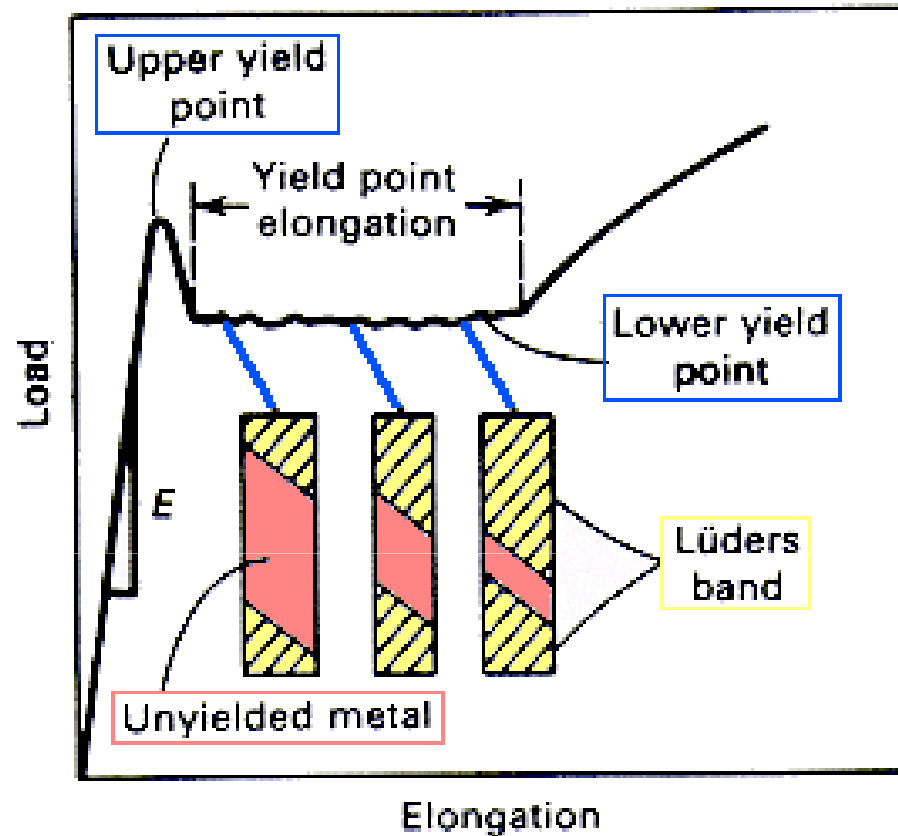
$$\sigma = \frac{F}{A_0}$$

**Stress nominale**

$$t = \frac{F}{A}$$

**Stress di Cauchy**

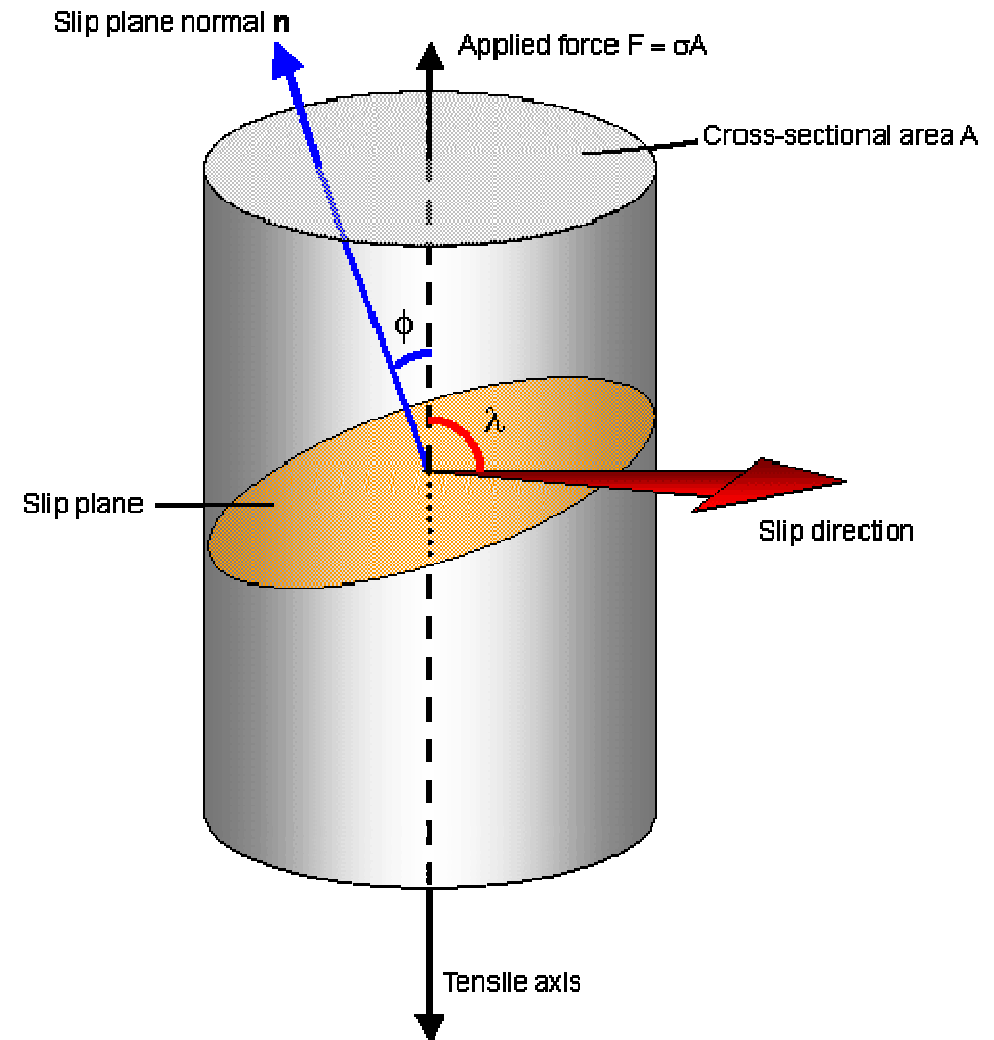
# Plasticità



Se si esegue una prova di trazione su elementi bidimensionali (lastre) si evidenzia l'insorgere di linee o bande di scorrimento dette di Lueders, inclinate di un angolo  $\alpha$  ( $\alpha$  compreso fra i 30 e i 45 gradi ) rispetto all'orizzontale, ove si concentrano o localizzano le deformazioni plastiche. Analoghe linee si evidenziano nelle prove di torsione .

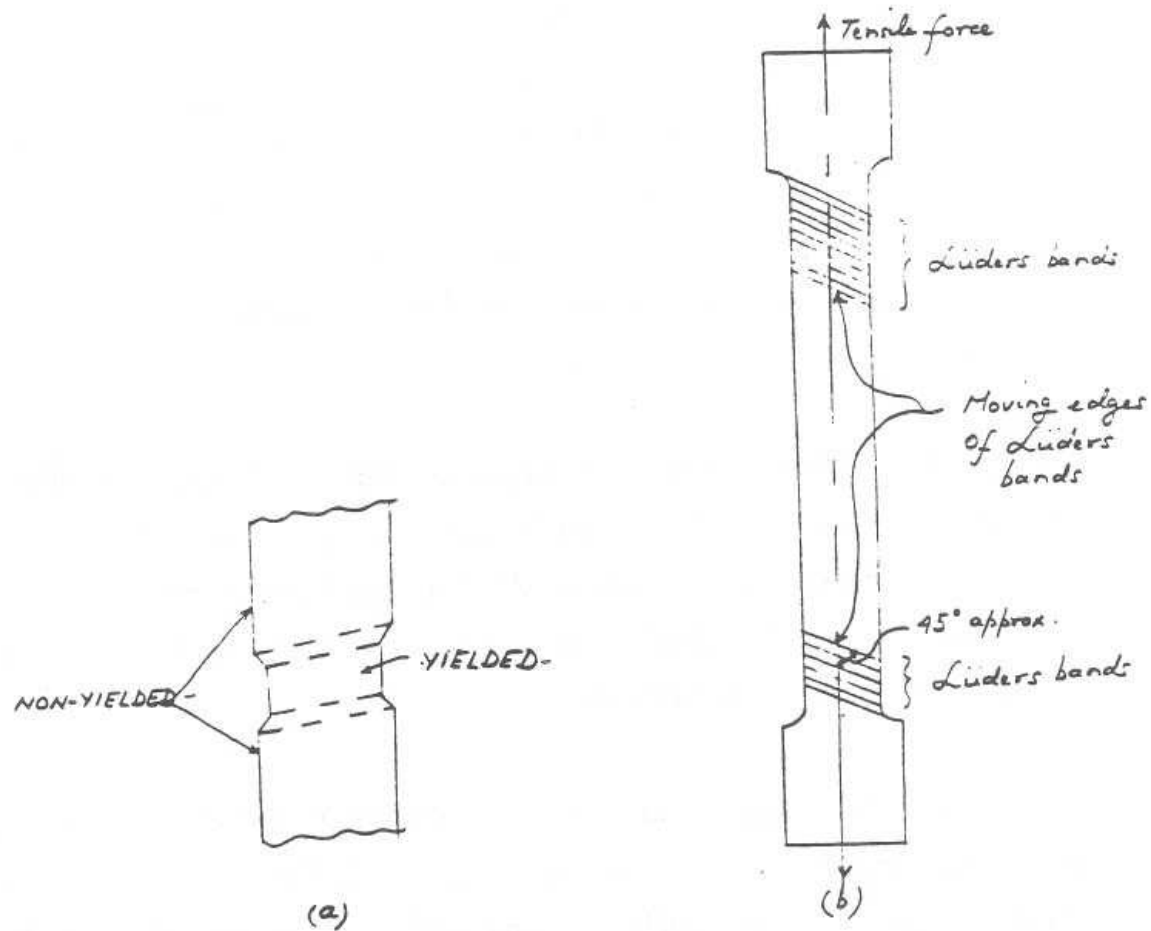
# Caratteristiche meccaniche acciai & metalli

La osservazione delle bande di Lueders ha portato ad affermare che le deformazioni plastiche si attivano una volta raggiunto il valore limite  $\tau_0$  delle tensioni tangenziali su un piano di scorrimento (criterio di Tresca). Nei materiali "perfetti" composti da un unico cristallo (whiskers) di acciaio dolce  $\tau_0 = G/3$  ( 13 GPa), valore molto maggiore di quello che si ha nei materiali reali che hanno una organizzazione policristallina con grani distinti



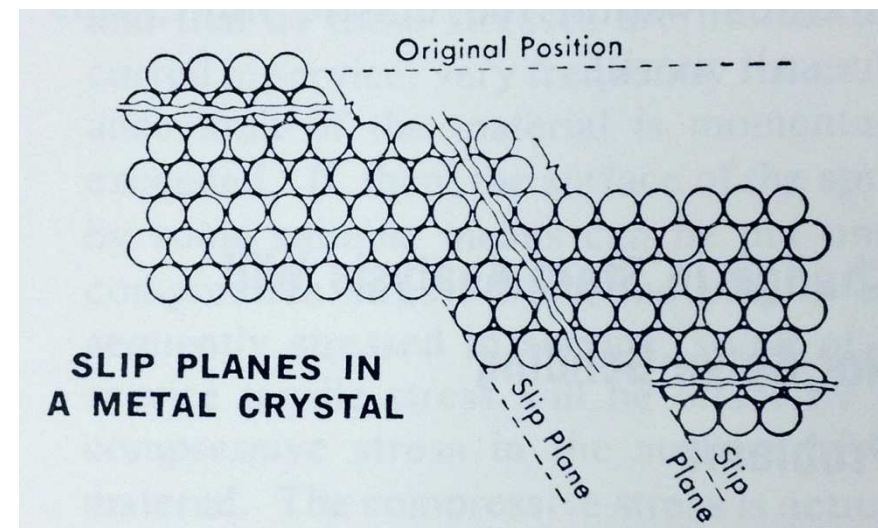
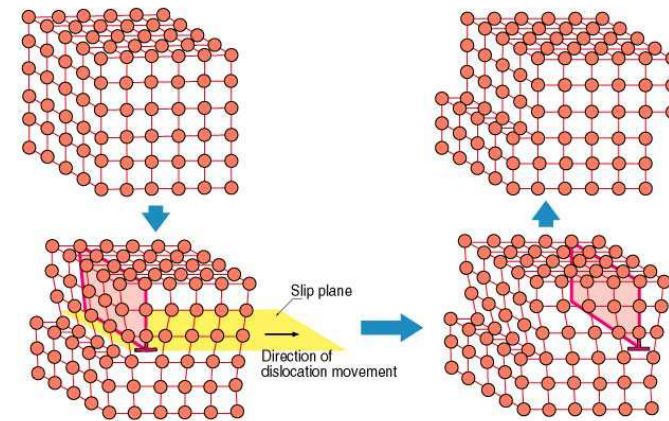
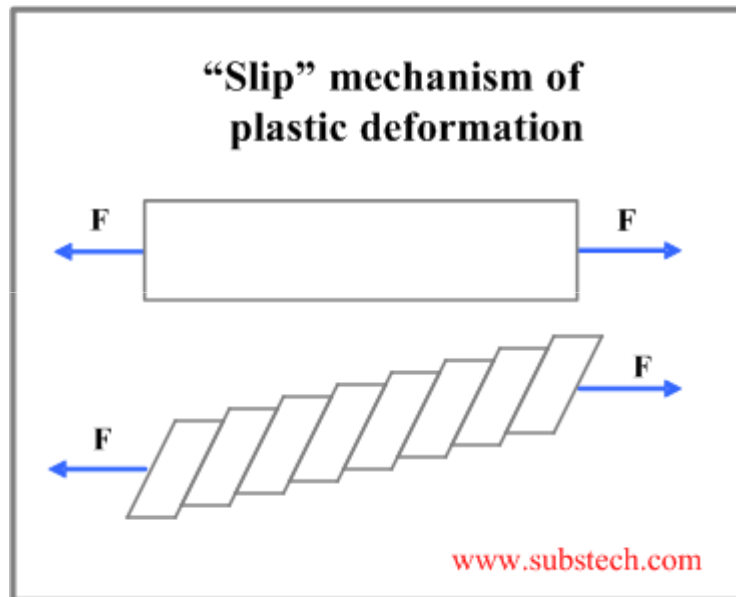
# Plasticità

## Bande di Lueders



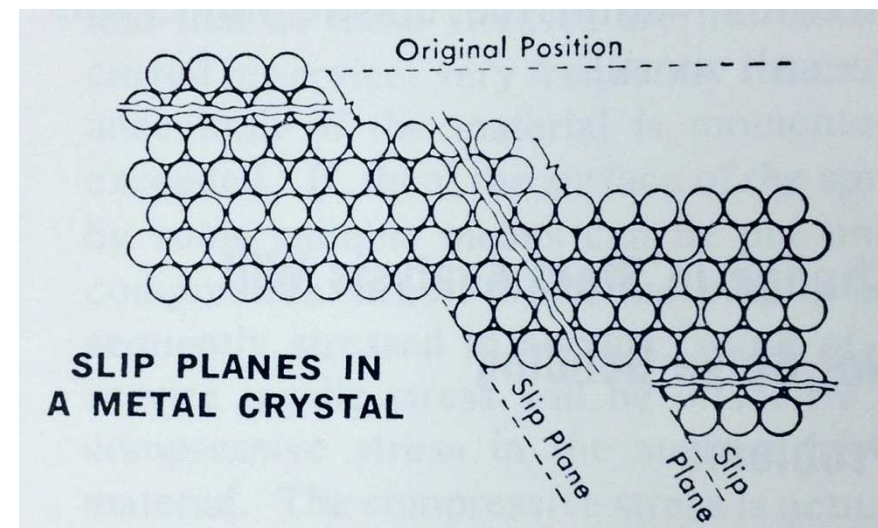
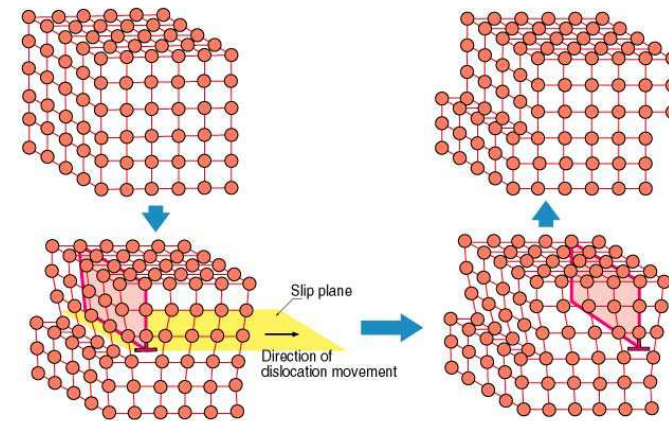
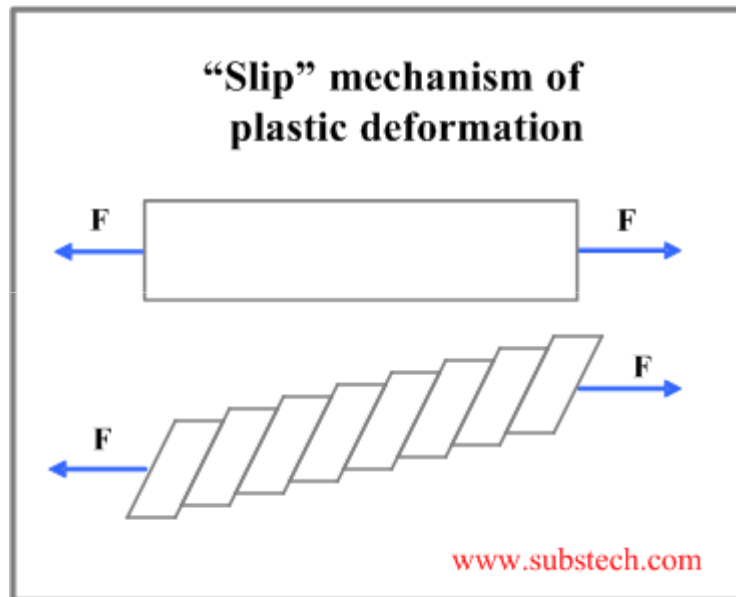
# Plasticità e dislocazioni cristalline

3A(3) Plastic Deformation Caused by Movement of Edge Dislocation



# Plasticità e dislocazioni cristalline

3A(3) Plastic Deformation Caused by Movement of Edge Dislocation



# Classificazione acciai

**Classificazione in base al tenore di carbonio**

**Il carbonio si presenta esclusivamente sotto forma di cementite o carburo di ferro. Le particelle di cementite presenti nella microstruttura dell'acciaio, in determinate condizioni, bloccano gli scorrimenti delle dislocazioni, conferendo all'acciaio caratteristiche meccaniche migliori di quelle del ferro puro. Gli acciai sono leghe sempre plastiche a caldo. In base al tasso di carbonio gli acciai si dividono in:**

**extra dolci: carbonio compreso tra lo 0,05% e lo 0,15%;**

**dolci: carbonio compreso tra lo 0,15% e lo 0,25%**

**semidolci: carbonio compreso tra lo 0,25% e lo 0,40%;**

**semiduri: carbonio tra lo 0,40% e lo 0,60%;**

**duri: carbonio tra lo 0,60% e lo 0,70%;**

**durissimi: carbonio tra lo 0,70% e lo 0,80%;**

**extraduri: carbonio tra lo 0,80% e lo 0,85%.**

**Gli acciai dolci sono i più comuni e meno pregiati.**

# Classificazione acciai

## **Classificazione in base ai tenori di altri leganti**

**Oltre al carbonio possono essere presenti degli ulteriori elementi alliganti aggiunti per lo più sotto forma di ferroleghes. In base alla composizione chimica gli acciai si possono distinguere in quattro gruppi: acciai non legati sono acciai nel quale i tenori degli elementi di lega rientrano nei limiti indicati dal prospetto I della UNI EN 10020; acciai legati sono acciai per i quali almeno un limite indicato del suddetto prospetto viene superato.**

**Per convenzione gli acciai legati si suddividono in:**

**Basso-legati: nessun elemento al di sopra del 5%,**

**Alto-legati: almeno un elemento di lega al di sopra del 5%.**



# Caratteristiche meccaniche acciai & metalli

## Acciai da costruzione:

Le recenti norme tecniche per le costruzioni ( DM2008) al paragrafo 11.3 trattano diffusamente delle caratteristiche meccaniche degli acciai da costruzione rifacendosi alla normativa normalizzata in sede europea ( UNI EN 10025-2,3,4,5 etc. )

Per quanto riguarda gli acciai da carpenteria si distingue tra laminati a caldo con profili a sezione aperta e a sezione cava (11.3.4.1)

Gli acciai ora indicati con la lettera S ( steel) sono caratterizzati da un numero indice della resistenza caratteristica di snervamento che dipende dallo spessore della lamiera.

Gli acciai passivanti ( noti come CORTEN sono indicati ora con la sigla S W)

# Caratteristiche meccaniche acciai & metalli

<b>UNIEN 10025-2</b>	t < 40mm $f_{vk}(N/mm^2)$	t < 40mm $f_{tk}(N/mm^2)$	40mm < t < 80mm $f_{vk}(N/mm^2)$	40mm < t < 80mm $f_{tk}(N/mm^2)$
S 235	235	360	215	360
S 275	275	430	<b>255</b>	410
S 355	355	510	335	470
S 450	440	550	420	550

<b>UNIEN 10025-5</b>	t < 40mm $f_{vk}(N/mm^2)$	t < 40mm $f_{tk}(N/mm^2)$	40mm < t < 80mm $f_{vk}(N/mm^2)$	40mm < t < 80mm $f_{tk}(N/mm^2)$
S 235 W	235	360	215	340
S 355 W	355	510	335	490

**L'acciaio per cemento armato** ( disponibile in barre ad aderenza migliorata è denominato **B450 C** ( o B450 A) e le sue proprietà sono definite al paragrafo 11.3.2

$f_y$ nom	450 ( $N/mm^2$ )
$f_t$ nom	540 ( $N/mm^2$ )

Sono inoltre previste dal DM2008, e dall'Eurocodice 2, prove di piegamento e raddrizzamento su mandrino che forniscono un indice della lavorabilità e della duttilità del materiale e che *si consiglia di far espletare soprattutto in presenza di acciai di provenienza non ben certificata.*

# Caratteristiche meccaniche acciai & metalli

La Precedente normativa , in sostanza il DM1996, invece prevedeva:

- **Acciai da carpenteria Fe360, Fe430, Fe510** ( sono caratterizzati da un numero indice della tensione caratteristica di rottura espressa in  $\text{Nmm}^{-2}$  )
- **Acciai per barre ad aderenza migliorata** ( sono caratterizzati da un numero indice della tensione caratteristica di snervamento espressa in  $\text{Nmm}^{-2}$  ) la normativa vigente (DM 09.01.96) prevede i seguenti tipi di acciai
  - FeB38k** disponibile in barre di diametro  $\phi$  compreso fra 5 e 30 mm
  - FeB44k** disponibile in barre di diametro  $\phi$  compreso fra 5 e 26 mm

		<b>FeB38k</b>		<b>FeB44k</b>
$f_{yk}$ tensione caratteristica di snervamento	>	375 $\text{Nmm}^{-2}$	>	430 $\text{Nmm}^{-2}$
$f_{tk}$ tensione caratteristica di rottura	>	450 $\text{Nmm}^{-2}$	>	540 $\text{Nmm}^{-2}$
$A_s$ Allungamento a rottura in %	>	14%	>	12%

# Caratteristiche meccaniche acciai & metalli

Gli acciai a basso tenore di carbonio o dolci (mild steel) sono indicativamente caratterizzati, fig.1.2a da:

- una fase “elastica” fino alla tensione di snervamento  $\sigma_0(f_y)$  a cui corrisponde indicativamente un valore della deformazione  $\varepsilon_0=0,001$
- una fase “plastica” a cui corrisponde indicativamente un valore della deformazione  $\varepsilon_p=0,02$  (2%) oltre la quale le deformazioni sono irreversibili
- una fase di incrudimento (hardening) prima della rottura a cui corrisponde indicativamente una deformazione a rottura  $\varepsilon_u=0,12-0,30$  ( $A_s=12-30\%$ )

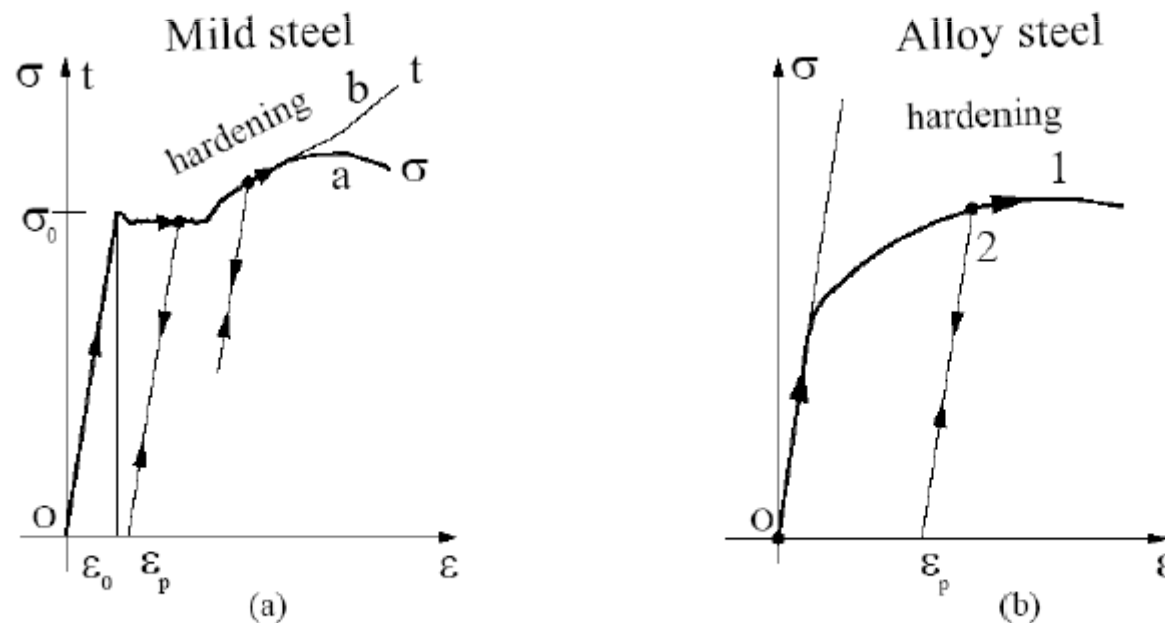


Fig.1.2

# Caratteristiche meccaniche acciai & metalli

**Gli acciai legati (alloy steel) (ad esempio leghe di Fe, Ni e Mo) come gli acciai da precompresso o gli acciai bonificati non presentano uno snervamento evidente. Lo snervamento viene caratterizzato come il valore della tensione  $f_y(0,2)$  (secondo la normativa) per cui si ha una deformazione residua allo scarico, fig.1.2b,  $\epsilon_p=0,002$  (0,2%)  
Il rapporto  $\epsilon_u/\epsilon_0$  è spesso definito duttilità del materiale e da esso dipende la capacità della struttura di deformarsi senza crollare. Questa proprietà è di grande importanza per le strutture costruite in zone sismiche.**

**Si osservi infine, fig. 1.2a, come nel tratto terminale sia evidenziata la differenza fra la tensione nominale riferita all'area iniziale  $A_0$  del provino con la tensione  $T$  di Cauchy riferita all'area effettiva che risulta ridotta per il fenomeno della strizione.**

# Caratteristiche meccaniche acciai & metalli

## **Modulo di elasticità dei materiali ferrosi**

I materiali metallici hanno una organizzazione policristallina composta di grani orientati in maniera casuale ed in prima approssimazione possono considerarsi isotropi sia in campo elastico che in campo plastico. Il modulo di elasticità o di Young  $E$  varia da 180 GPa (per le ghise che hanno un alto tenore di carbonio) a 210 GPa per gli acciai.

Nel caso dei *cavi o funi d'acciaio* da precompresso si assume, per effetto dello scorrimento mutuo dei trefoli da cui sono composte,  $E = 190-200$  GPa; se esse non sono verticali il modulo apparente viene a dipendere anche dal valore del tiro e da ciò, ad esempio, dipende il comportamento non lineare dei ponti strallati.

# Caratteristiche meccaniche acciai & metalli

## Caratteristiche delle deformazioni plastiche nei metalli

- le deformazioni plastiche avvengono praticamente senza variazioni di volume. Ovvero si ha:

$$E1 = \text{tr } E = \varepsilon_{11} + \varepsilon_{22} + \varepsilon_{33} = 0$$

In campo plastico un metallo è dunque incomprimibile ed il coefficiente  $\nu$  di Poisson passa dal valore iniziale  $\nu = 0,3$  (per l'acciaio), se  $\varepsilon < \varepsilon_0 = 0,001$ , al valore  $\nu = 0,5$  (quando  $\varepsilon \geq \varepsilon_p = 0,02$  fluido viscoso perfetto o fluido di Bingham).

# Analisi incrementale di strutture elasto-plastiche: Relazione deformazione-tensione monodimensionale

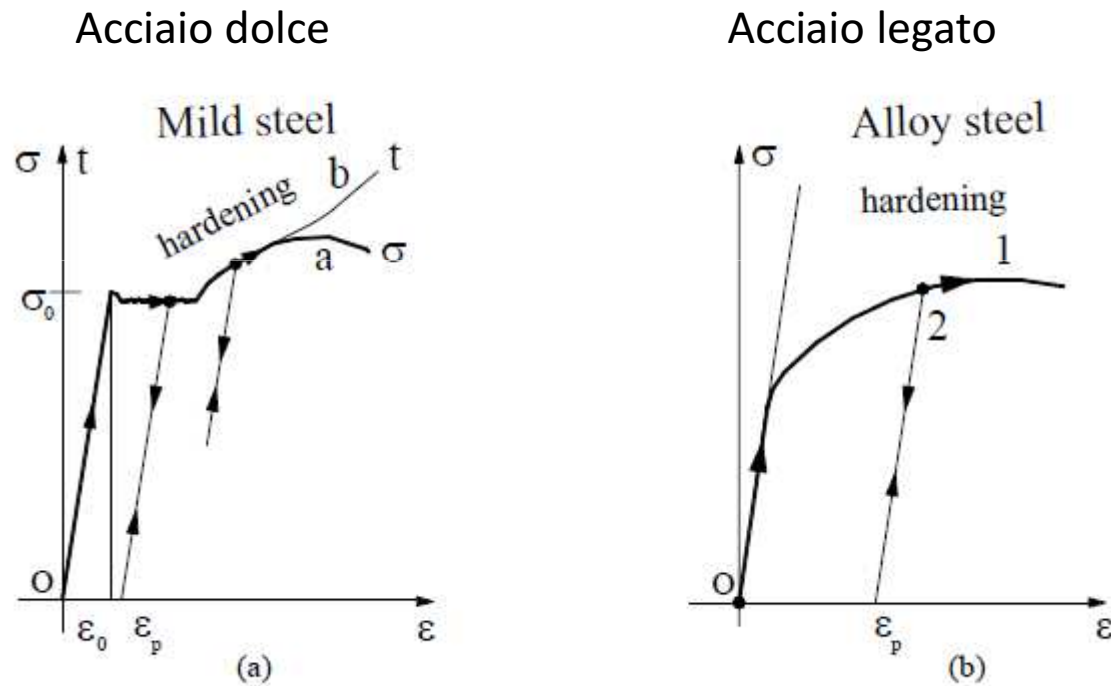


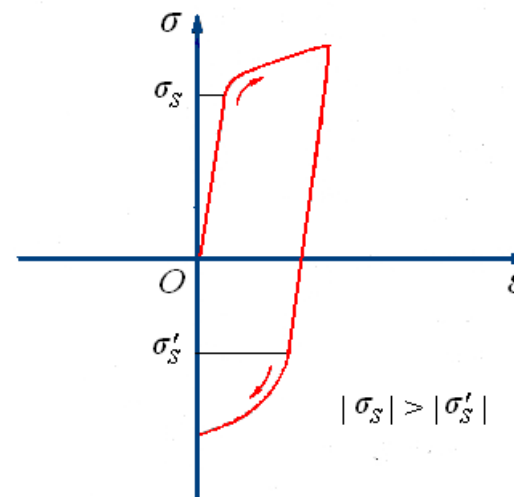
Fig.1.2



# Analisi incrementale di strutture elastoplastiche: caso monodimensionale

- $\sigma_0$  tensione di snervamento, tensione di plasticizzazione, limite di snervamento
- per  $\varepsilon < \varepsilon_0$  si ha una deformazione permanente, irreversibile
- Allo scarico si ha la pendenza elastica

- Effetto Bauschinger



# Analisi incrementale di strutture elastoplastiche: caso monodimensionale

- Ciclo completo isteretico
- Dissipazione in un processo elasto-plastico chiuso

$$W_d = \oint F dl = \oint A_0 \sigma l_0 d\varepsilon = A_0 l_0 \oint \sigma d\varepsilon = A_0 l_0 W_d$$

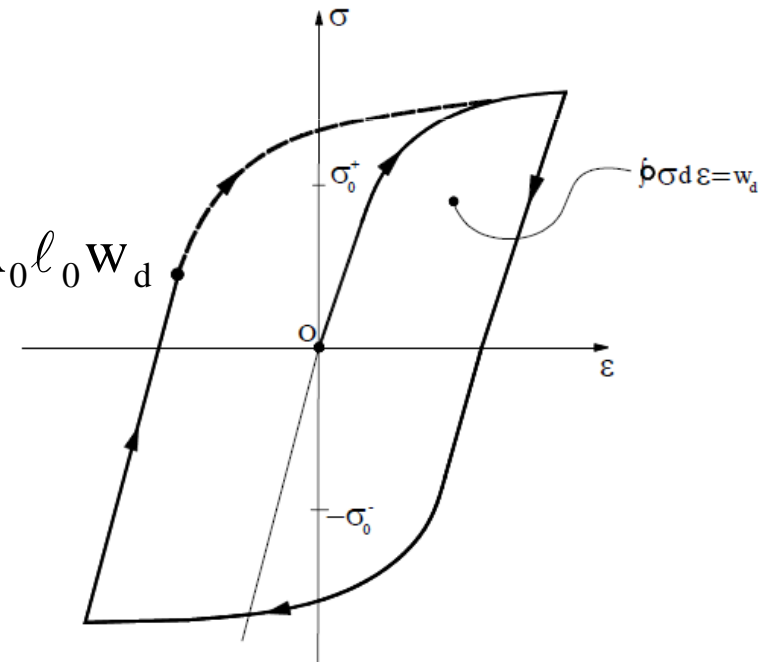
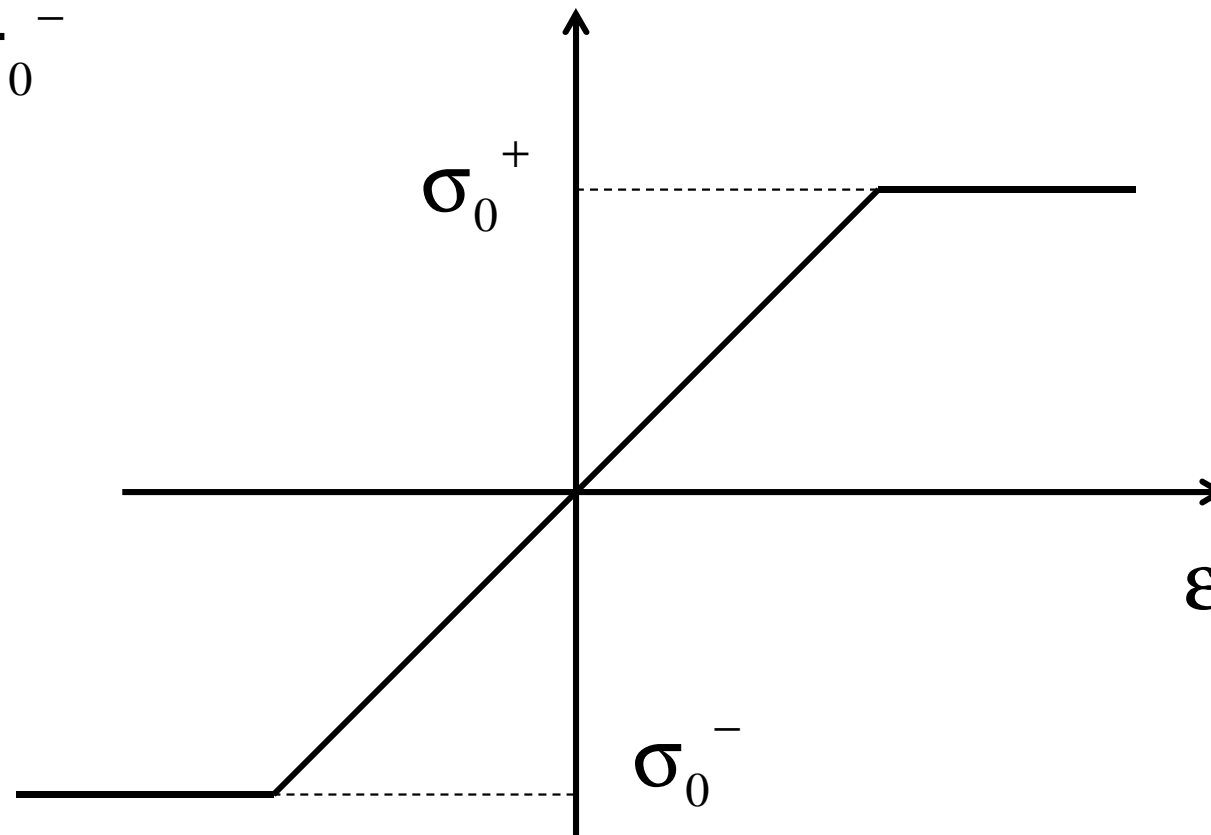


Fig.1.3

# Analisi incrementale di strutture elastoplastiche: caso monodimensionale

**Acciaio: il limite di snervamento a trazione e' uguale a quello in compressione**

$$\sigma_0^+ = \sigma_0^-$$



# Analisi incrementale di strutture elastoplastiche: caso monodimensionale: attrito

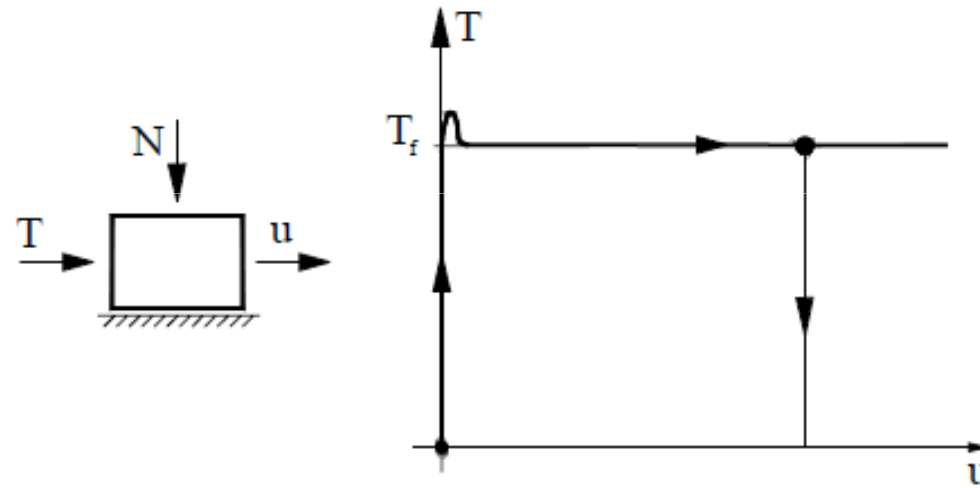


Fig.1.5

# Modello costitutivo elasto-plastico

- Ipotesi di base
- Le deformazioni plastiche sono raggiunte per  $\sigma$  uguale a  $\sigma_0$
- La deformazione si scrive in forma additiva come somma della parte elastica  $\varepsilon_e$  e di quella plastica irreversibile  $\varepsilon_p$

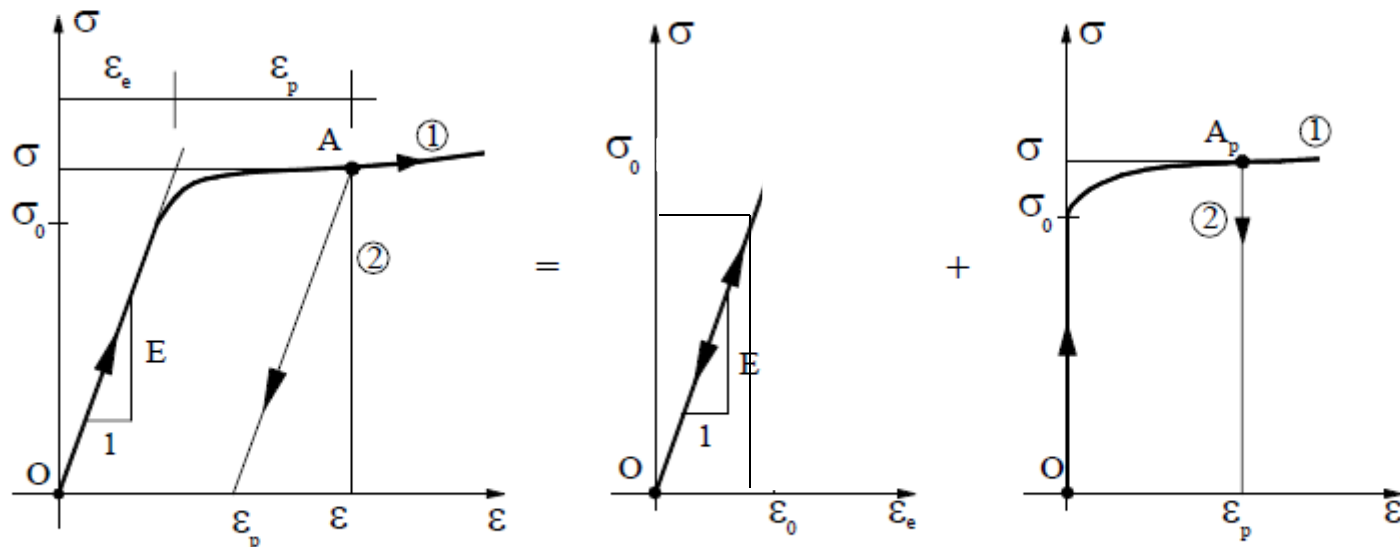
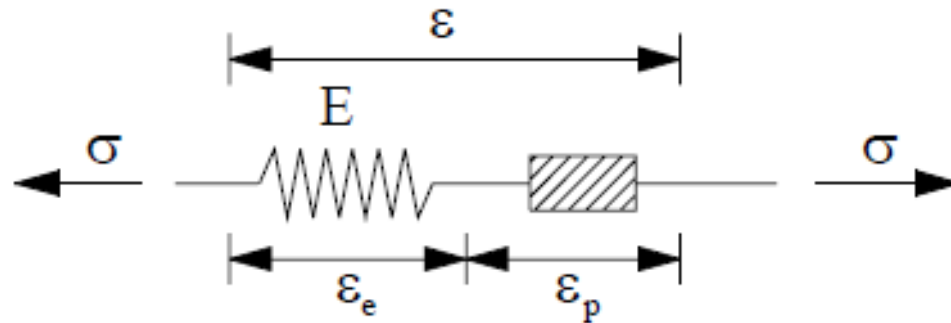
$$\varepsilon = \varepsilon_e + \varepsilon_p$$

- Lo stress applicato dipende linearmente dalla deformazione elastica attraverso il modulo di Young  $E$

$$\sigma = E\varepsilon_e = E(\varepsilon - \varepsilon_p)$$

# Modello costitutivo elasto-plastico

$$\sigma = E (\varepsilon - \varepsilon_p)$$



Rate of dissipation per unit volume  $D = \sigma \dot{\varepsilon}_p$

Fig. 1. /

# Materiale elasto-plastico perfetto

- Lo stress non può superare i limiti di snervamento a trazione e compressione

$$-\sigma_0^- \leq \sigma \leq \sigma_0^+$$

- Ogni valore compreso in tale intervallo è plasticamente ammissibile

- Nei metalli  $\sigma_0^+ = \sigma_0^- = \sigma_0$

- E la condizione di ammissibilità plastica diventa

$$|\sigma| \leq \sigma_0$$

- Allora lo snervamento ha luogo solo se la condizione di snervamento

$$\phi = |\sigma| - \sigma_0 = 0$$

Dove  $\phi$  è la funzione di snervamento

# Materiali elasto-plastico perfetto

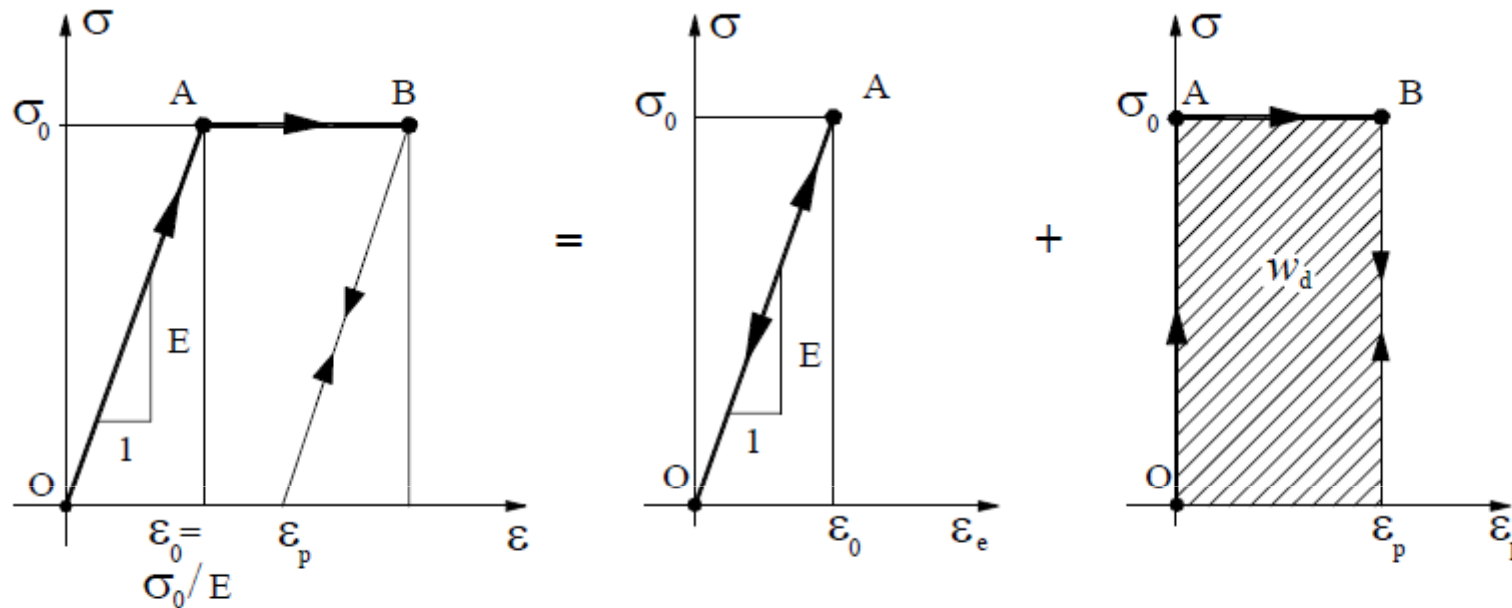


Fig.1.8

## Dissipazione plastica

$$w_d = \int_{t_A}^{t_B} \sigma \dot{\epsilon} dt = \int_{t_A}^{t_B} \sigma d\epsilon_p$$



# Risposta ciclica

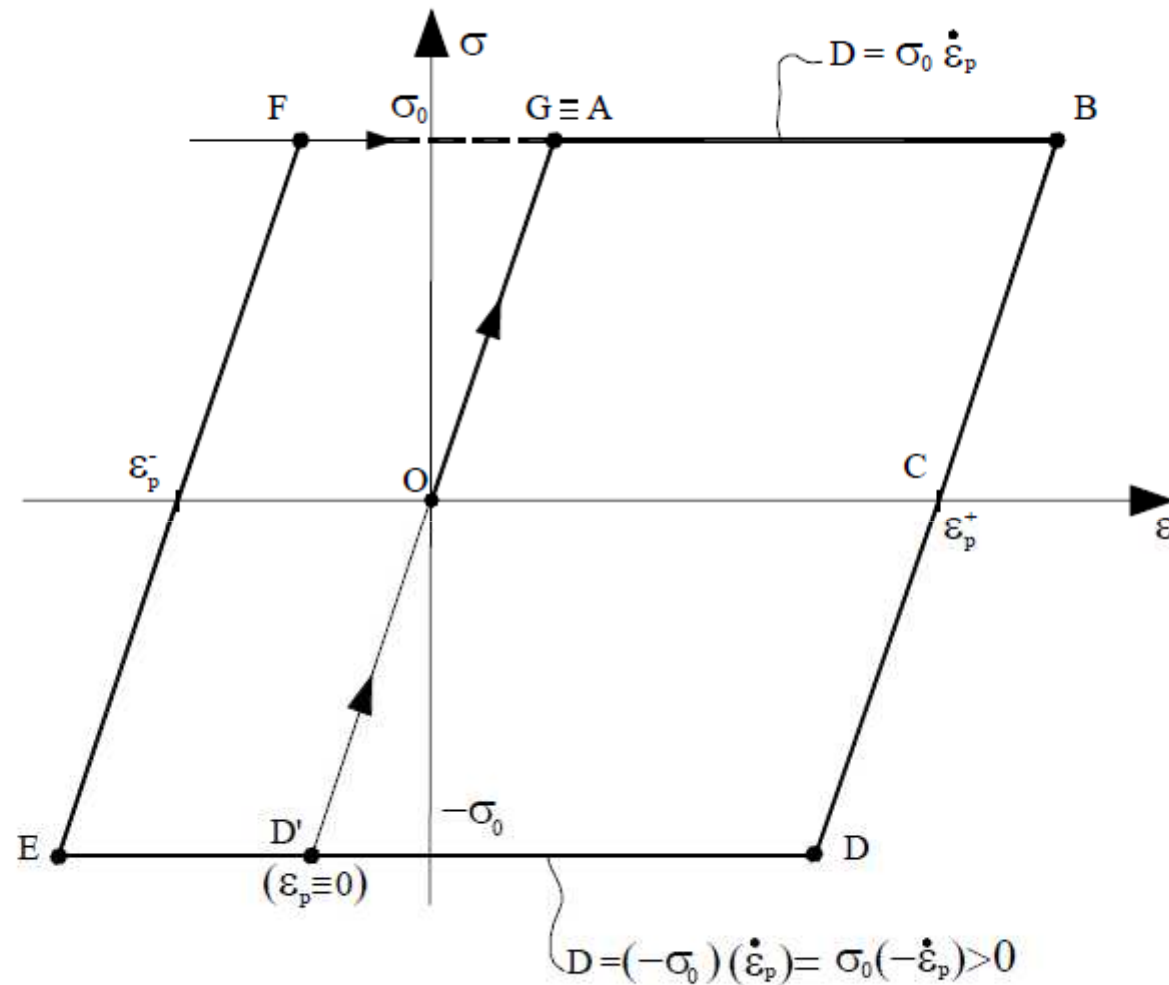


Fig.1.9

In un processo chiuso A-G la dissipazione per unità di volume è  $w_d = 2\sigma_0(\epsilon_p^+ - \epsilon_p^-)$ .

# Materiale elasto-plastico rigido perfetto

Hypothesis:  $\varepsilon_e = 0$

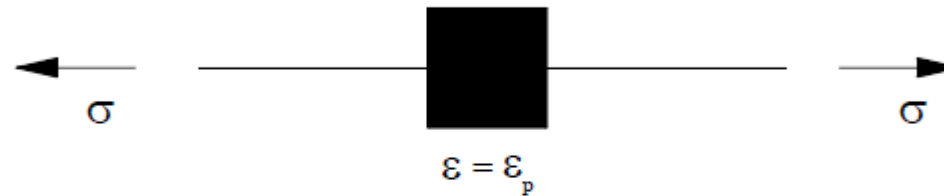
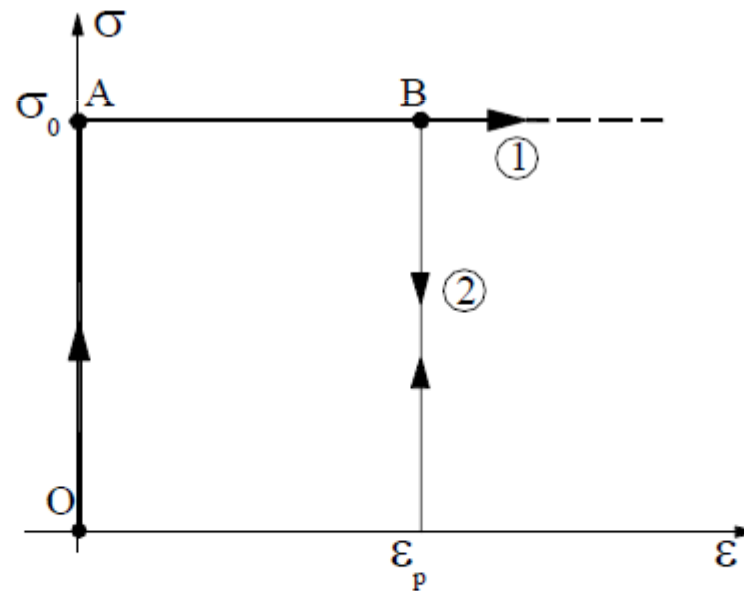
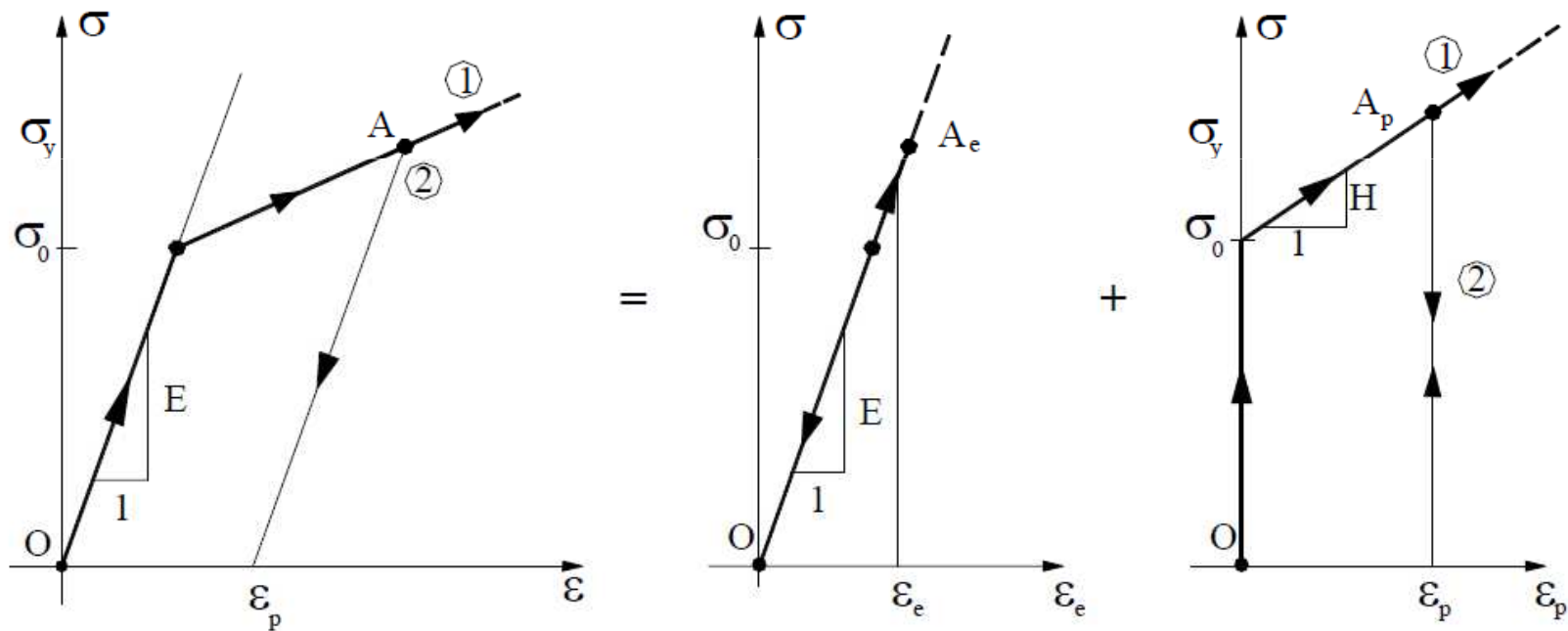


Fig.1.10



# Materiale elasto-plastico con incrudimento (hardening) lineare

Lo stress di snervamento dipende dalla deformazione permanente



# Hardening lineare

- Hardening lineare

$$\sigma_y = \sigma_0 + H\varepsilon_p \quad H[\text{F}/\text{L}^2]$$

- Funzione di snervamento

$$\phi = \sigma - \sigma_y = \sigma - \sigma_0 - H\varepsilon_p \quad \text{per } \varepsilon_p > 0$$

- $H=0 \rightarrow$  Materiale elasto-plastico perfetto

- $H=0, E \rightarrow \infty \rightarrow$  modello rigido plastico

- Incrudimento cinematico, lo stress varia entro il range

Trazione  $\sigma < \sigma_y^+ = \sigma_0 + H\varepsilon_p$

Compressione  $\sigma > -\sigma_y^- = -\sigma_0 + H\varepsilon_p$

# Hardening lineare

**Ammissibilità plastica**

$$-\sigma_0 + H\varepsilon_p \leq \sigma \leq \sigma_0 + H\varepsilon_p$$

**Funzione di snervamento**

$$\phi = |\sigma - H\varepsilon_p| - \sigma_0 \leq 0$$

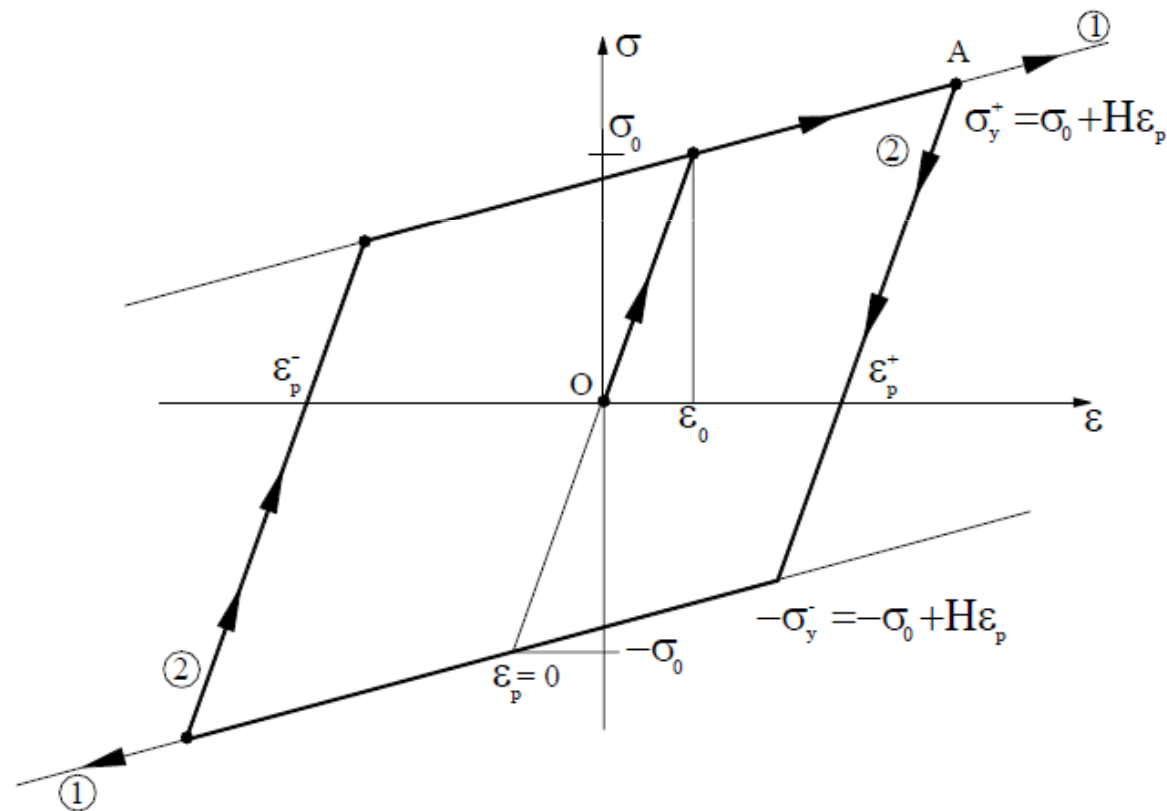


Fig.1.14

# Hardening lineare

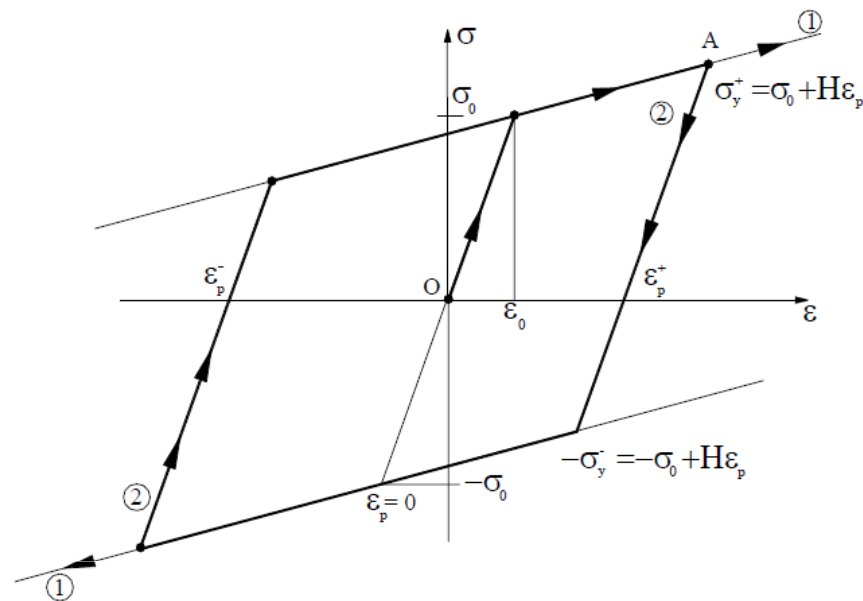


Fig.1.14

Le equazioni costitutive in uno stato elastoplastico deve tenere conto di due possibili evoluzioni

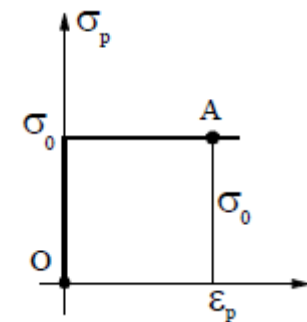
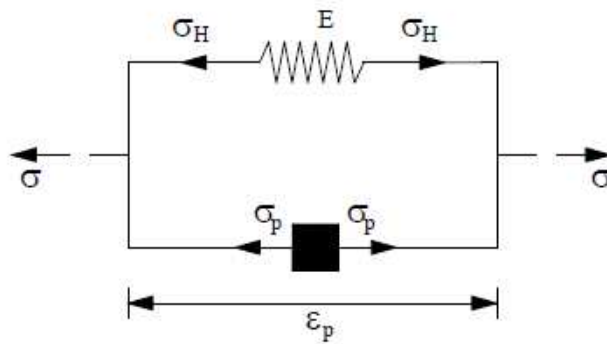
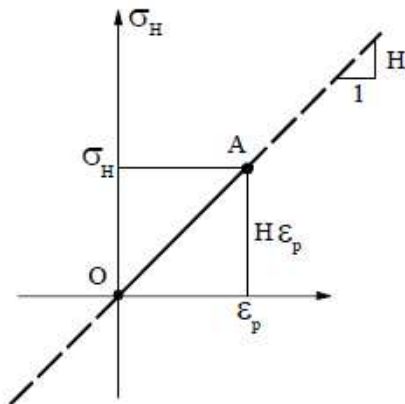
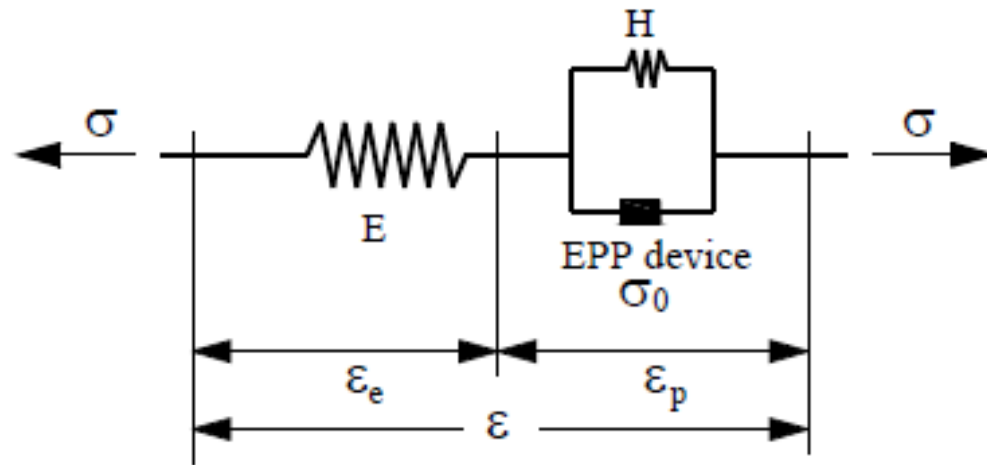
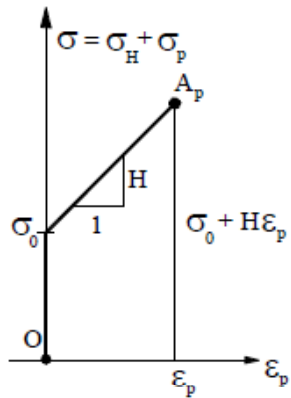
1- deformazione elastoplastica

2 - scarico elastico

Occorre formulare il problema in forma incrementale

La risposta dipende dal percorso e si dice che il legame costitutivo è non-olonomo

# Modello reologico di Hardening lineare



$$\sigma = \sigma_H + \sigma_p$$

# Forma incrementale delle equazioni costitutive elasto-plastiche

Scriviamo lo stress e la deformazione in forma incrementale

$$\dot{\sigma} = \frac{d\sigma}{dt}, \quad \dot{\varepsilon} = \frac{d\varepsilon}{dt}$$

Dove  $t$  rappresenta un parametro di carico crescente non necessariamente coincidente col tempo

La forma incrementale delle equazioni costitutive è caratterizzata da:

**Additività delle deformazioni**

$$\dot{\varepsilon} = \dot{\varepsilon}_e + \dot{\varepsilon}_p$$

**Risposta elastica**

$$\dot{\sigma} = E\dot{\varepsilon}_e = E(\dot{\varepsilon} - \dot{\varepsilon}_p)$$



# Condizioni di carico scarico

Se  $\phi < 0 \Rightarrow$  risposta elastica  $\dot{\sigma} = E\dot{\varepsilon}$ ,  $\dot{\varepsilon} = \dot{\varepsilon}_e$ ,  $\dot{\varepsilon}_p = 0$

**Se  $\phi=0$  risposta elasto-plastica, dipende dall'evoluzione di  $\phi$  e dunque da**

$$d\phi = \dot{\phi}dt = \left( \frac{\partial\phi}{\partial\sigma} \dot{\sigma} + \frac{\partial\phi}{\partial\varepsilon_p} \dot{\varepsilon}_p \right) dt$$

$$\dot{\phi} = \frac{\partial\phi}{\partial\sigma} \dot{\sigma} + \frac{\partial\phi}{\partial\varepsilon_p} \dot{\varepsilon}_p$$

# Condizioni di carico-scarico

Se  $\dot{\phi} < 0 \Rightarrow$  Scarico elastico,  $\dot{\varepsilon}_p = 0$ ,  $\dot{\sigma} = E\dot{\varepsilon}$

Se  $\dot{\phi} = 0 \Rightarrow$  deformazione plastica,  $\dot{\varepsilon}_p \neq 0$

## Legge di flusso

$$\dot{\varepsilon}_p = \left( \frac{\partial \phi}{\partial \sigma} \right) \dot{\lambda}, \quad \dot{\lambda} \geq 0 \quad \text{moltiplicatore plastico}$$

$$n = \frac{\partial \phi}{\partial \sigma}, \quad h = \frac{\partial \phi}{\partial \varepsilon_p}$$

$$\dot{\phi}(\sigma, \varepsilon_p) = n\dot{\sigma} + hn\dot{\lambda} = n \left[ E\dot{\varepsilon} - (En - h)\dot{\lambda} \right] = 0$$

$$\Rightarrow \dot{\lambda} = \frac{E}{En - h} \dot{\varepsilon}, \quad \dot{\varepsilon}_p = \frac{En}{En - h} \dot{\varepsilon}, \quad \dot{\sigma} = E \left[ 1 - \frac{En}{En - h} \right] \dot{\varepsilon}.$$

# Materiale EP perfetto

$$\dot{\phi}(\sigma) = |\sigma| - \sigma_0 \quad n = \frac{\partial \phi}{\partial \sigma} = \frac{\sigma}{|\sigma|} \quad h = \frac{\partial \phi}{\partial \varepsilon_p} = 0$$

If  $\dot{\phi} = \frac{\partial \phi}{\partial \sigma} \dot{\sigma} = \frac{\sigma \dot{\sigma}}{|\sigma|} = 0$ , then

$$\lambda = \frac{\sigma}{|\sigma|} \dot{\varepsilon} > 0, \quad \dot{\varepsilon}_p = \dot{\varepsilon}, \quad \dot{\sigma} = 0$$

# Materiali EP incrudente

$$\phi = |\sigma - H\varepsilon_p| - \sigma_0, \quad n = \frac{\sigma - H\varepsilon_p}{|\sigma - H\varepsilon_p|}, \quad h = -nH$$

$$\dot{\lambda} = \frac{\sigma - H\varepsilon_p}{|\sigma - H\varepsilon_p|} \left[ \frac{E}{E+H} \right] \dot{\varepsilon} > 0, \quad \dot{\varepsilon}_p = \frac{E}{E+H} \dot{\varepsilon}, \quad \dot{\sigma} = E \left[ 1 - \frac{E}{E+H} \right] \dot{\varepsilon} = \frac{EH}{E+H} \dot{\varepsilon}$$

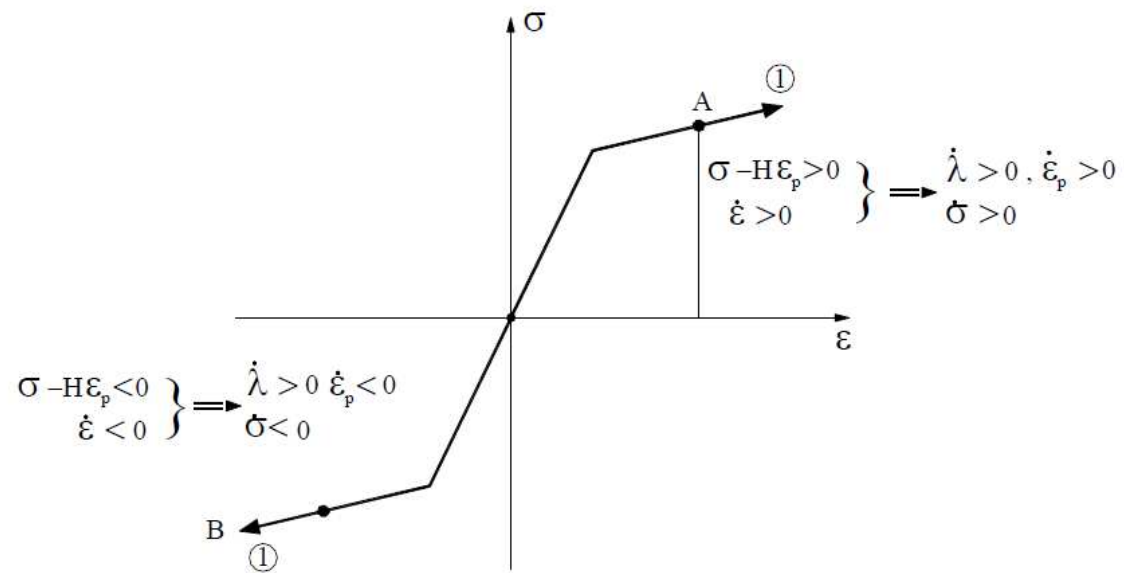
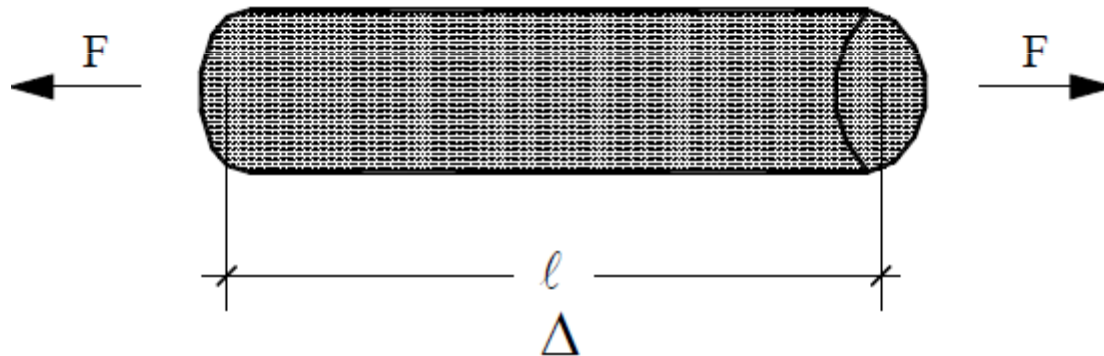


Fig.1.19

# Analisi incrementale EP di reticolari

In ogni asta della reticolare la tensione è uniforme, così lo snervamento plastico inizia simultaneamente in ogni punto dell'asta



# Analisi incrementale EP di reticolari

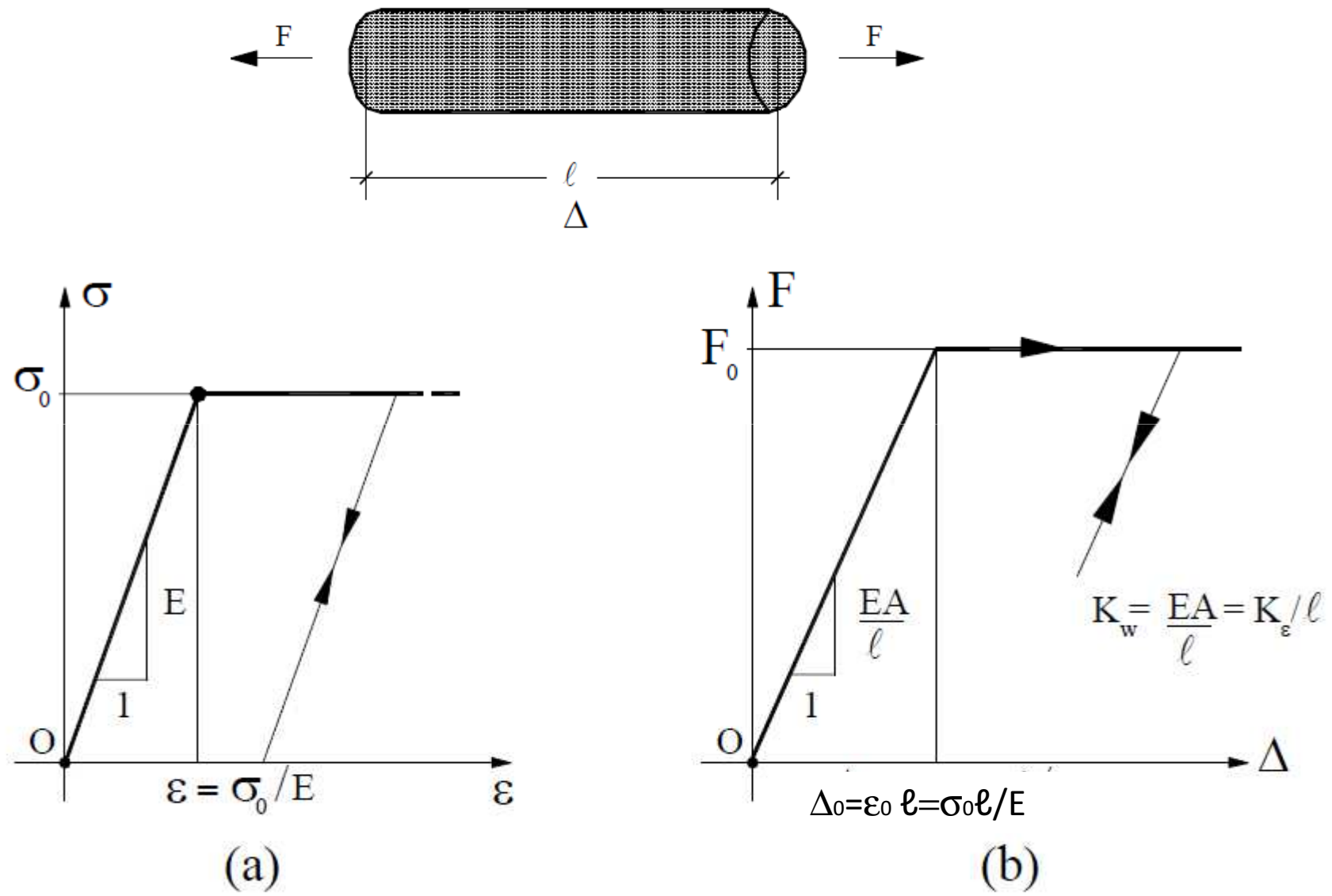
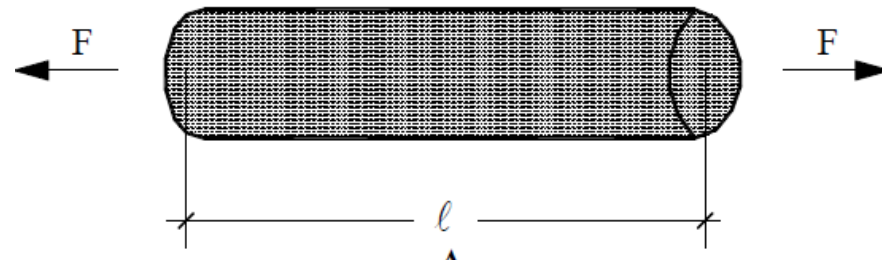


Fig.1.21

# Analisi incrementale EP di reticolari



**Definite le variabili**

$\sigma = F/A$  **Stress**  
**trazione**

$\varepsilon = \Delta/l_0$  **Deformazione assiale**

- **Funzione di snervamento**

$$\phi(F) = |F| - F_0 \leq 0$$

- **Estensioni additive**

$$\Delta = \Delta_e + \Delta_p$$

- **Elasticità**  $F = \frac{EA}{\rho} \Delta_e = K_w \Delta_e = K_w (\Delta - \Delta_p)$

- **Risposta elastica**

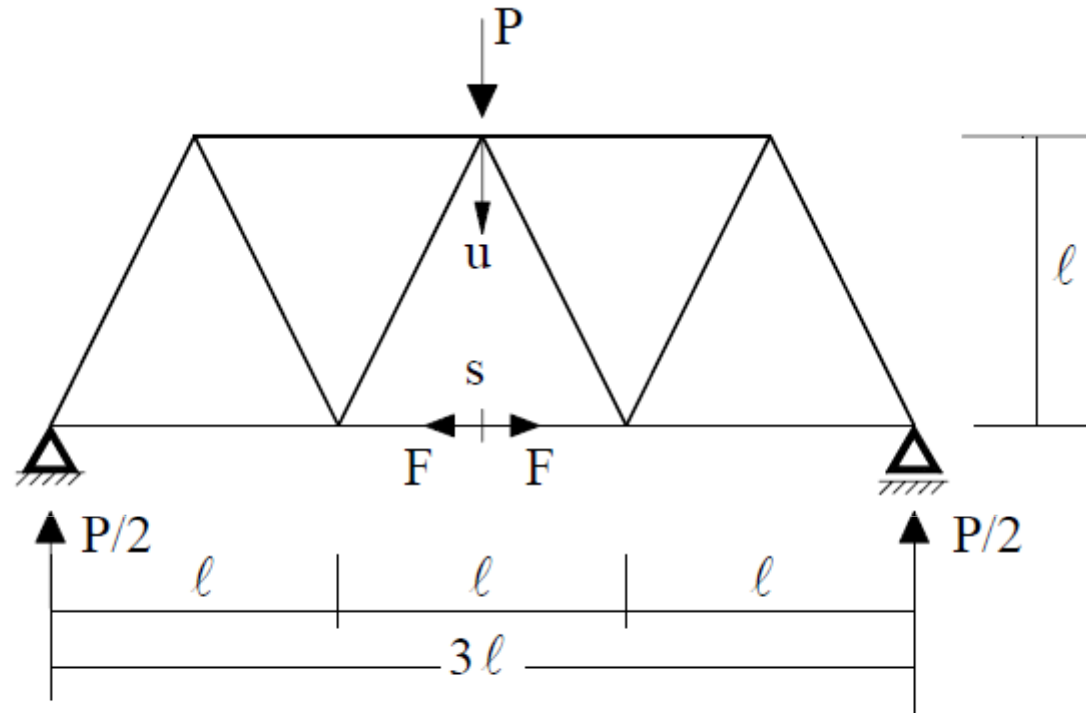
$$\text{If } \phi > 0 \text{ or } \phi = 0 \text{ and } \dot{\phi} < 0 \Rightarrow \dot{\Delta}_p = 0, \dot{F} = K_w \dot{\Delta}$$

- **Risposta plastica**

$$\phi = \dot{\phi} = 0 \Rightarrow \dot{\Delta}_p = \dot{\Delta}, \dot{F} = 0$$

⇒ La reticolare reagisce all'incremento di forza come se l'asta snervata non ci fosse

# Esempio: reticolare isostatica



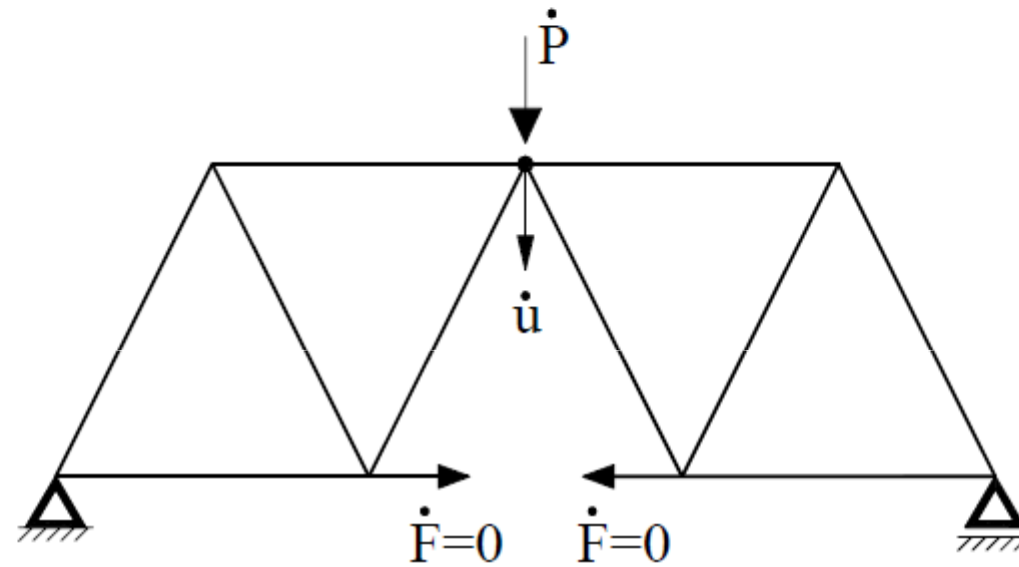
Col metodo di Ritter, nella sezione S

$$F l = \frac{3}{2} l \frac{P}{2} \Rightarrow F = \frac{3}{2} P$$

allo snervamento  $F = F_0 \Rightarrow P_0 = \frac{4}{3} F_0$



# Example: statically determinate EPP truss

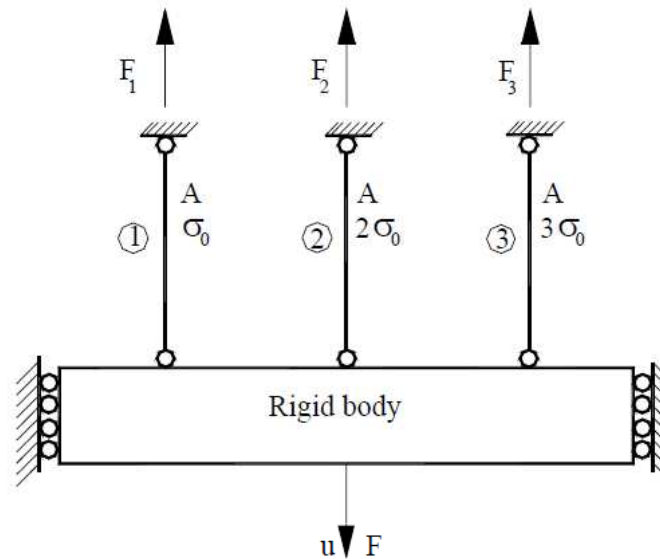


└ L'equilibrio incrementale implica  $\dot{P}=0$

Si instaura un cinematismo

# Esempio: telaio iperstatico

Grado di iperstaticità  $i=2$



- Equilibrio

$$F_1 + F_2 + F_3 = F$$

$$\dot{F}_1 + \dot{F}_2 + \dot{F}_3 = \dot{F}$$

- Compatibilità

$$\Delta_1 = \Delta_2 = \Delta_3 = u$$

- Proprietà costitutive

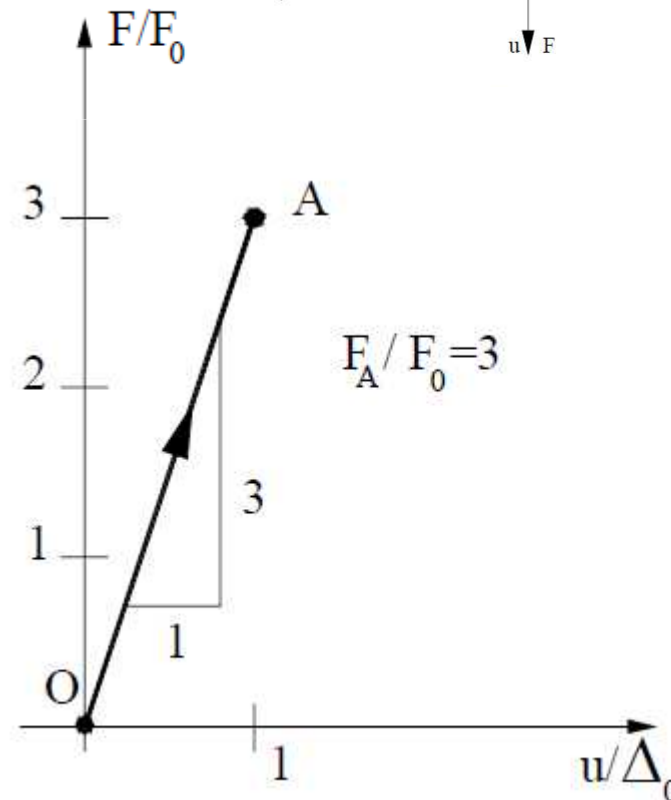
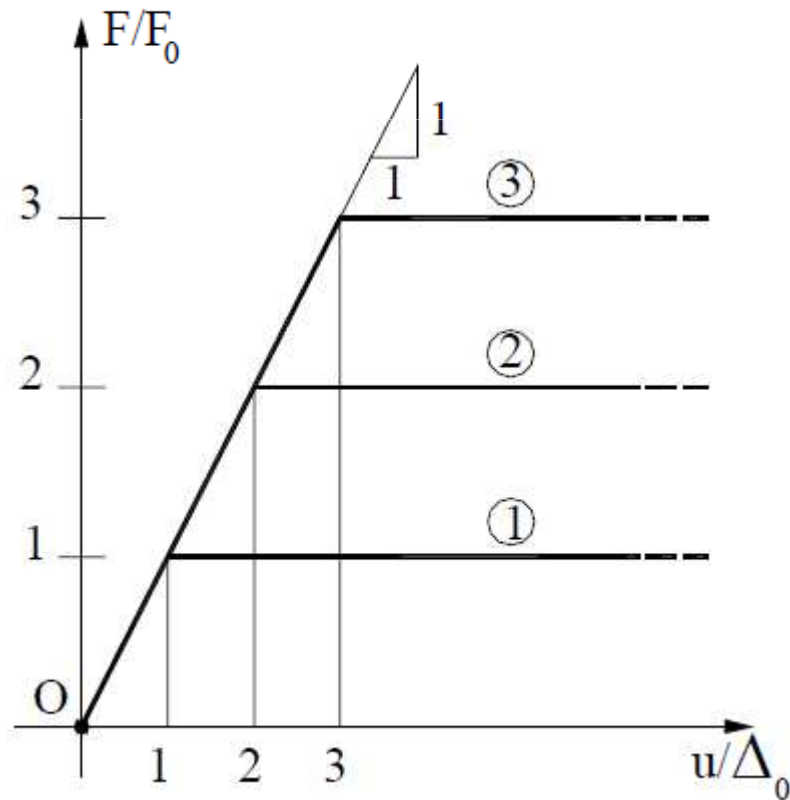
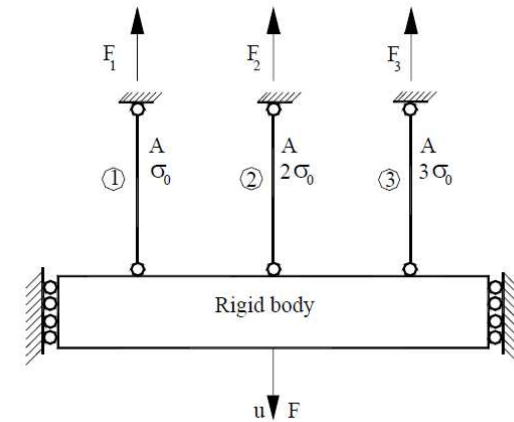
$$E_1 = E_2 = E_3 = E \Rightarrow K_{w_1} = K_{w_2} = K_{w_3} = K$$

$$\sigma_{0_1} = \sigma_0, \sigma_{0_2} = 2\sigma_0, \sigma_{0_3} = 3\sigma_0$$

# Esempio: telaio iperstatico

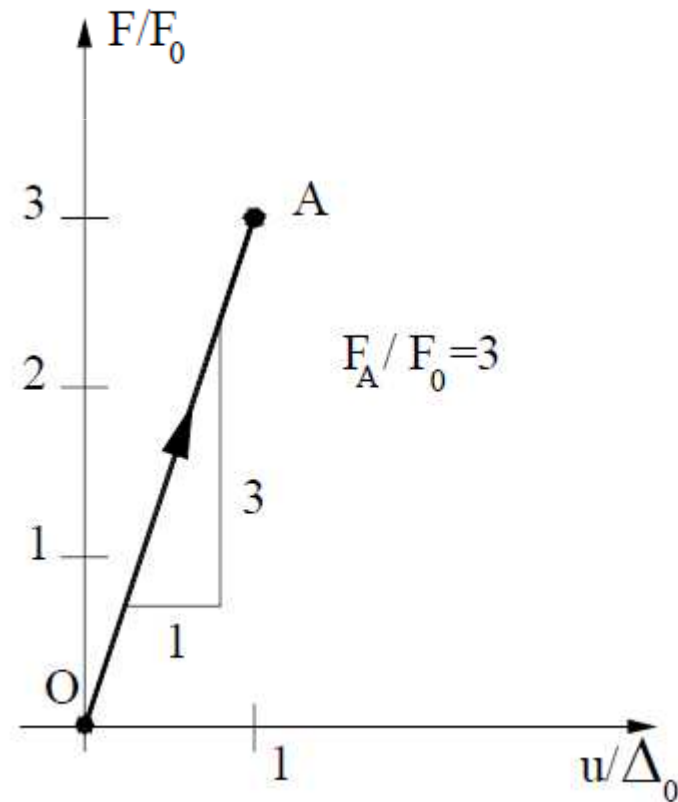
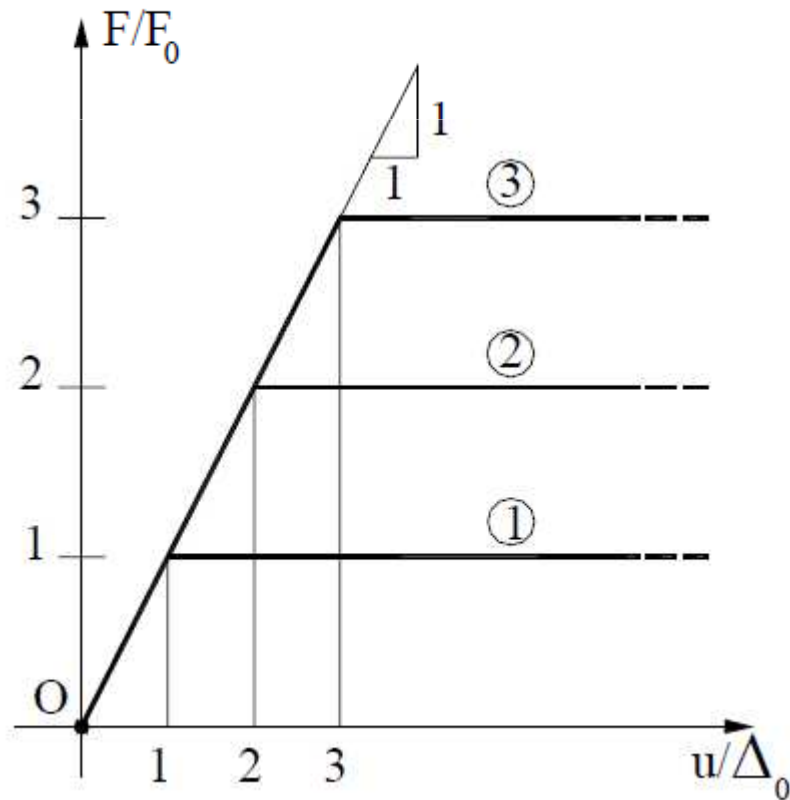
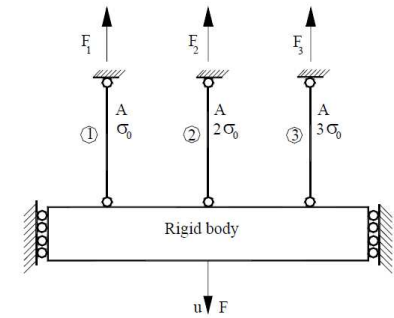
$$\phi_1 = |F_1| - F_0, \quad \phi_2 = |F_2| - 2F_0, \quad \phi_3 = |F_3| - 3F_0$$

$$F_0 = A\sigma_0, \quad \Delta_0 = \sigma_0 \frac{\ell}{E}$$



# Esempio: telaio iperstatico

$$\dot{F} = \dot{F}_1 + \dot{F}_2 + \dot{F}_3 = 3\dot{F}_1 = \frac{3EA}{l} \dot{u} \Rightarrow \boxed{\frac{\dot{F}}{F_0} = 3 \frac{\dot{u}}{\Delta_0}}$$



# Esempio: telaio iperstatico

2- Si snerva la barra 1  $\Delta_0 \leq u \leq 2\Delta_0$

$$\frac{\dot{F}_1}{F_0} = 0, \quad \frac{\dot{F}_2}{F_0} = \frac{\dot{u}}{\Delta_0}, \quad \frac{\dot{F}_3}{F_0} = \frac{\dot{u}}{\Delta_0} \Rightarrow \frac{\dot{F}}{F_0} = 2 \frac{\dot{u}}{\Delta_0}, \quad F_B = 5F_0$$

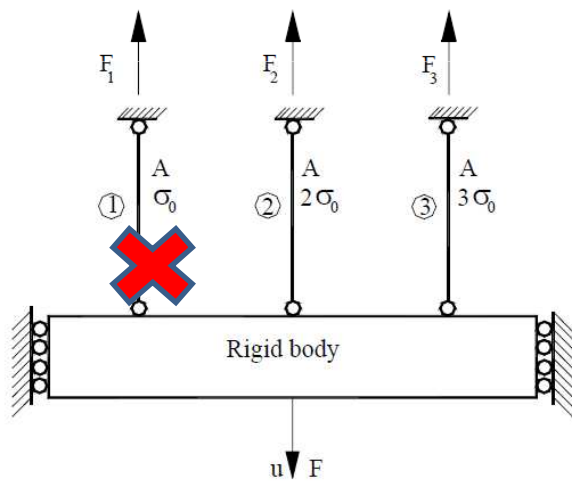


Fig.1.24

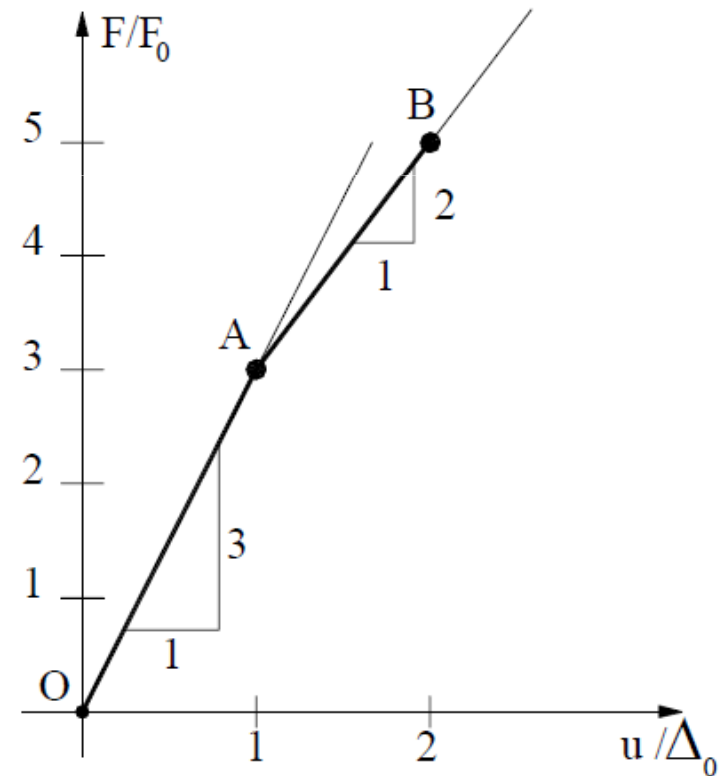


Fig.1.26

# Esempio: telaio iperstatico

3- Si snervano 1+2

$$2\Delta_0 \leq u \leq 3\Delta_0$$

$$\frac{\dot{F}_1}{F_0} = \frac{\dot{F}_2}{F_0} = 0; \frac{\dot{F}_3}{F_0} = \frac{\dot{u}}{\Delta_0} \Rightarrow \frac{\dot{F}_1}{F_0} = \frac{\dot{F}_2}{F_0} = 0, \frac{\dot{F}_3}{F_0} = \frac{\dot{u}}{\Delta_0}$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{\dot{F}}{F_0} = \frac{\dot{u}}{\Delta_0}}, F_c = 6F_0.$$

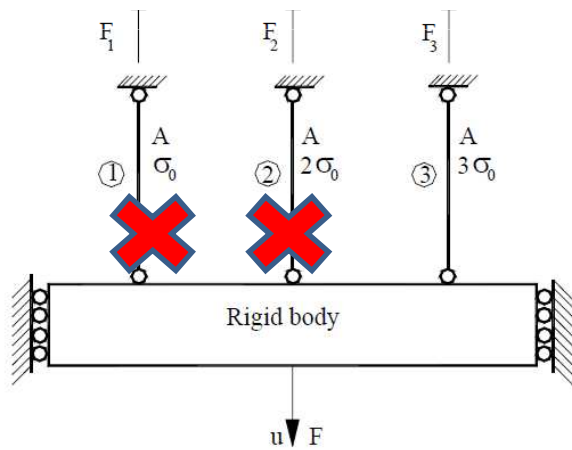
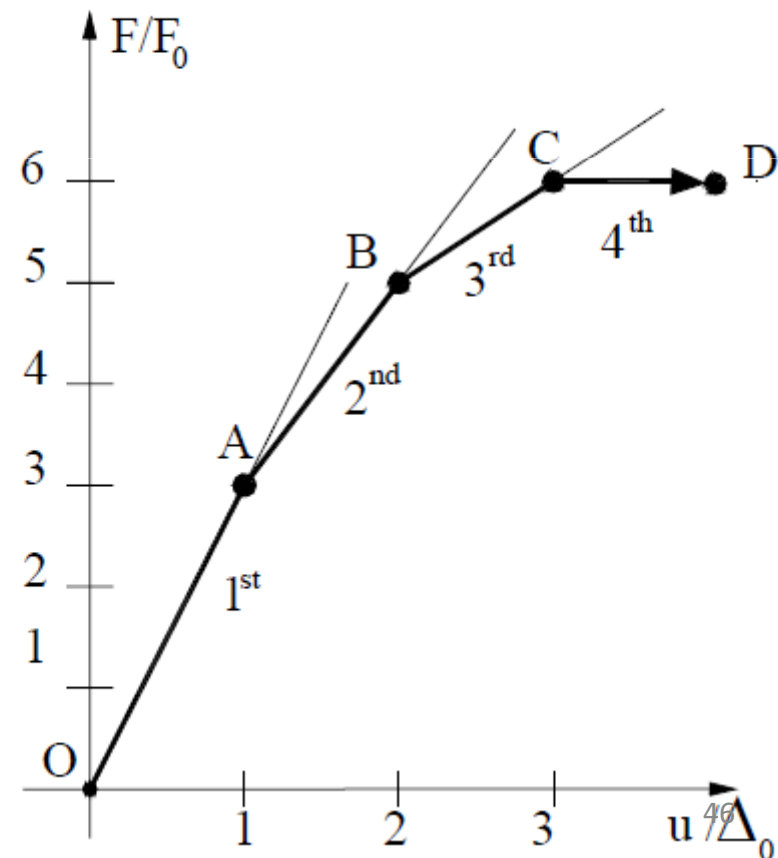


Fig.1.24



# Esempio: telaio iperstatico

## 4- Si snervano 1+2+3

$$u \geq 3\Delta_0$$

$$\dot{F}_1 = \dot{F}_2 = \dot{F}_3 = 0 \Rightarrow \frac{\dot{F}}{F_0} = 0 \Rightarrow \dot{u} > 0 \Rightarrow \underline{\text{Collapse}}$$

(1) Si instaura un cinematismo

$$\forall \dot{u} > 0$$

(2) Incrementi di  $F > 0$  non sono staticamente ammissibili

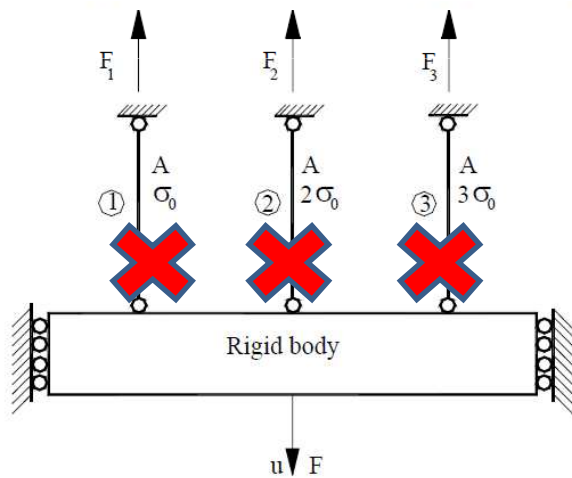
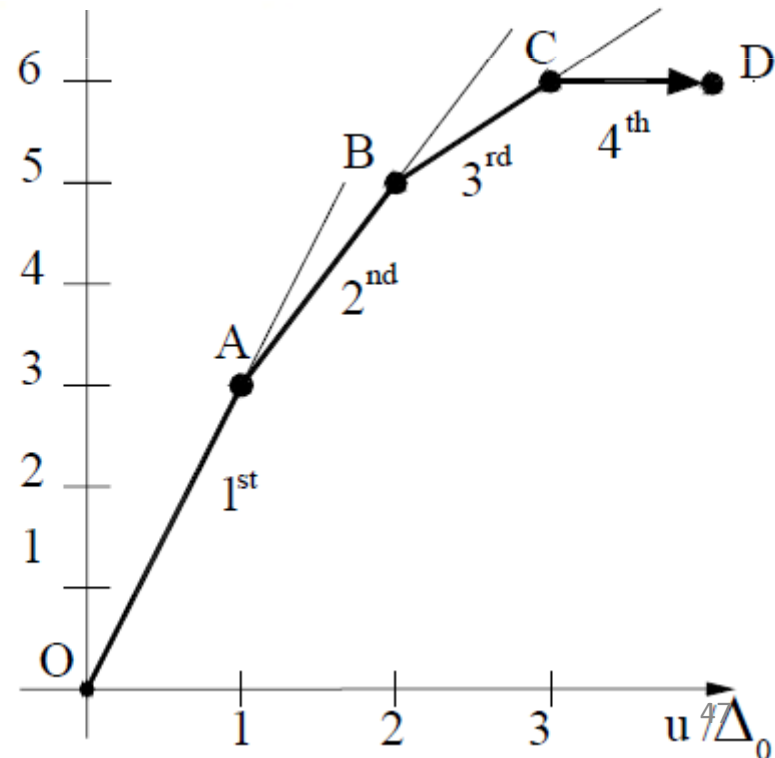
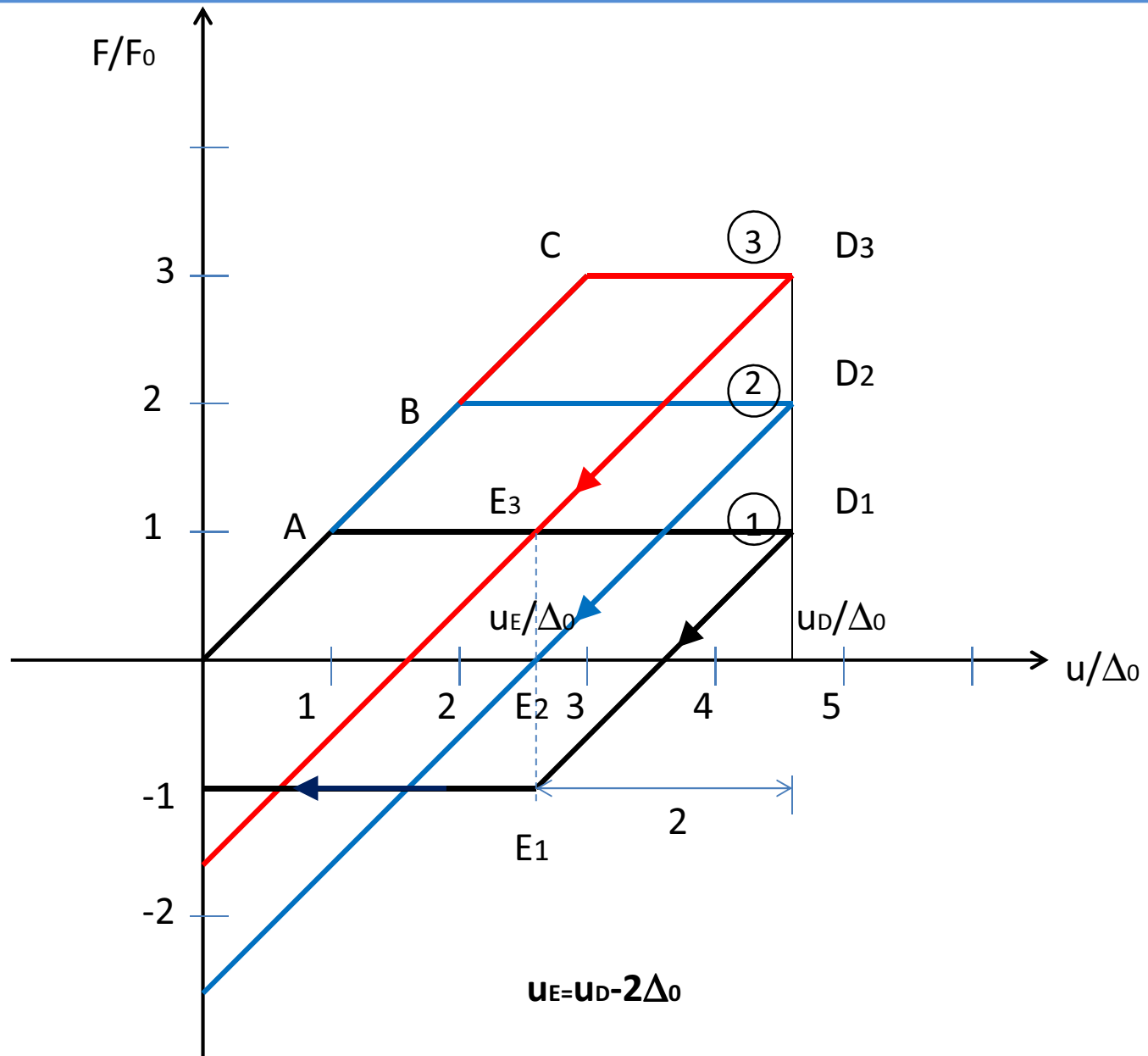


Fig.1.24



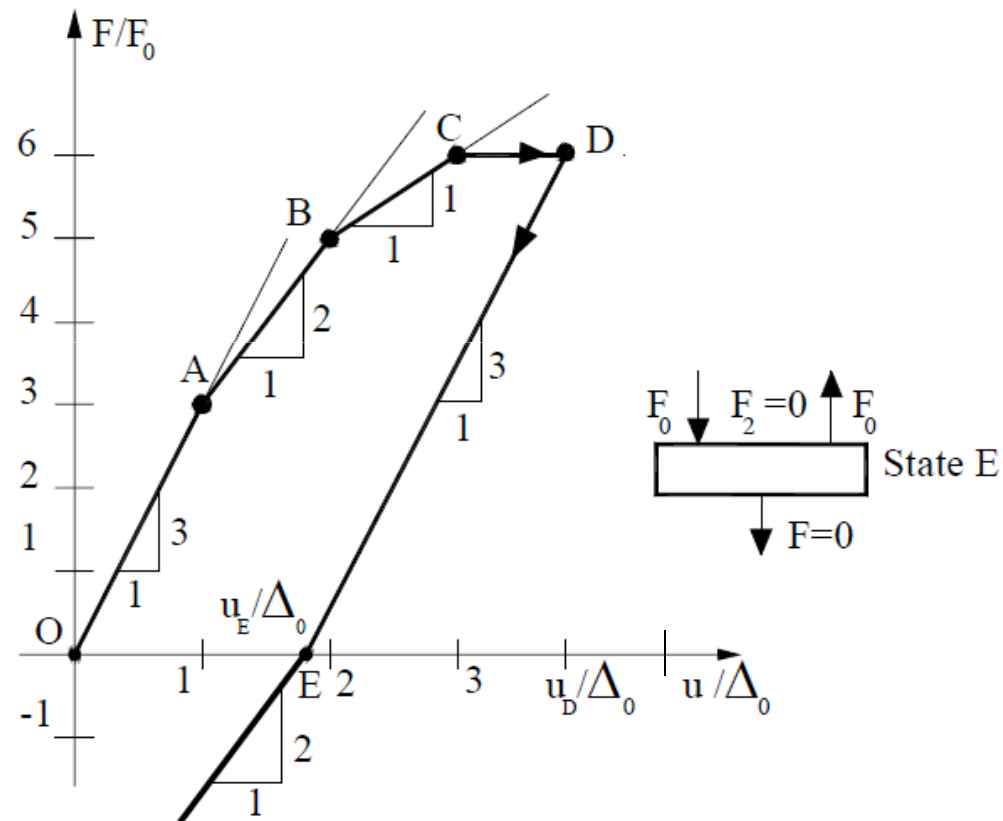
# 5- Scarico-risposta singole aste



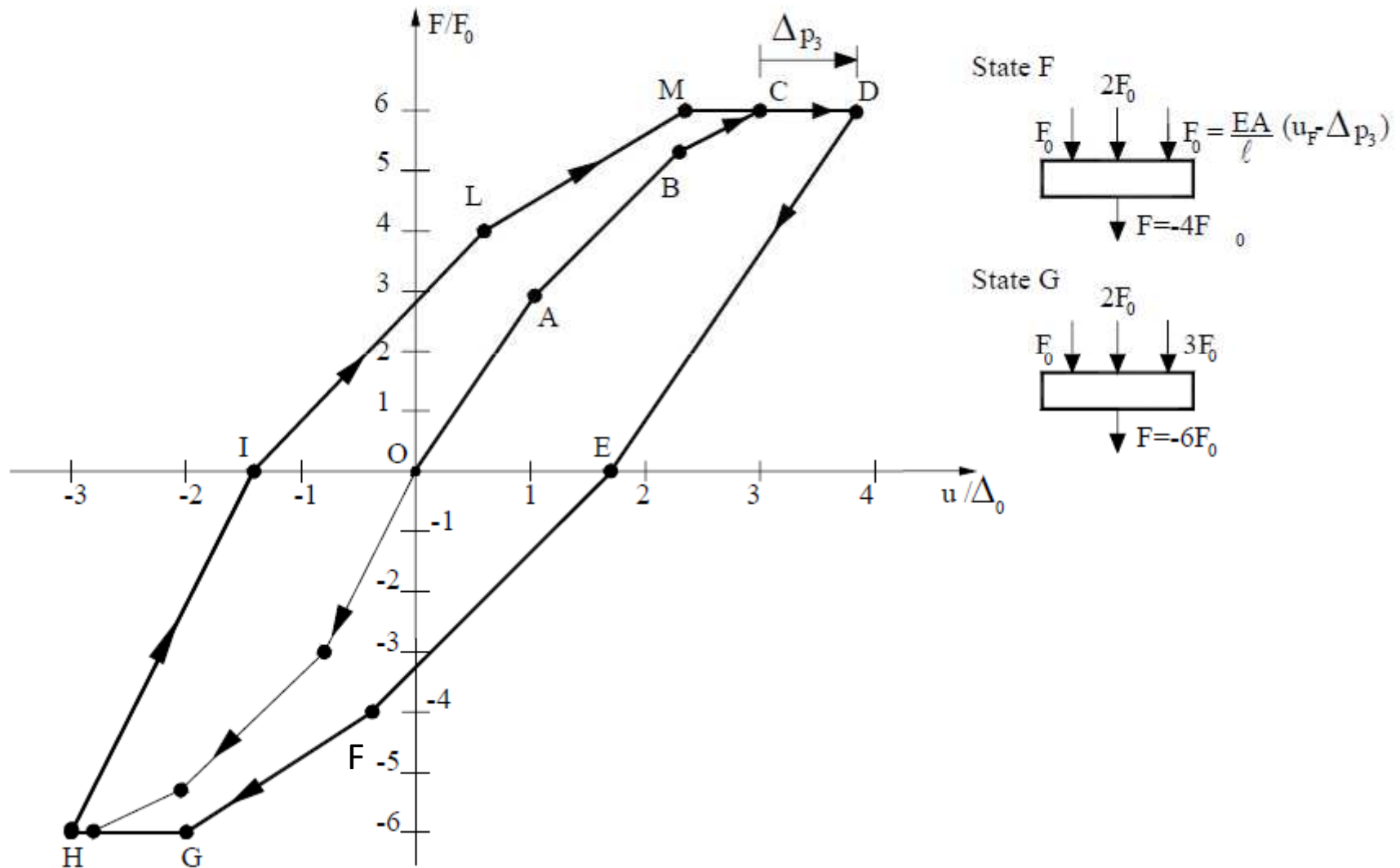


# 5- Scarico-Risposta strutturale

$$u < u_D, \dot{u} < 0$$



# Ciclo di carico-scarico

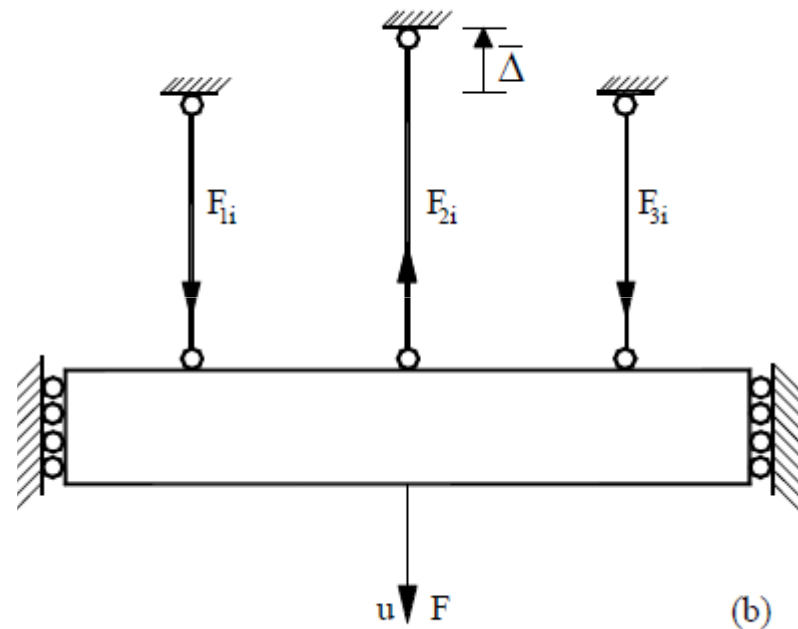


# Influenza di distorsioni sul carico di collasso

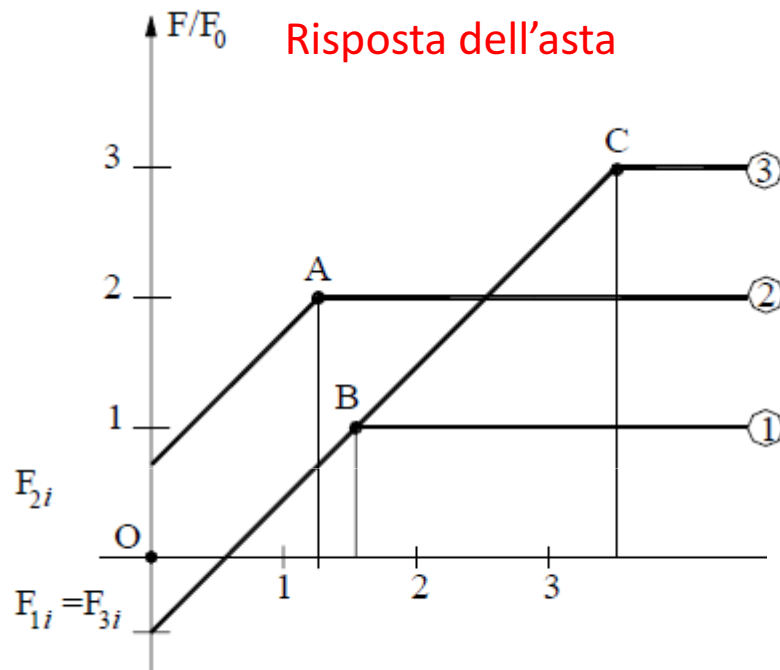
Nella configurazione di riferimento iniziale a sistema scarico

$$F = F_{2i} - F_{1i} - F_{3i} = 0$$

$$F_{3i} = F_{1i} \Rightarrow F_{2i} = 2F_{1i}$$



# Influenza di distorsioni sul carico di collasso



**Rispetto al caso senza coazione la risposta delle singole aste cambia ma il carico di collasso no**

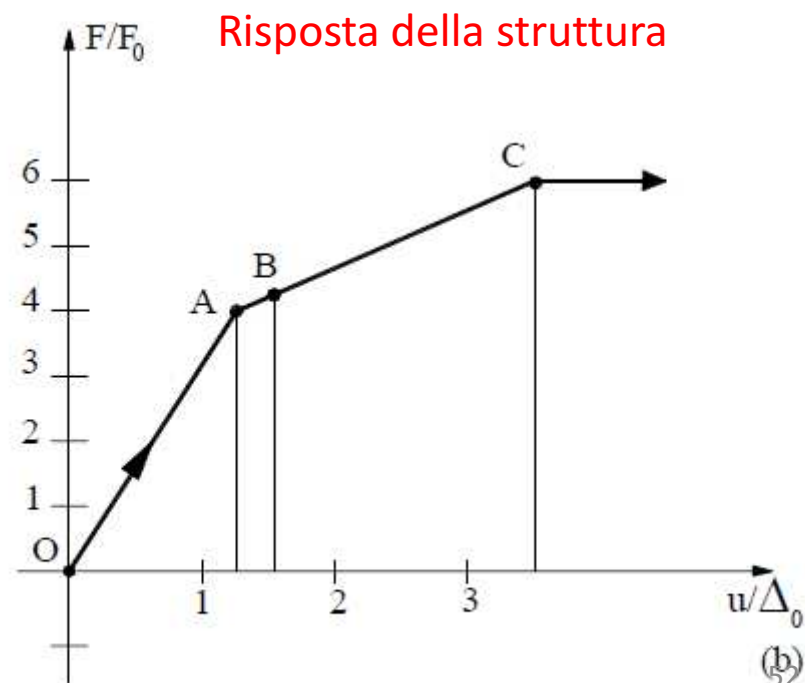


Fig.1.32