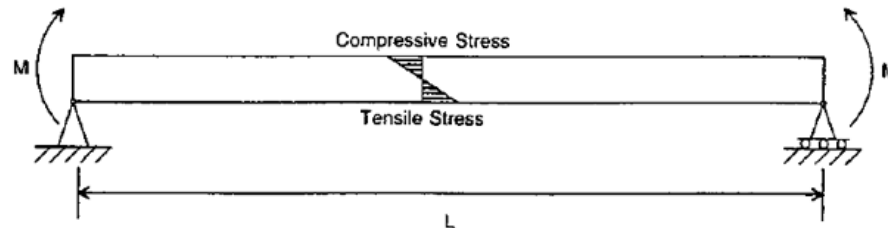


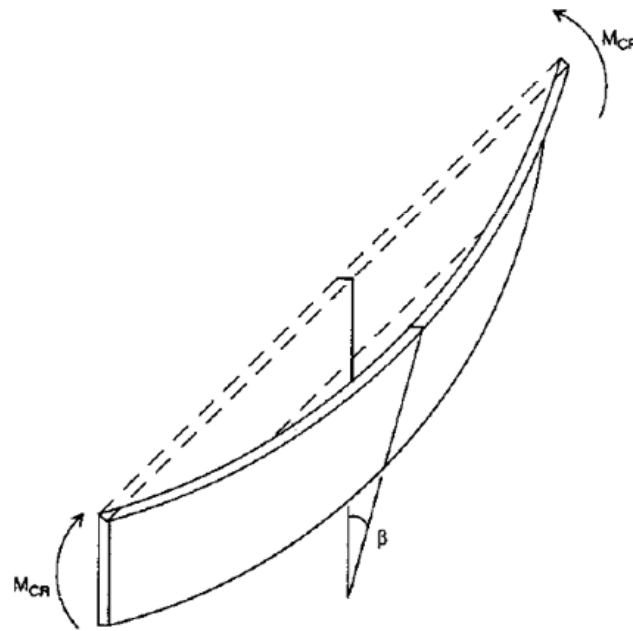
# Stabilità dell'equilibrio elastico: formulazione generale

- **Travi soggette a carico di punta**
- **Instabilità flessio-torsionale**
- **Instabilità per avvitemento (solo torsionale)**
- **Cenni alla teoria di Timoshenko-Vlasov**
- **Effetto delle tensioni normali secondarie**
- **Instabilità di lastre piane**
- **Altri casi di interesse tecnico**

# Esempi di instabilità flessio-torsionale



(a)



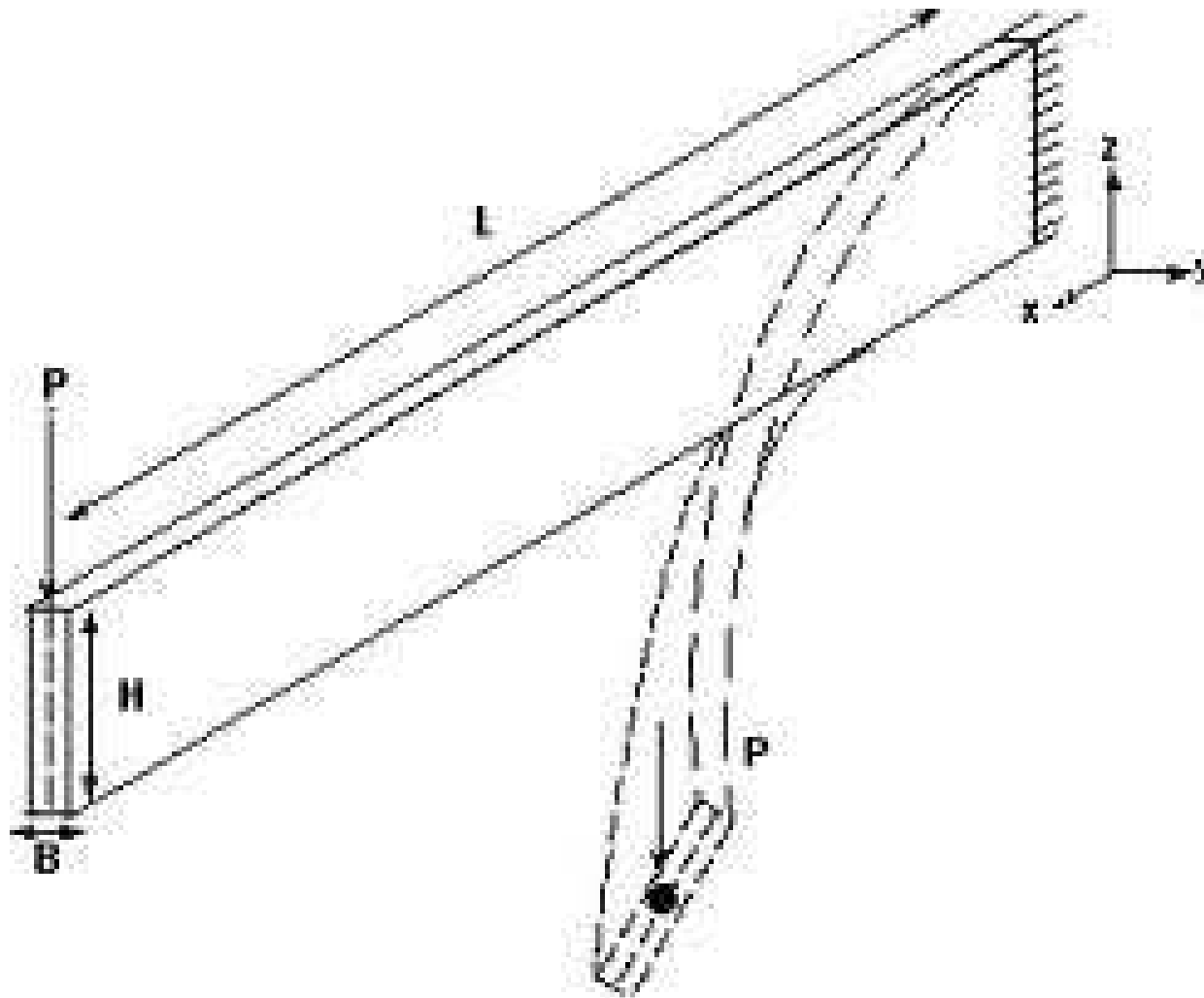
(b)

# Esempi di instabilità flessio-torsionale

**This cantilever beam has no lateral support. It was excessively loaded and experienced lateral torsional buckling. Part of the failure mechanism included local buckling of the compression flange**



# Esempi

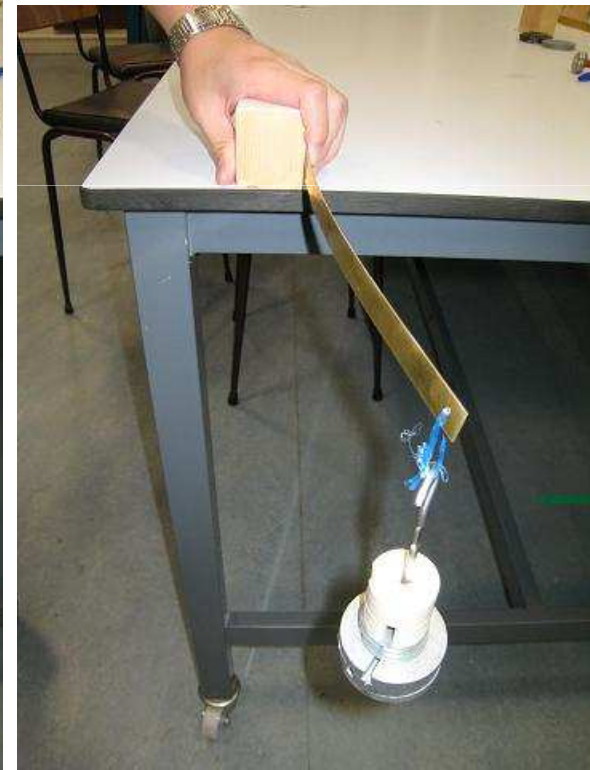


# Esempi di instabilità flessio-torsionale

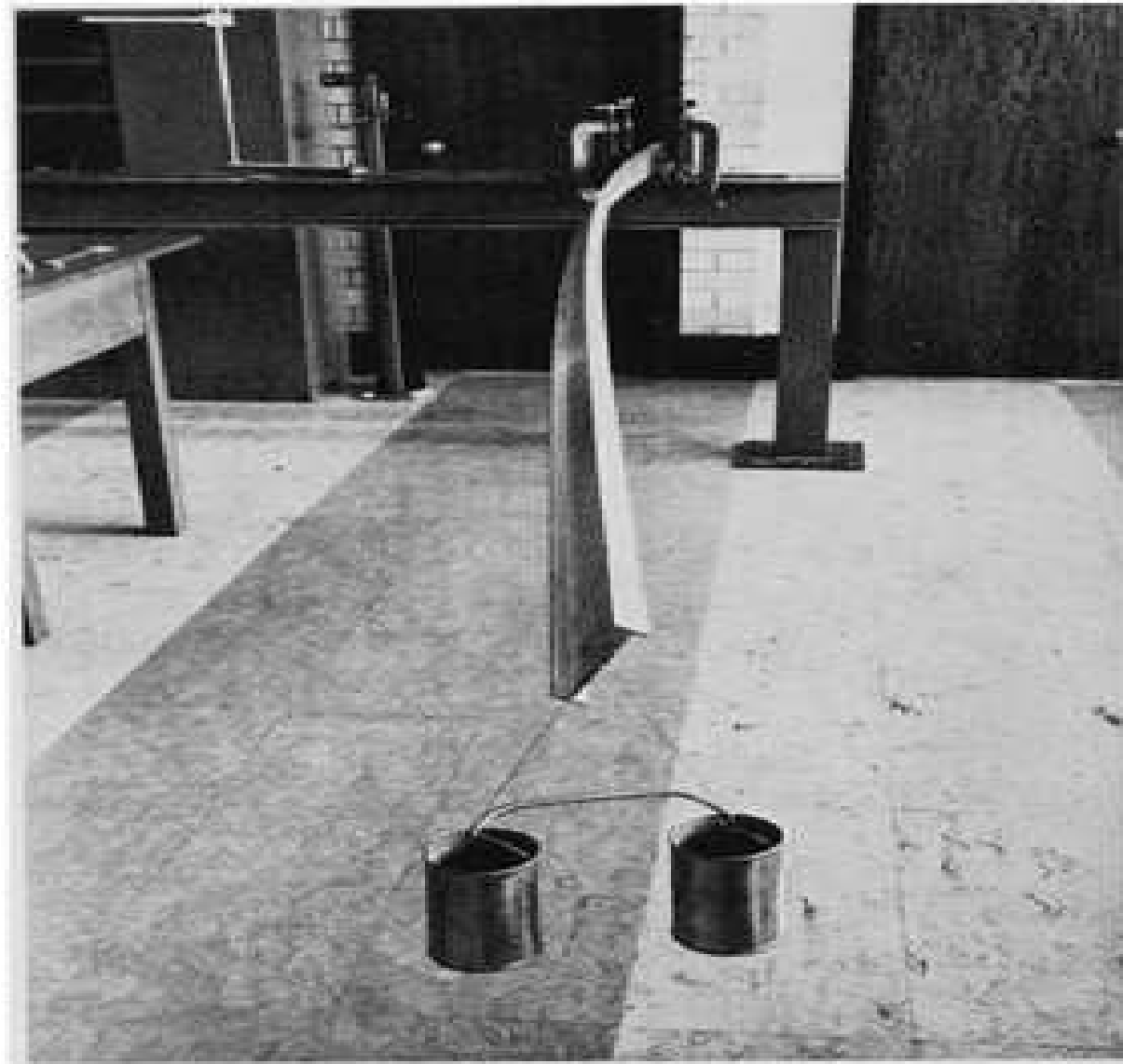


# Esempi di instabilità flessio-torsionale

**This set of models demonstrates the behaviour of lateral buckling of a narrow rectangular beam with different sizes of section**



# Esempi di instabilità flessio-torsionale



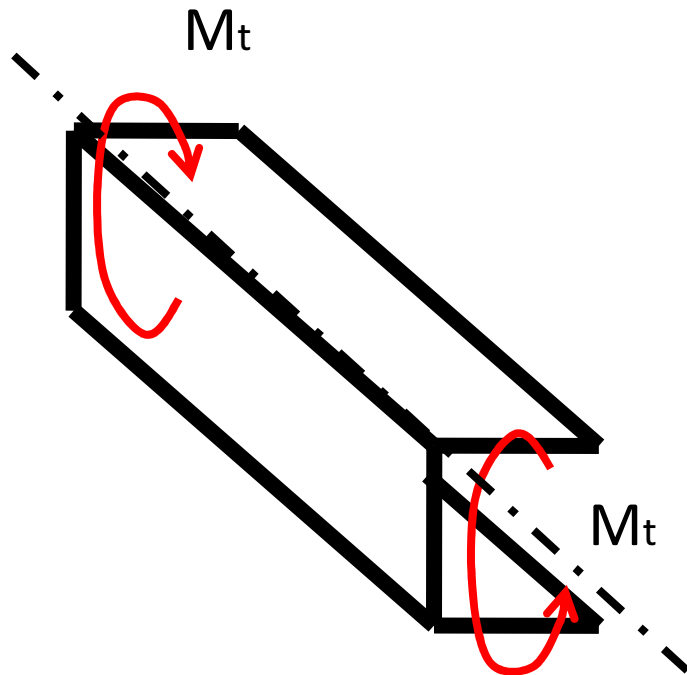
# Esempi di instabilità flessio-torsionale

## Instabilizzazione dei ferri dell'armatura

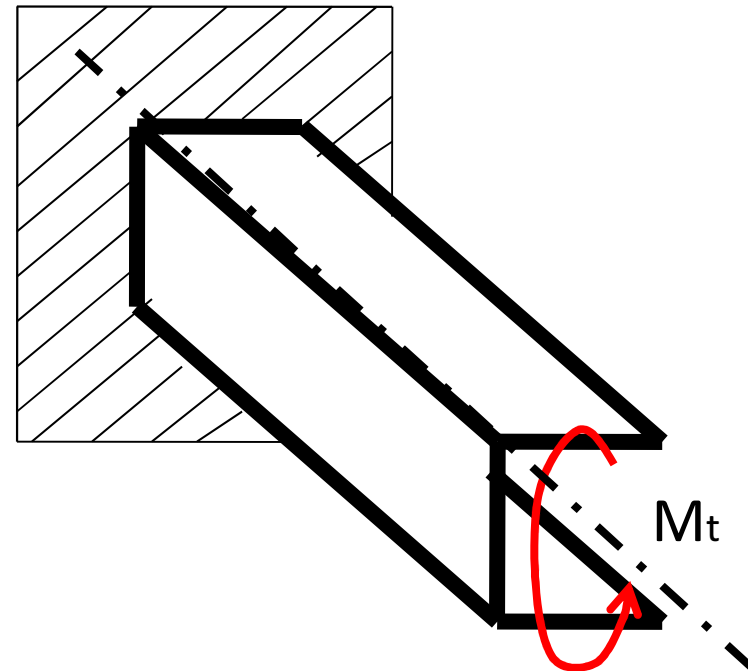




# Cenni alla teoria di Timoshenko- Vlasov

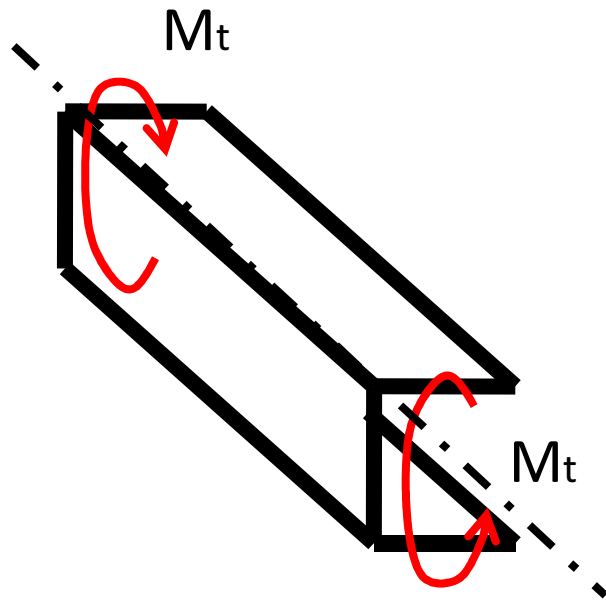


**Ingobbamento: libero**  
**Torsione primaria**  
**Alla Saint Venant**



**impedito**  
**Torsione secondaria**  
**alla Vlasov**

# Cenni alla teoria di Timoshenko-Vlasov



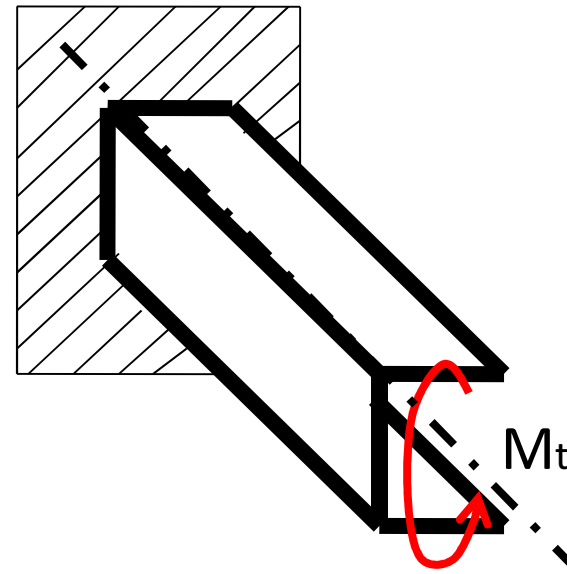
Angolo unitario di torsione

$$\theta' = \text{costante}$$

$$\theta' = \frac{M_t}{GJ_t} \Rightarrow \theta(z) = \theta'z + \theta_0$$

Ingobbamento costante

$$w(s) = \theta' \omega(s)$$



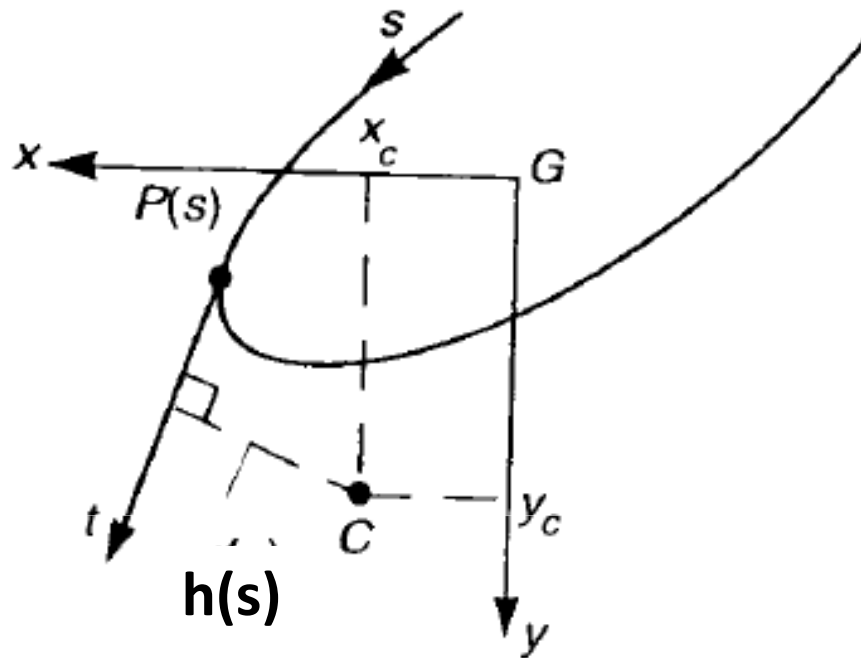
Angolo unitario di torsione variabile

$$\theta'(z) = \frac{M_t(z)}{GJ_t} \Rightarrow M_t(z) = \theta'(z)GJ_t$$

Ingobbamento variabile

$$w(z, s) = \theta'(z) \omega(s)$$

# Cenni alla teoria di Timoshenko-Vlasov



$h(s)$  è la distanza della tangente alla linea d'asse nel punto corrente dal centro di Taglio C. La funzione di ingobbamento è definita come

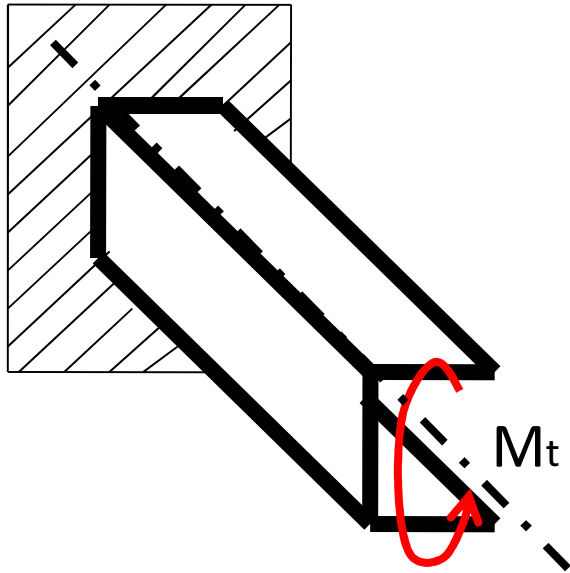
$$\omega(s) = 2(\bar{\Omega} - \Omega(s))$$

$$\Omega(s) = \frac{1}{2} \int_0^s \mathbf{h}(t) dt,$$

$$\Rightarrow d\omega(s) = \mathbf{h}(s) ds$$

$$\bar{\Omega}(s) = \frac{1}{\mathbf{A}} \int_{\mathbf{A}} \Omega d\mathbf{A} = \frac{1}{\mathbf{A}} \oint \mathbf{b}(s) \Omega(s) ds = \frac{1}{2\mathbf{A}} \oint \mathbf{b}(s) \int_0^s \mathbf{h}(t) dt ds$$

# Cenni alla teoria di Timoshenko-Vlasov

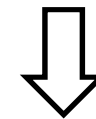


**Ipotesi cinematiche**

- indeformabilità sezione trasversale
- $b \ll$  sviluppo della linea d'asse  $\rightarrow \omega = \omega(s)$
- $d\omega/ds = -h(s)$
- Scorrimento  $\gamma_{zs} = 0$  sulla linea media

$$w(z, s) = \theta'(z) \omega(s)$$

$$\varepsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z} = \theta''(z) \omega(s) \Rightarrow \sigma_z = \mathbf{E} \varepsilon_z = \mathbf{E} \theta''(z) \omega(s)$$



**Nascono delle tensioni normali  
a causa dell'ingobbamento impedito**

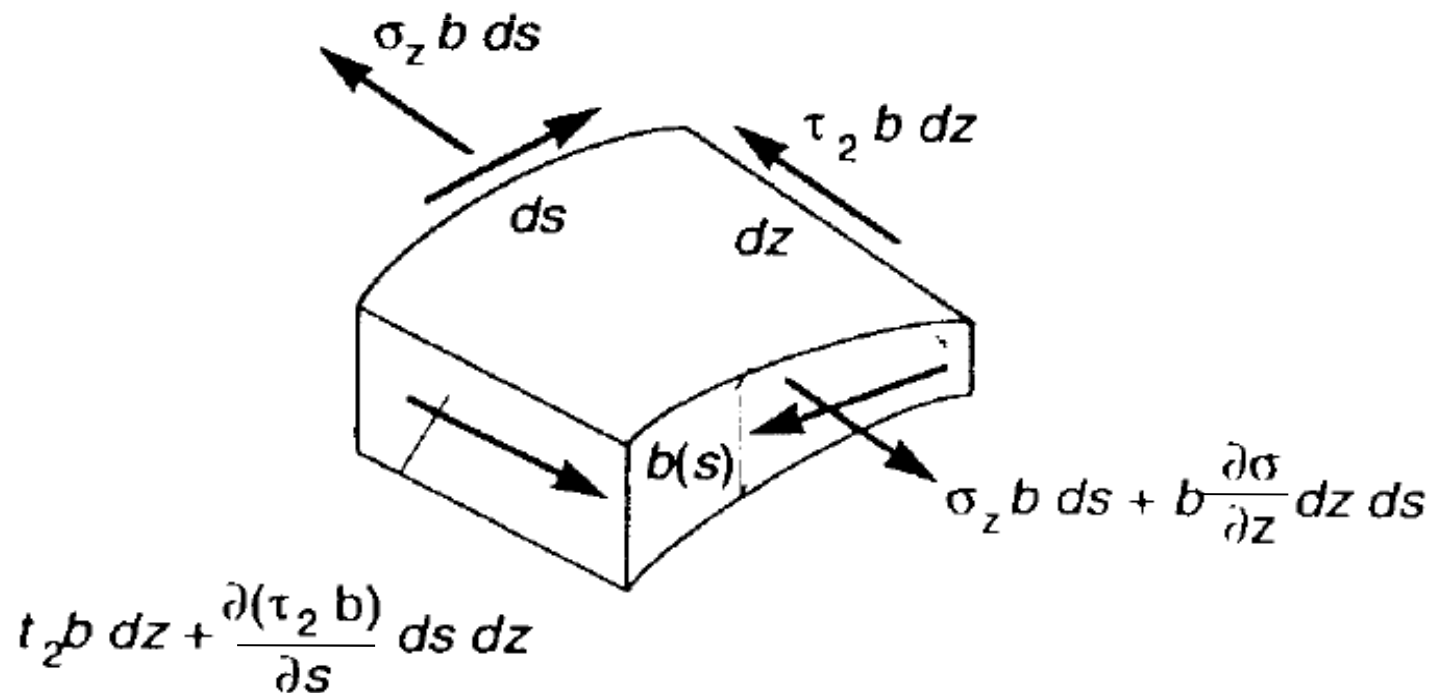
# Cenni alla teoria di Timoshenko-Vlasov

Consideriamo un elemento infinitesimo di trave.

Pensiamo distribuite uniformemente le  $\sigma_z$ .

Le  $\sigma_z$  variano lungo  $z$ .

Per equilibrio nascono delle tensioni tangenziali  $\tau_2$  (da torsione secondaria per distinguerle da quella da torsione primaria previste dalla soluzione del Saint Venant)

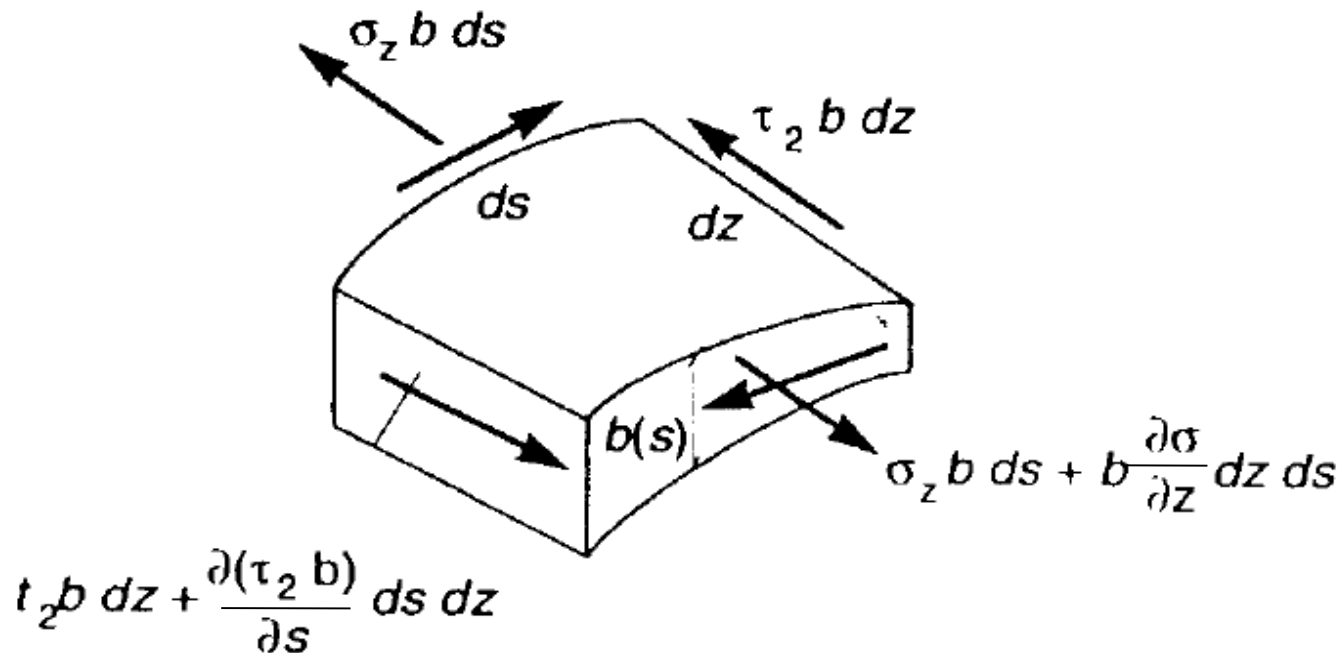


# Cenni alla teoria di Timoshenko-Vlasov

Equilibrio in z

$$\frac{\partial(\tau_2 b)}{\partial s} ds dz = -\frac{\partial\sigma_z}{\partial z} ds dz b$$

$$\frac{\partial(\tau_2(z,s)b(s))}{\partial s} = -\frac{\partial\sigma_z(z,s)b(s)}{\partial z} = -E\theta'''(z)\omega(s)b(s)$$



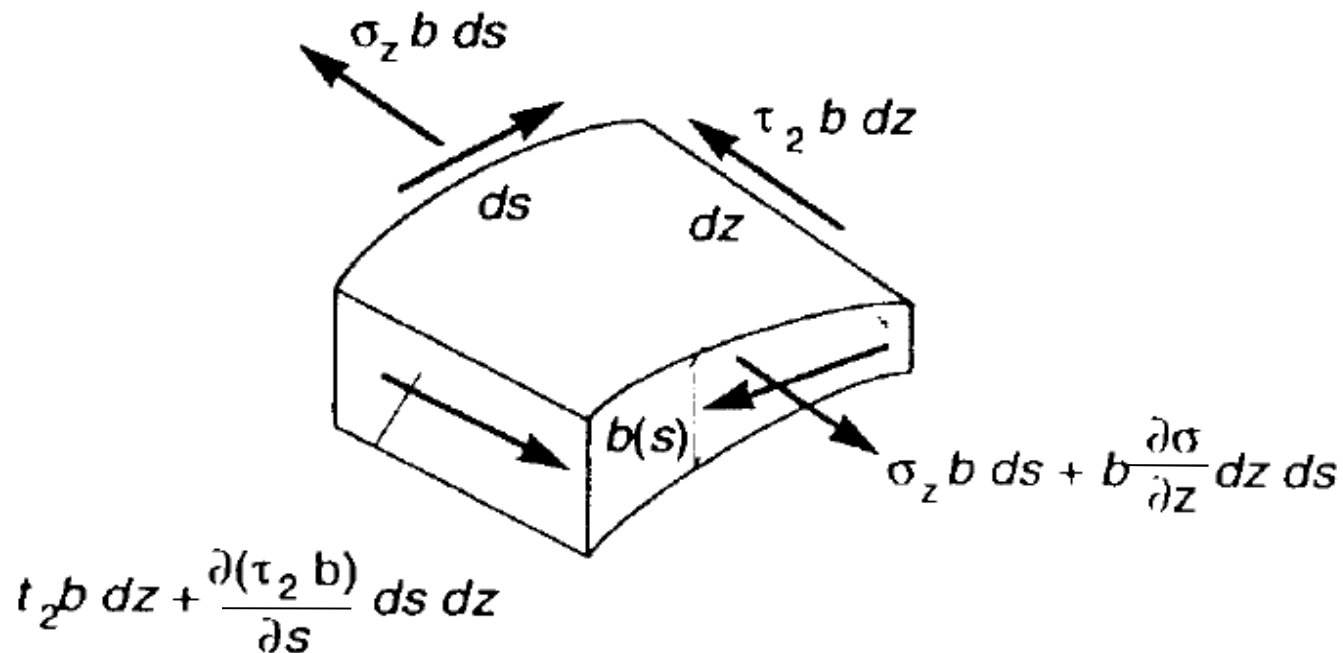
# Cenni alla teoria di Timoshenko-Vlasov

$$\frac{\partial(\tau_2(\mathbf{z}, \mathbf{s})\mathbf{b}(\mathbf{s}))}{\partial \mathbf{s}} = -\mathbf{E}\theta'''(\mathbf{z})\omega(\mathbf{s})\mathbf{b}(\mathbf{s})$$

$$\Rightarrow \tau_2(\mathbf{z}, \mathbf{s})\mathbf{b}(\mathbf{s}) = \int_0^{\mathbf{s}} -\mathbf{E}\theta'''(\mathbf{z})\omega(\mathbf{t})\mathbf{b}(\mathbf{t})d\mathbf{t}$$

Nasce un momento torcente detto alla Vlasov

$$\mathbf{M}_t^V = \oint \tau_2(\mathbf{z}, \mathbf{s}) \cdot \mathbf{b}(\mathbf{s}) \cdot \mathbf{h}(\mathbf{s}) d\mathbf{s} = -\mathbf{E}\theta'''(\mathbf{z}) \oint \mathbf{h}(\mathbf{s}) \int_0^{\mathbf{s}} \mathbf{b}(\mathbf{t})\omega(\mathbf{t})d\mathbf{t}d\mathbf{s}$$



# Cenni alla teoria di Timoshenko-Vlasov

**momento torcente detto alla Vlasov**

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_t^V &= -\mathbf{E}\theta'''(\mathbf{z}) \oint \mathbf{h}(s) \int_0^s \mathbf{b}(\mathbf{t})\omega(\mathbf{t})d\mathbf{t}ds = \\ &= -\mathbf{E}\theta'''(\mathbf{z}) \oint \mathbf{h}(s)ds \int_0^s \mathbf{b}(\mathbf{t})\omega(\mathbf{t})d\mathbf{t} = \\ &= -\mathbf{E}\theta'''(\mathbf{z}) \oint d\omega(s)ds \int_0^s \mathbf{b}(\mathbf{t})\omega(\mathbf{t})d\mathbf{t} = \\ &= \mathbf{E}\theta'''(\mathbf{z}) \oint \mathbf{b}(s)\omega^2(s)ds \end{aligned}$$

**Per dettagli sui passaggi si veda il LC II pag 90-91**



# Cenni alla teoria di Timoshenko-Vlasov

**Momento torcente detto alla Vlasov**

$$\mathbf{M}_t^V = \mathbf{E}\theta'''(\mathbf{z}) \oint \mathbf{b}(\mathbf{s})\omega^2(\mathbf{s})d\mathbf{s} = \mathbf{E}\theta'''(\mathbf{z})\Gamma$$

$$\Gamma = \oint \omega^2(\mathbf{s})\mathbf{b}(\mathbf{s})d\mathbf{s}$$

**Rigidità all'ingobbamento o  
momento delle aree**

**Settoriali**

**Proprietà geometrica della  
sezione**

**Per dettagli sui passaggi si veda il LC II pag 90-91**

# Cenni alla teoria di Timoshenko-Vlasov

Quindi in totale in caso di vincoli torsionali abbiamo che il momento torcente totale è dato dalla somma di quello alla SV e di quello alla Vlasov

$$\mathbf{M}_t = \mathbf{M}_t^{SV} + \mathbf{M}_t^V$$

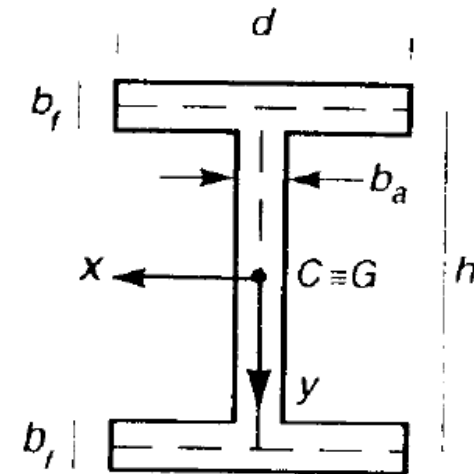
$$\mathbf{M}_t^{SV} = \theta' \mathbf{GJ}_t$$

$$\mathbf{M}_t^V = \mathbf{E} \theta'''(\mathbf{z}) \Gamma$$

$$\Gamma = \oint \omega^2(\mathbf{s}) \mathbf{b}(\mathbf{s}) d\mathbf{s}$$

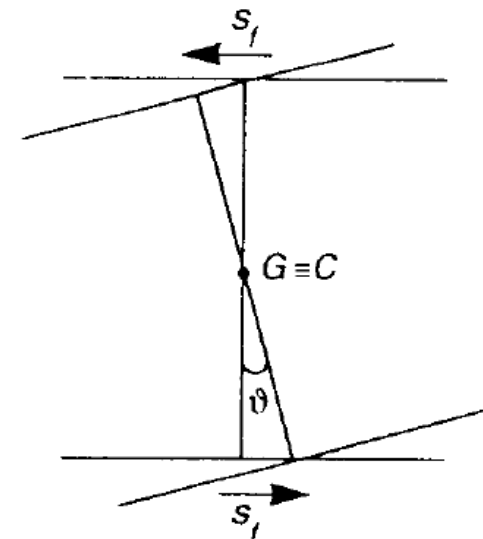
# Applicazione: Il caso della trave ad I

Timoshenko (1905), LC II pag 91  
Consideriamo la trave con sezione  
ad I in figura



Supponiamo che la sezione ruoti di  
un angolo  $\theta$

Allora i punti della sezione  
subiranno uno spostamento  $s_x = \theta y$   
Ciascuna flangia si sposta di  $s_f = \theta h/2$

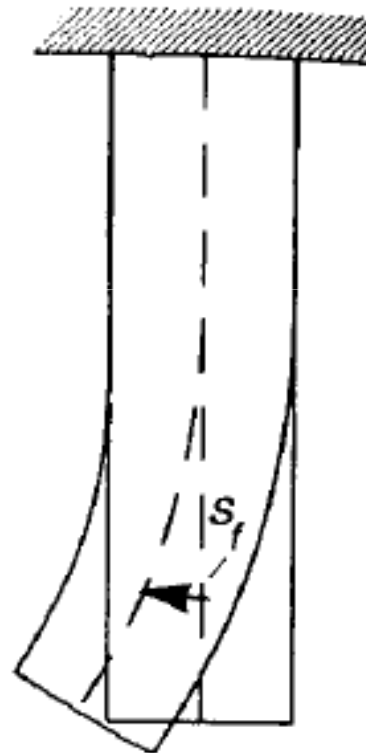


# Applicazione: Il caso della trave ad I

In seguito alla rotazione della sezione la trave si inflette se la rotazione è impedita



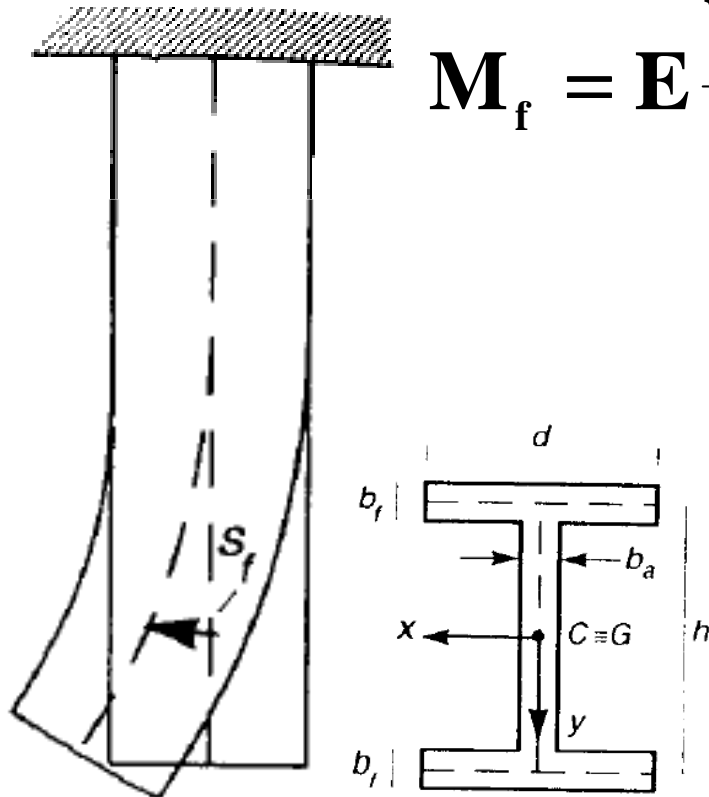
**Rotazione libera**



**Rotazione impedita all'incastro**

# Applicazione: Il caso della trave ad I

La flangia superiore si inflette come in figura  
Nasce un momento flettente per effetto della curvatura flessionale indotta dalla rotazione non uniforme

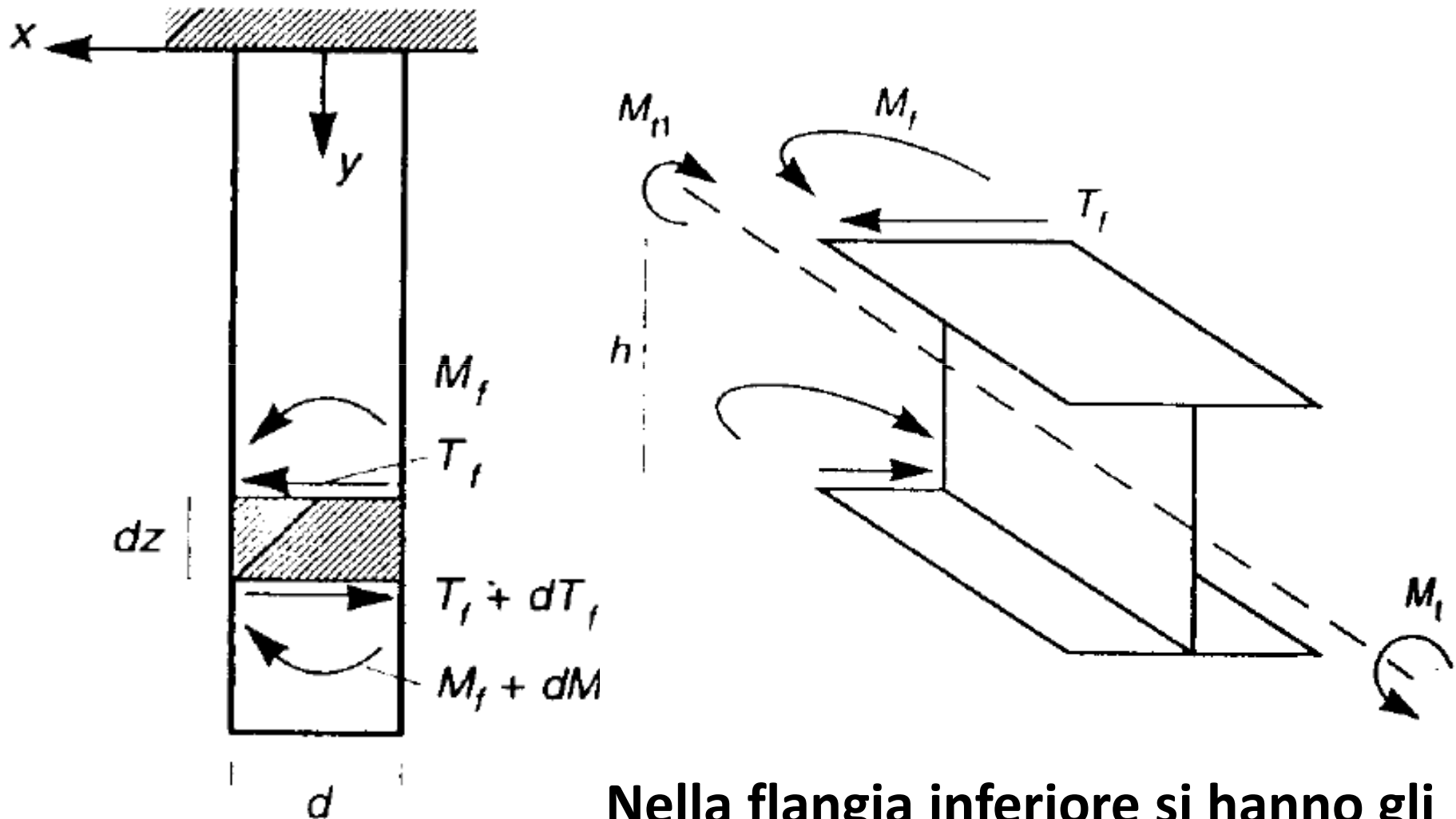

$$\mathbf{M}_f = \mathbf{E} \frac{bd^3}{12} \frac{d^2 s_f}{dz^2} = \mathbf{E} \frac{bd^3}{12} \frac{h}{2} \theta'' = \mathbf{E} \frac{bd^3 h}{24} \theta''$$

↓

Per equilibrio insorgono i Tagli

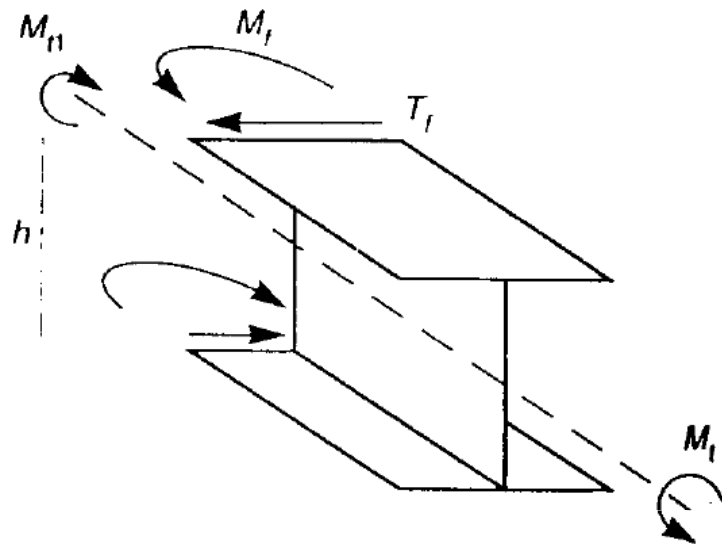
$$\mathbf{T}_f = \frac{d\mathbf{M}_f}{dz} = \mathbf{E} \frac{bd^3 h}{24} \theta'''$$

# Applicazione: Il caso della trave ad I



Nella flangia inferiore si hanno gli stessi risultati a segni invertiti

# Applicazione: Il caso della trave ad I

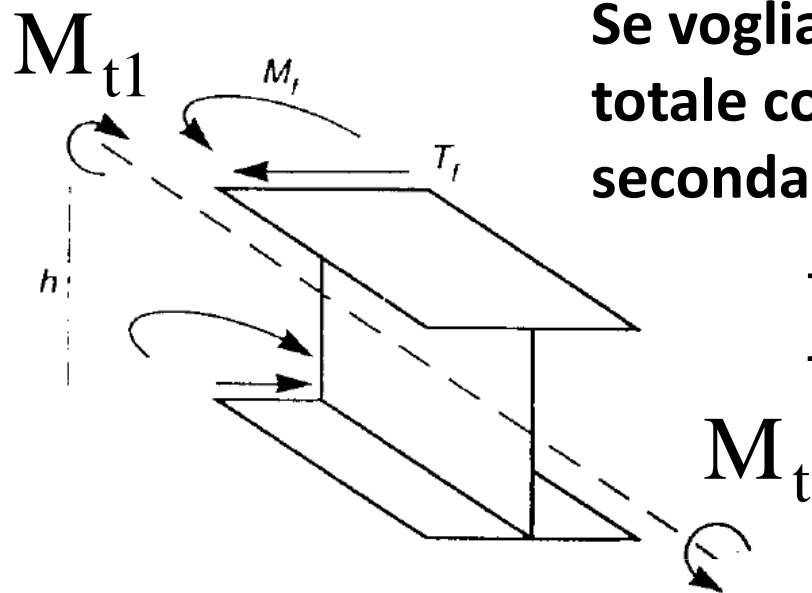


**Equilibrio alla rotazione attorno a z deve tenere conto sia del momento torcente primario alla SV che del momento indotto dalla coppia di braccio h formata dai tagli  $T_f$**

$$\mathbf{M}_t = \mathbf{M}_{t1} - \mathbf{T}_f h$$

**Dove  $\mathbf{M}_{t1}(z) = \mathbf{GJ}\theta'(z)$  è il contributo alla SV da torsione primaria**

# Applicazione: Il caso della trave ad I



Se vogliamo scrivere il momento torcente totale come somma del contributo primario e secondario

$$\mathbf{M}_t = \mathbf{M}_{t1} + \mathbf{M}_{t2}$$

Possiamo vedere che il contributo torsionale secondario ottenuto come

$$\mathbf{M}_{t2}(z) = -\mathbf{T}_f(z)\mathbf{h} = -\mathbf{E}\Gamma\theta'''(z)$$

Rappresenta il momento alla Vlasov che cercavamo dove

$$\Gamma = \frac{\mathbf{b}d^3\mathbf{h}}{24}$$

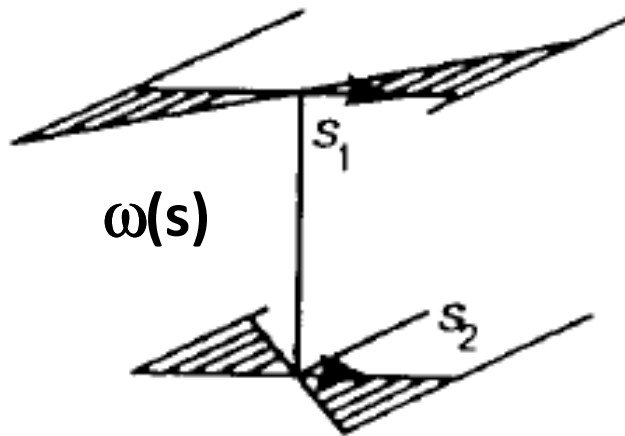
Rappresenta la rigidità di ingobbamento a torsione secondaria per la sezione ad I



# Applicazione: Il caso della trave ad I

Si dimostra che la funzione di ingobbamento nel caso in esame si scrive come

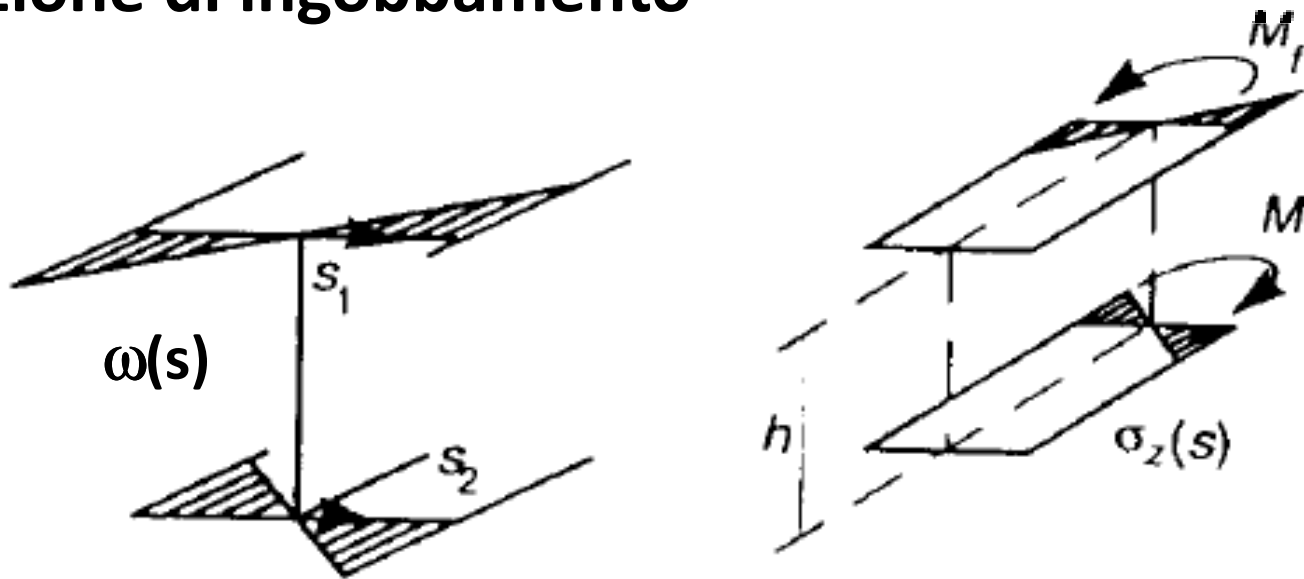
$$\omega(s) = \begin{cases} -(h/2)s_1 & \text{nella flangia superiore} \\ 0 & \text{sull'anima} \\ (h/2)s_2 & \text{nella flangia inferiore} \end{cases}$$



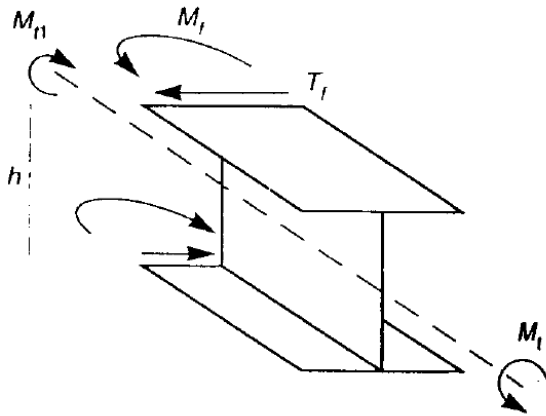
# Applicazione: Il caso della trave ad I

È possibile visualizzare le tensioni normali associate alla torsione non uniforme che produce inflessione delle flange

Le tensioni normali risultano proporzionali alla funzione di ingobbamento



# Applicazione: Il caso della trave ad I



Introduciamo il Bimomento definito come

$$\mathbf{B} = \mathbf{E}\Gamma\theta''$$

Esso rappresenta uno degli sforzi generalizzati associati al problema in esame

Nella sezione ad I il bimomento si scrive come

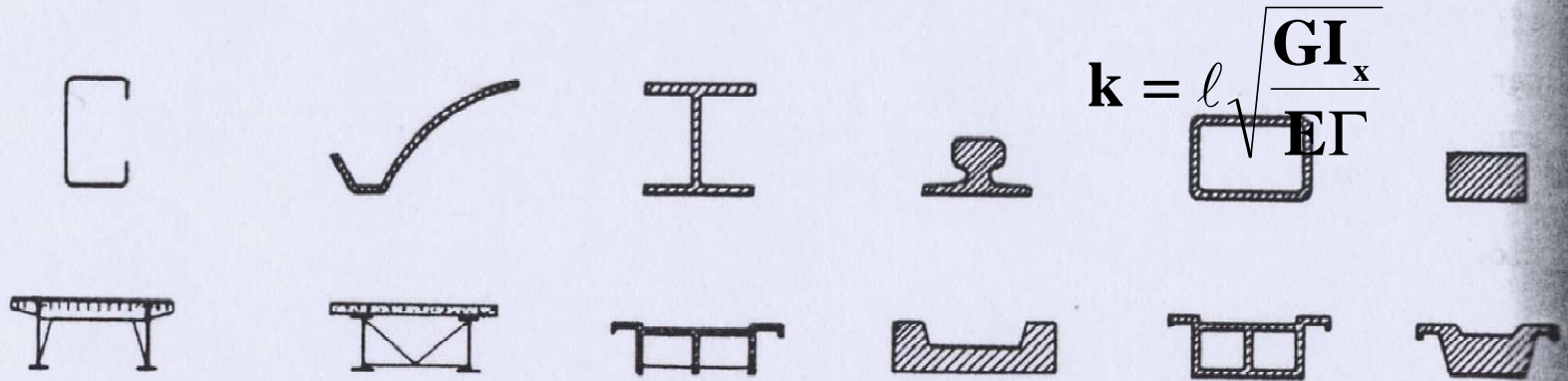
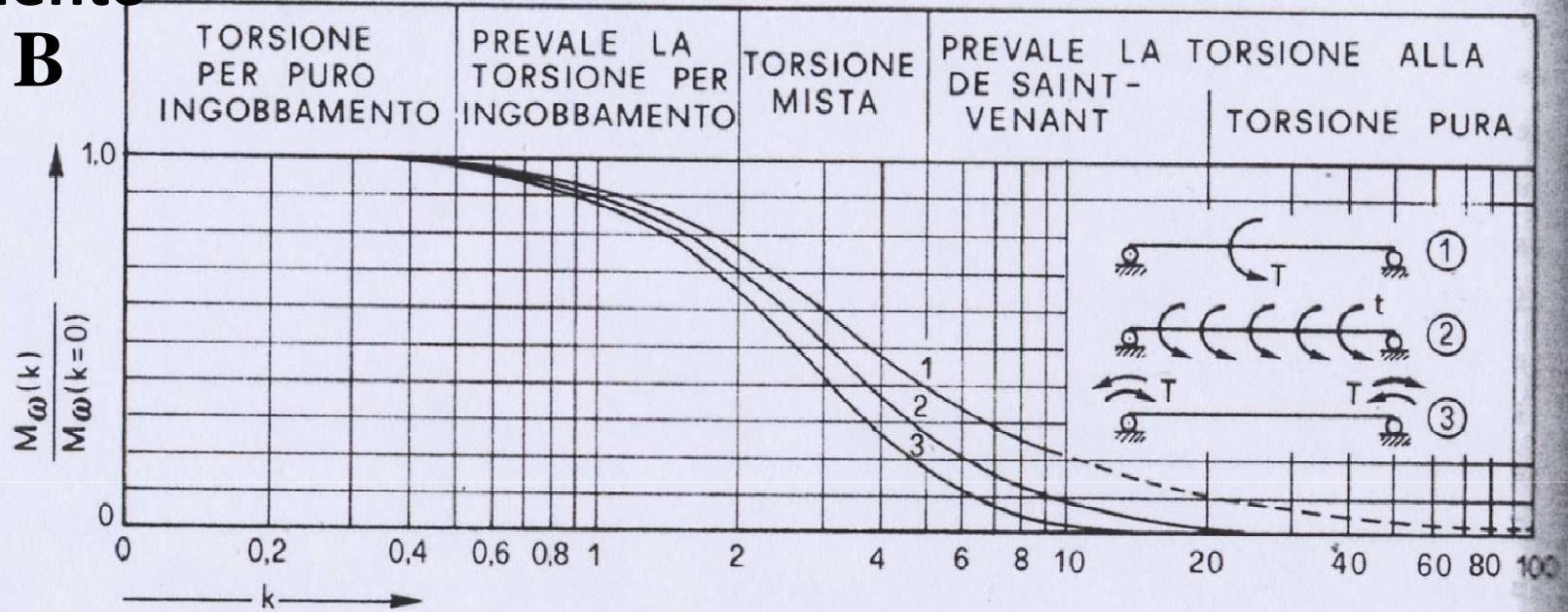
$$\mathbf{B} = \mathbf{M}_f \mathbf{h}$$

Prodotto momenti di flangia per la distanza delle flange stesse

# Comportamento a torsione dei profili più usati

bimomento

$$M_{\omega} = B$$



Ballio Mazzolani p 438

# Carichi critici instabilità flessione-torsionale

L'instabilità flessione-torsionale è in genere descritta da equazioni differenziali complesse a coefficienti variabili

Tuttavia il momento critico può essere scritto nella forma

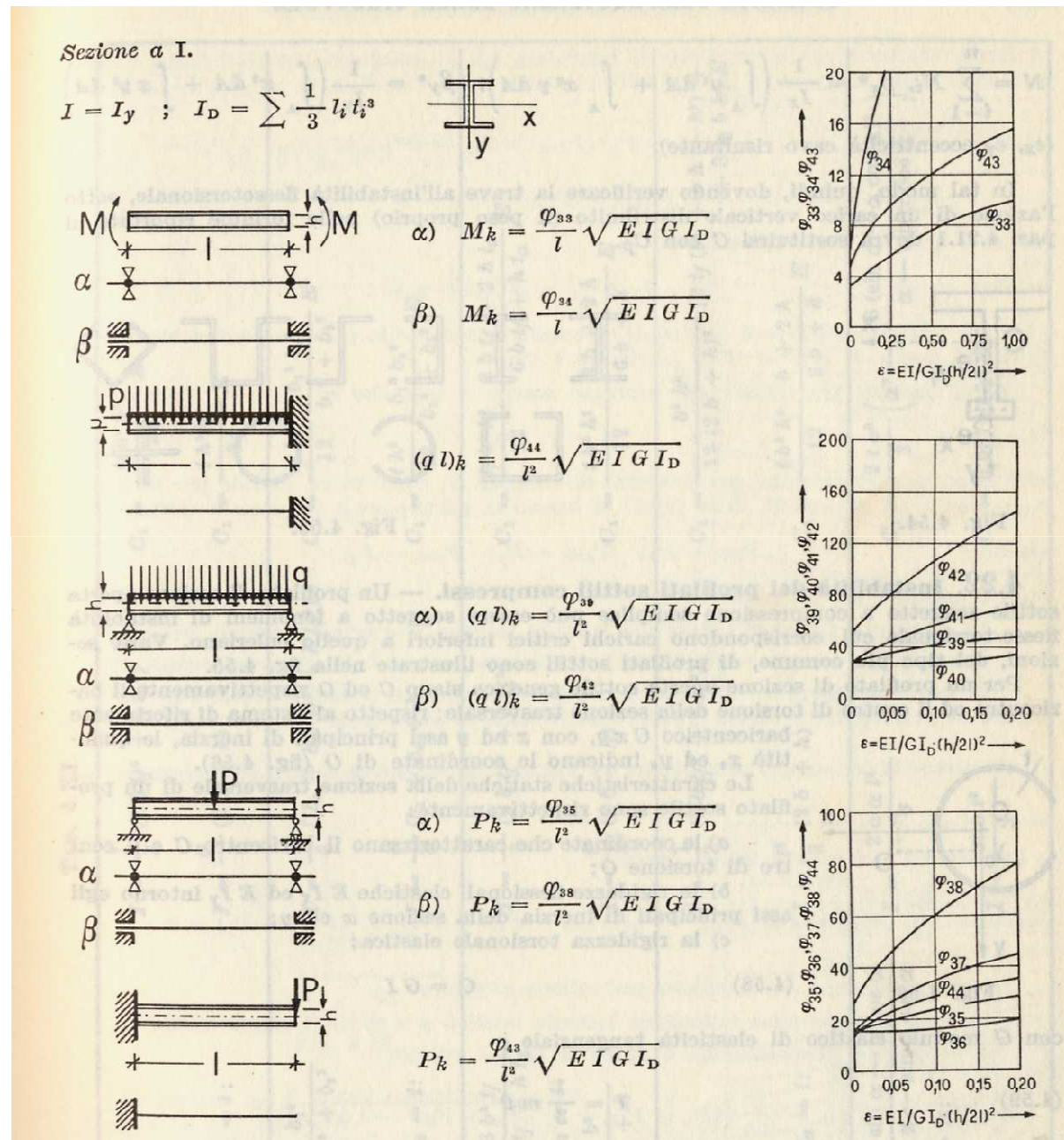
$$M_c = \frac{\alpha}{\ell} \sqrt{EI_y G\Gamma}$$

Dove  $\alpha$  è una costante

Il momento critico aumenta con l'aumentare della rigidità flessionale trasversale secondo l'asse "debole" e con la rigidità torsionale

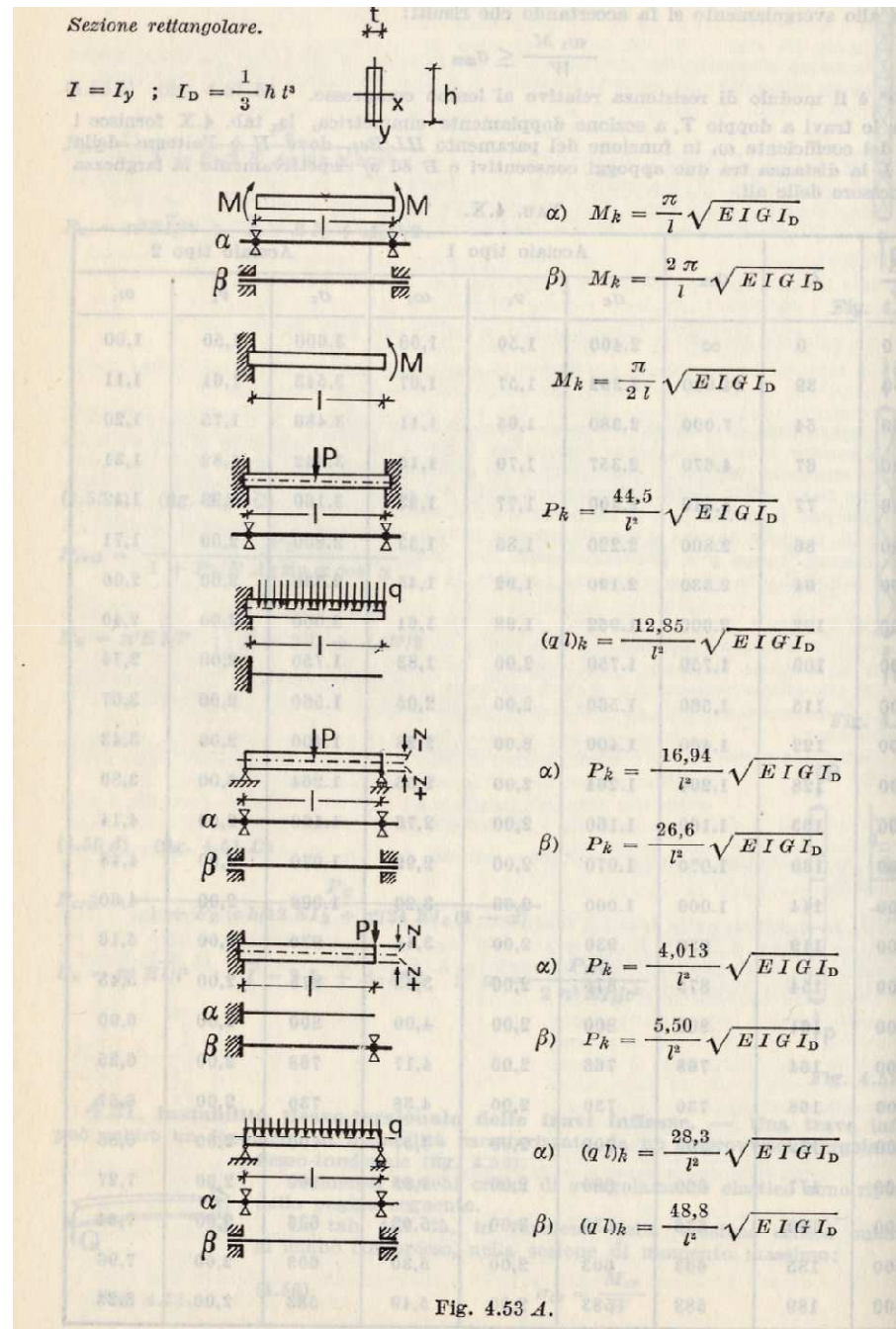
Ciò suggerisce di adottare profili HE o profili chiusi

# Carichi critici instabilità flessione-torsionale



Manuale  
dell'ingegnere  
civile  
Capitolo  
instabilità

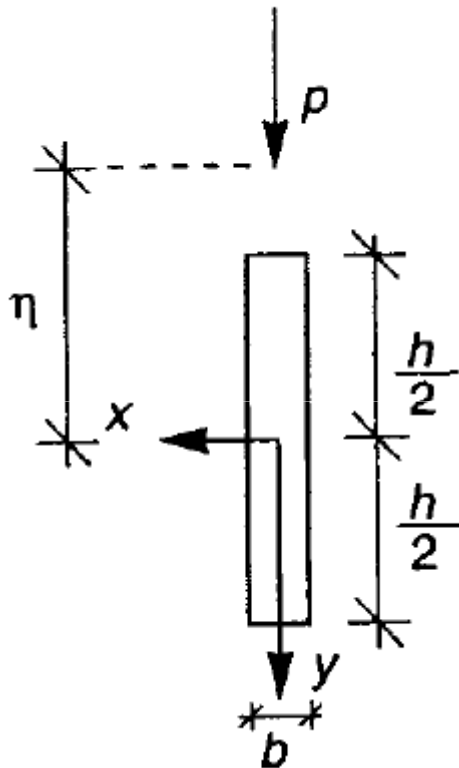
# Carichi critici instabilità flessio-torsionale



Manuale  
dell'ingegnere  
civile  
Capitolo  
instabilità

# Dipendenza del carico critico flessio-torsionale dal punto di applicazione del carico

Data una trave vincolata con appoggi flessio-torsionali ai due estremi con sezione rettangolare sottile, soggetta ad un carico trasversale uniforme  $p = \text{costante}$  applicato ad una distanza  $\eta$  dal centro di taglio C coincidente col baricentro G



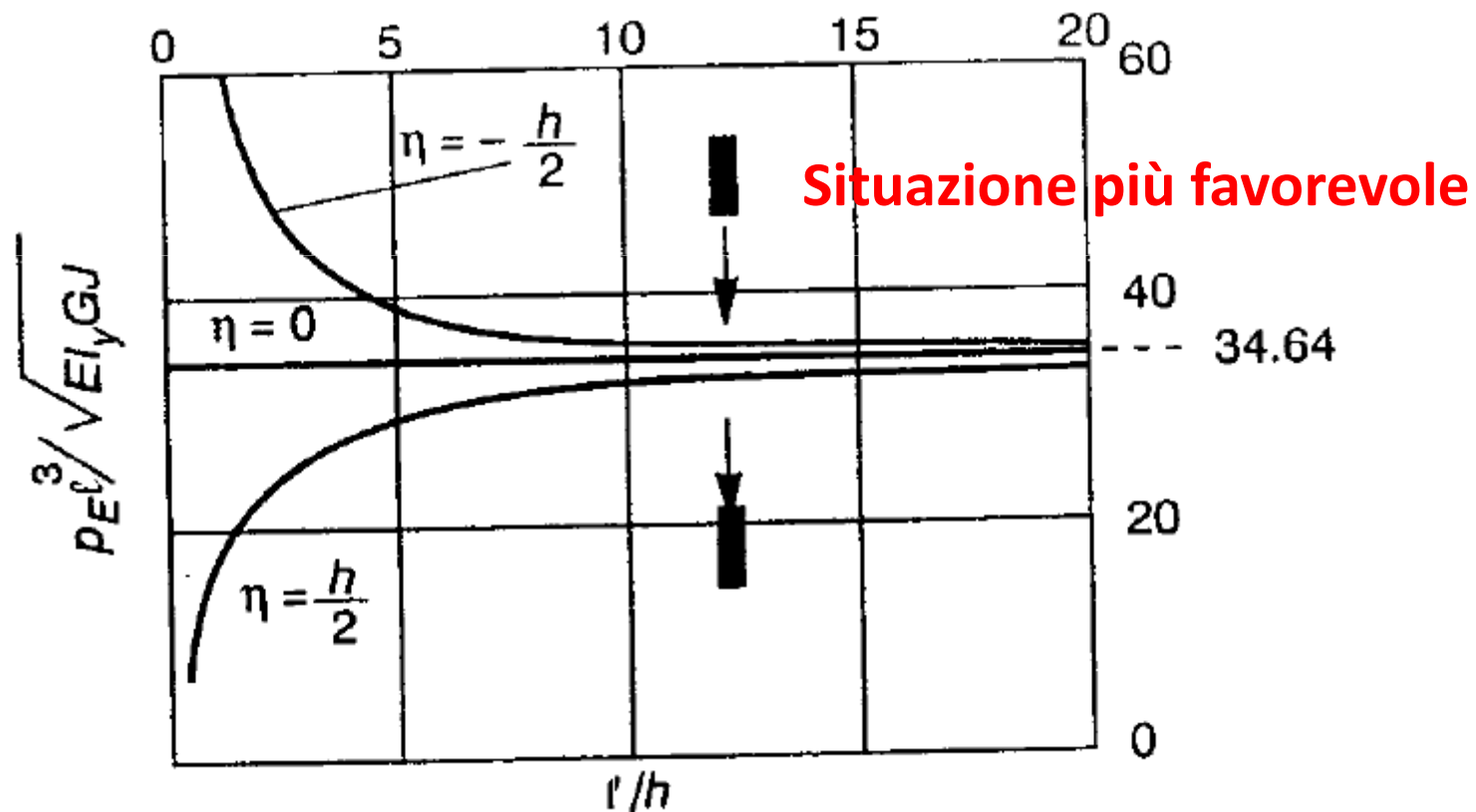
La sezione è doppiamente simmetrica, la sua EPT si scrive come

$$V_2 \left( \begin{pmatrix} u \\ \vartheta \end{pmatrix} \right) = \frac{1}{2} \int_0^l [EI_y u''^2 + GJ \vartheta'^2 - 2(M_x^0 \vartheta)' u' - p\eta \vartheta^2] dz$$



# Dipendenza del carico critico flessio-torsionale dal punto di applicazione del carico

Si ottiene il seguente andamento per il carico critico al variare del punto di applicazione del carico



# Travi a traliccio

## 4.15.2. VERIFICA ALL'INSTABILITÀ DEL CORRENTE COMPRESSO.

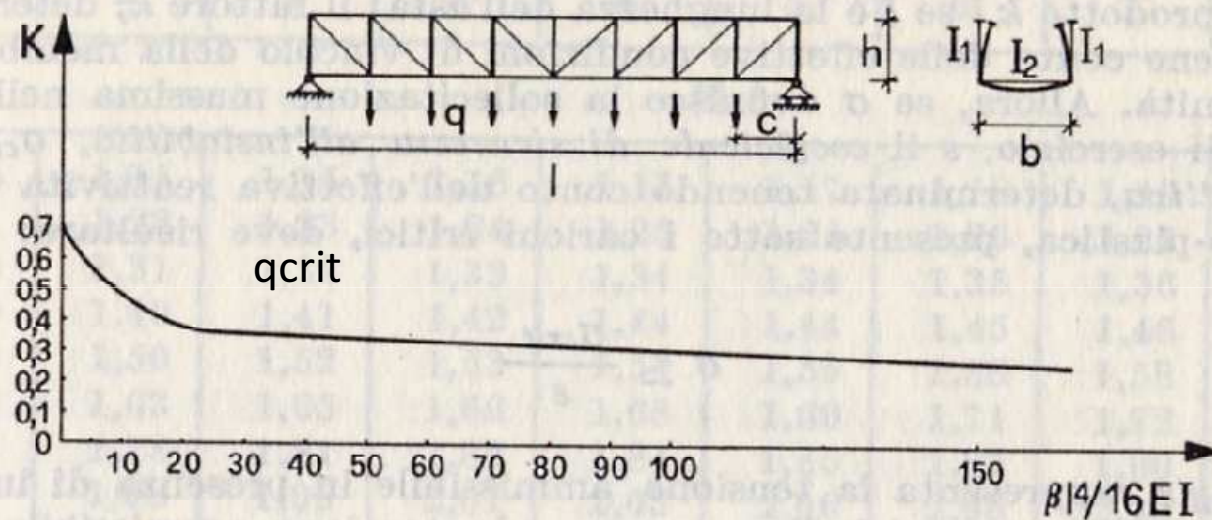


Fig. 4.43.

$$q_{crit} = \frac{8 h}{l^2} \frac{\pi^2 EI}{(k l)^2} ; \quad \beta = \frac{R_0}{c} ; \quad R_0 = \frac{6 E/h^2}{2 h/J_1 + 3 b/I_2} .$$

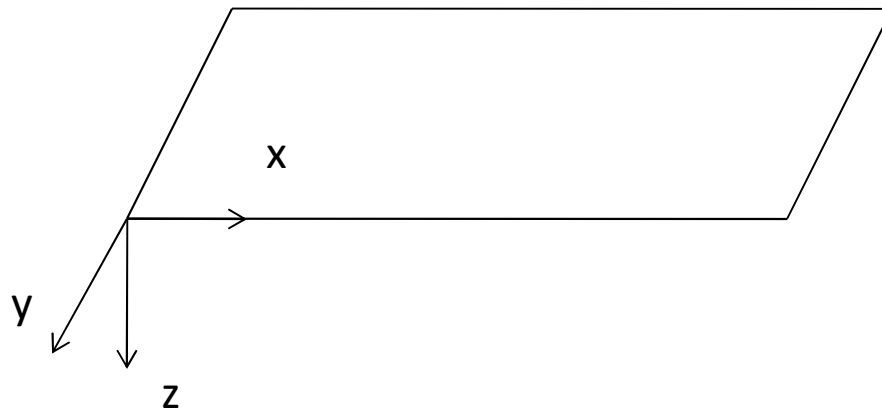
# Instabilità di lastre piane

LC II vol

Equazione di equilibrio di Sophie Germain-Lagrange per le piastre sottili in configurazione fondamentale

$$\nabla^4 \mathbf{w} = \frac{\mathbf{q}}{\mathbf{D}} \leftrightarrow \frac{\partial^4 \mathbf{w}}{\partial \mathbf{x}^4} + \frac{\partial^4 \mathbf{w}}{\partial \mathbf{y}^4} + 2 \frac{\partial^4 \mathbf{w}}{\partial \mathbf{x}^2 \partial \mathbf{y}^2} = \frac{\mathbf{q}}{\mathbf{D}}$$

$$\mathbf{D} = \frac{\mathbf{E} \mathbf{s}^3}{12(1 - \nu^2)}$$



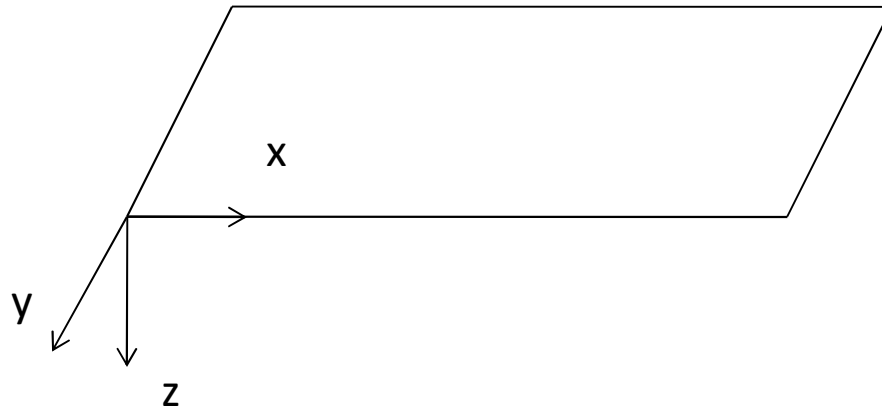
# Instabilità di lastre piane

LC II vol

Equazione di equilibrio di Von Karman in configurazione variata si scrive

$$\mathbf{D}\nabla^4 \mathbf{w} = \mathbf{N}_x^0 \frac{\partial^2 \mathbf{w}}{\partial x^2} + \mathbf{N}_y^0 \frac{\partial^2 \mathbf{w}}{\partial y^2} + 2\mathbf{N}_{xy}^0 \frac{\partial^2 \mathbf{w}}{\partial x \partial y}$$

$$\mathbf{D} = \frac{\mathbf{E}s^3}{12(1-\nu^2)}$$



# Instabilità di lastre piane

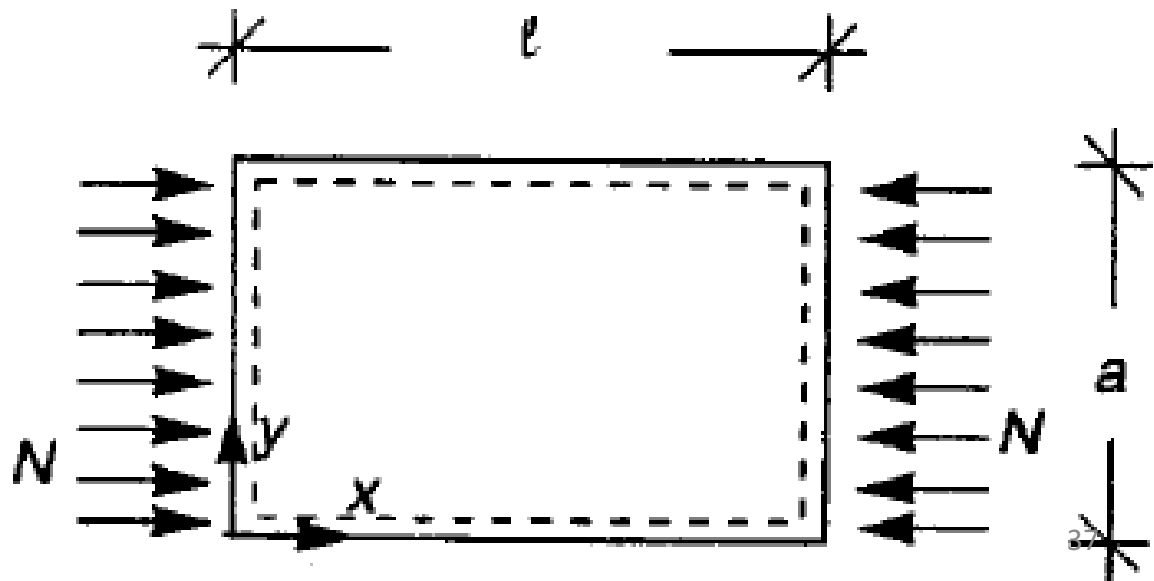
LC II vol

**Caso della trave appoggiata e compressa uniformemente**

$$N_x^0 = -N, \quad N_y^0 = 0, \quad N_{xy}^0 = 0 \longrightarrow D \nabla^4 w = N_x^0 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + N_y^0 \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + 2N_{xy}^0 \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}$$

$$D \nabla^4 w = N_x^0 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}$$

$$D = \frac{E s^3}{12(1 - \nu^2)}$$



# Instabilità di lastre piane

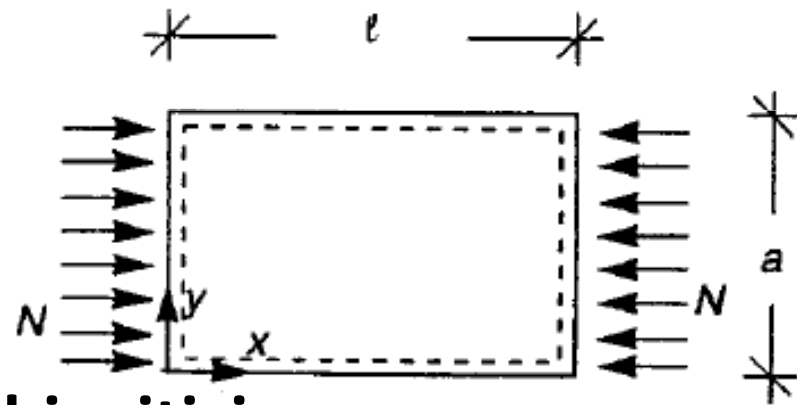
La soluzione dell'equazione di equilibrio si cerca con il metodo di Ritz espandendo  $w$  in serie di Fourier

$$w(x, y) = W_{nm} \sin \frac{n\pi x}{l} \sin \frac{m\pi y}{a}$$

$$\mathbf{D} \nabla^4 w = N_x^0 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}$$

Si ottengono i seguenti carichi critici

$$N_{nm} = \mathbf{D} \frac{\pi^2 l^2}{n^2} \left( \frac{n^2}{l^2} + \frac{m^2}{a^2} \right)$$



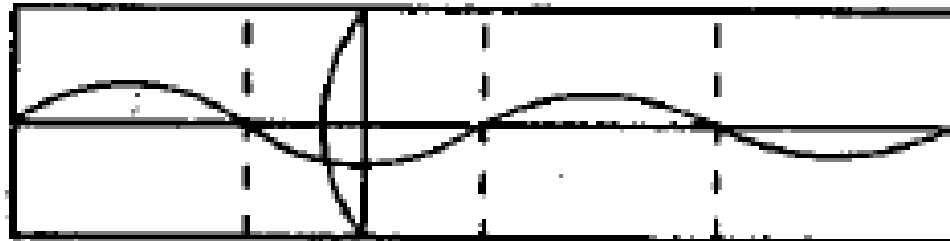
# Instabilità di lastre piane

Il più piccolo carico critico si ottiene per  $m=1$  ed è pari a

$$N_E = K\pi^2 \frac{D}{a^2} \quad \text{con} \quad K = \min_n K_n, \quad K_n = \left( n \frac{a}{l} + \frac{1}{n} \frac{l}{a} \right)^2$$

Cui corrisponde la deformata critica che presenta  $n$  semionde in direzione carico ed una semionda in direzione normale

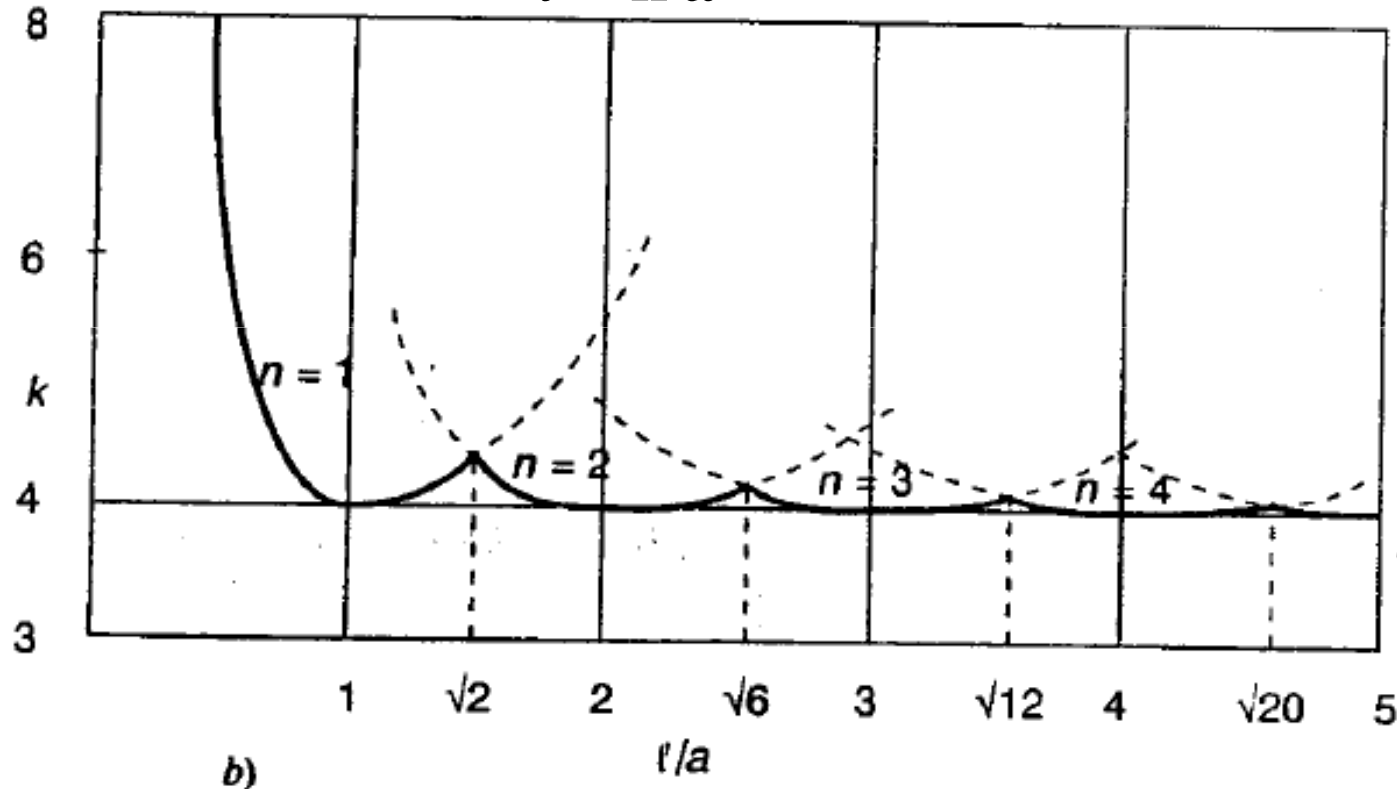
$$w_E(x, y) = W_{n1} \sin \frac{n\pi x}{l} \sin \frac{\pi y}{a}$$



# Instabilità di lastre piane

Diagramma che rappresenta  $K$  al variare di  $\ell/a$

$$K = \min_n K_n, \quad K_n = \left( n \frac{a}{\ell} + \frac{1}{n} \frac{\ell}{a} \right)^2$$



Difatto si assume  $K=4$   
 valore cui tende per  $\ell/a \gg$

$$N_E \cong 4\pi^2 \frac{D}{a^2} \quad \text{per } \ell \geq a$$



# Esempi di instabilità flessio-torsionale

The following photo shows local buckling of the compression flange



# Esempi di instabilità flessio-torsionale

The following photo shows local buckling of the compression flange

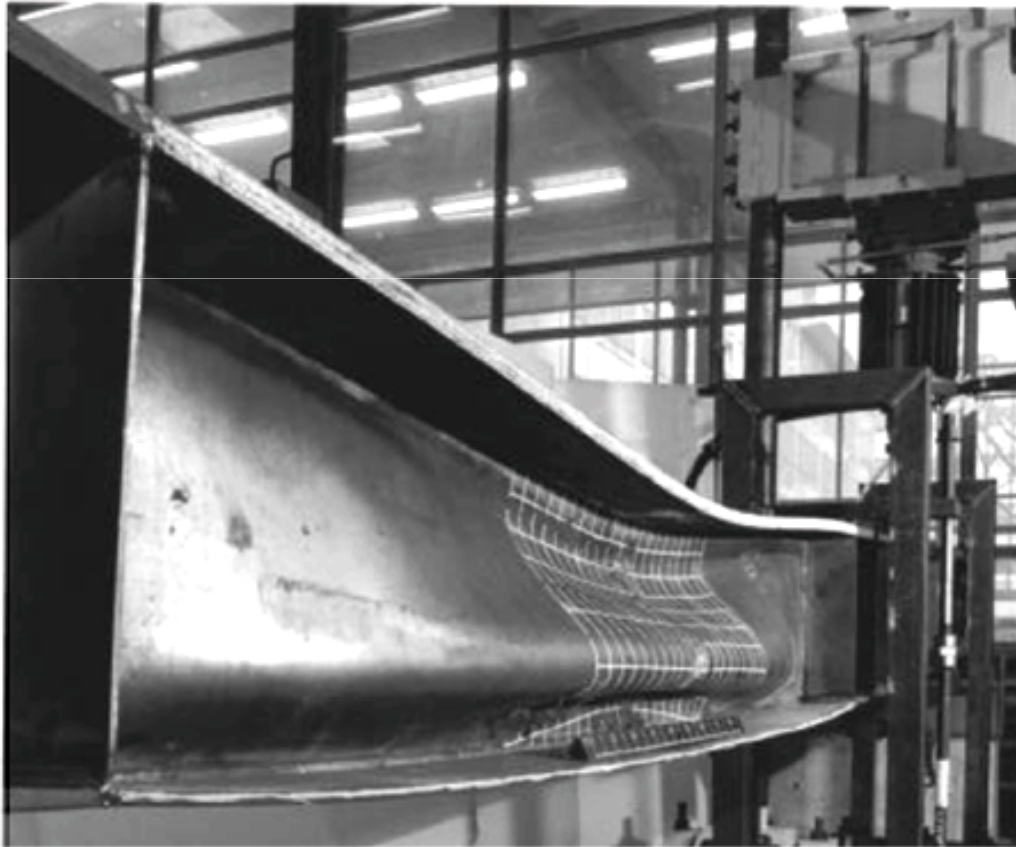
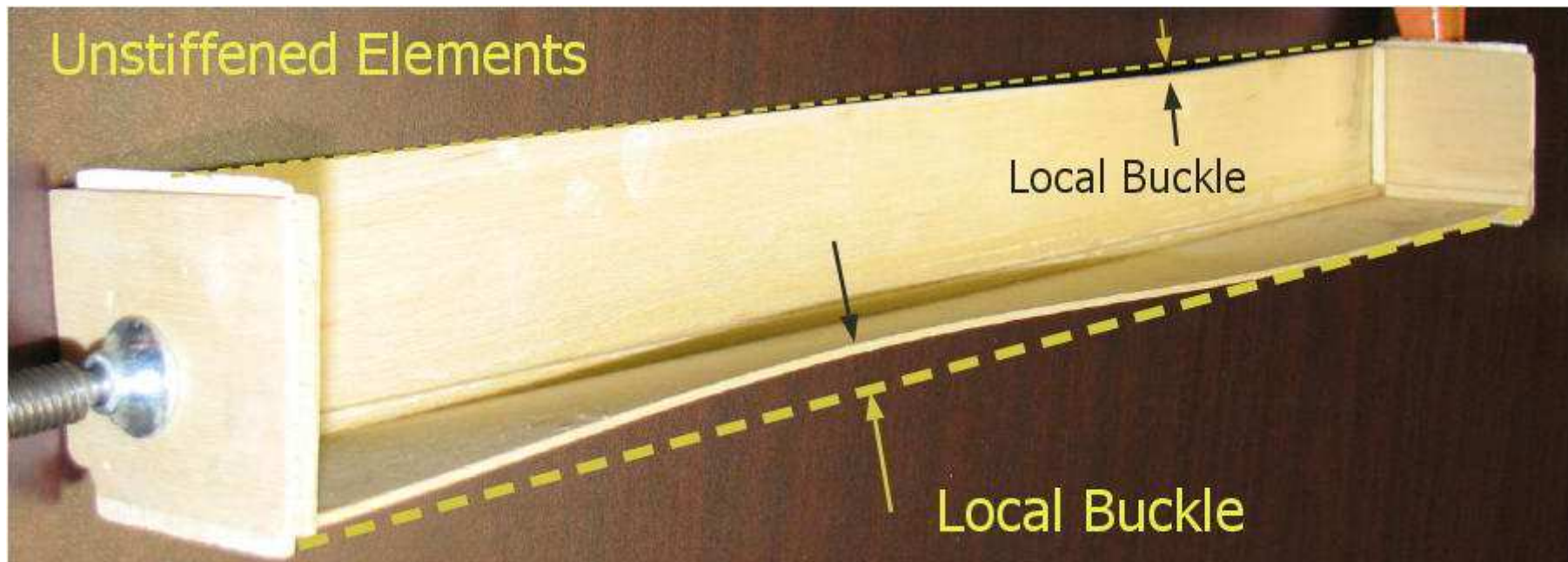


Figure 2. Vertical web buckling.

# Esempi di instabilità flessio-torsionale

The following photo shows local buckling of the compression flange



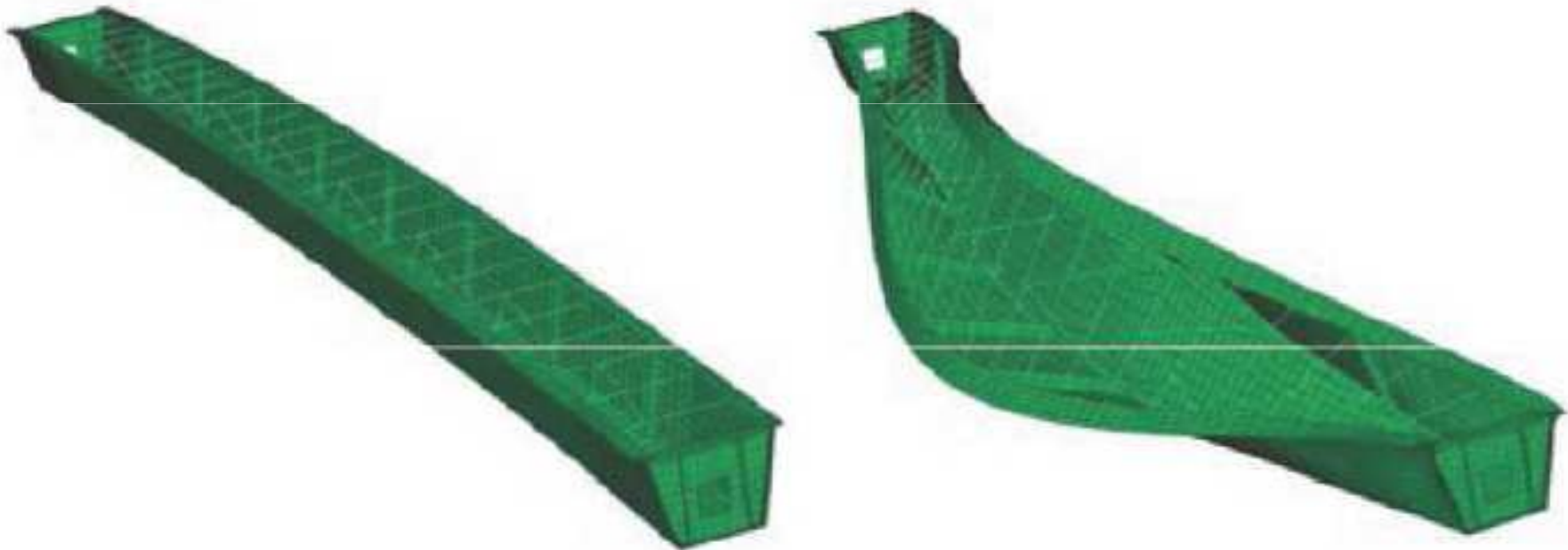
# Esempi di instabilità flessio-torsionale

La trave da ponte collassa in fase di costruzione a causa della mancanza della soletta di cls di copertura che le conferisce rigidità torsionale in fase di esercizio



# Esempi di instabilità flessio-torsionale

La trave da ponte collassa in fase di costruzione a causa della mancanza della soletta di cls di copertura che le conferisce rigidità torsionale in fase di esercizio



*Figure 5: Finite element model of the Marcy Pedestrian Bridge showing the undeformed shape and the global lateral-torsional buckling mode.*

# Esempi di instabilità flessio-torsionale

The following photo shows local buckling

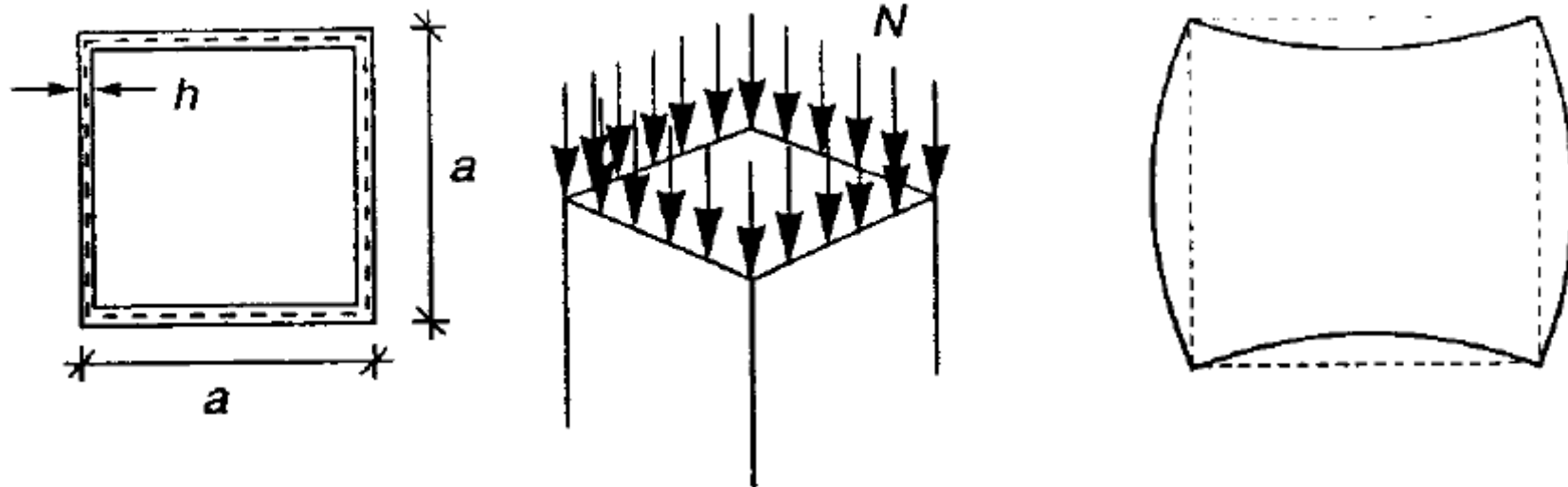


# Instabilità locale e globale di lastre piane

Le pareti di profili sia chiusi che aperti sono lastre molto allungate

Se tali lastre sono sottili possono instabilizzarsi dando luogo ad imbozzamenti che possono interessare zone più o meno estese

Si tratta di instabilità locale che può precedere sia l'instabilità della trave nel suo complesso che il raggiungimento del limite elastico del materiale



# Instabilità locale e globale di lastre piane

Prendiamo la trave lunga  $\ell$  in figura supposta uniformemente compressa

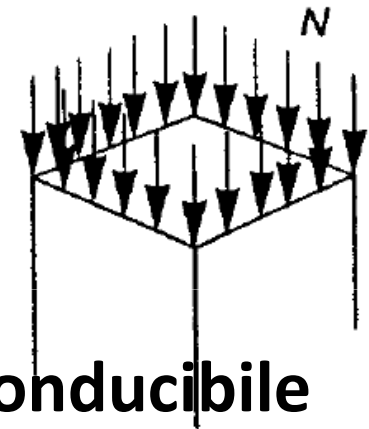
il carico critico euleriano **globale** della trave è  $P_E = \pi^2 EI / \ell^2$  cui corrisponde la tensione

$$\sigma_E^G = \frac{P_E}{A} = \frac{1}{6} \pi^2 E \left( \frac{a}{\ell} \right)^2$$

Tuttavia il carico si ripartisce su ciascuna parete componente la trave e dunque il problema è riconducibile a quello della lastra appoggiata

→ La tensione corrispondente al carico critico **locale** si scrive come

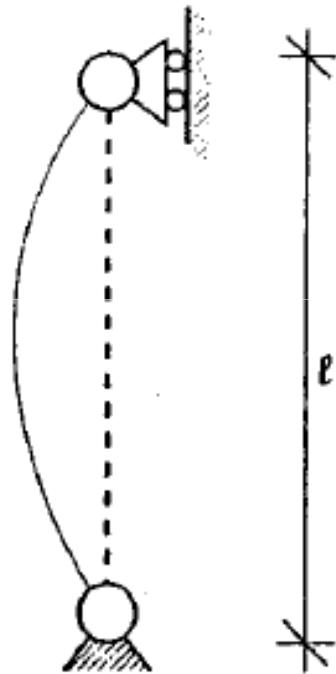
$$\sigma_E^L = \frac{N_E}{h} = \frac{1}{3} \pi^2 \frac{E}{1-\nu^2} \left( \frac{h}{a} \right)^2$$





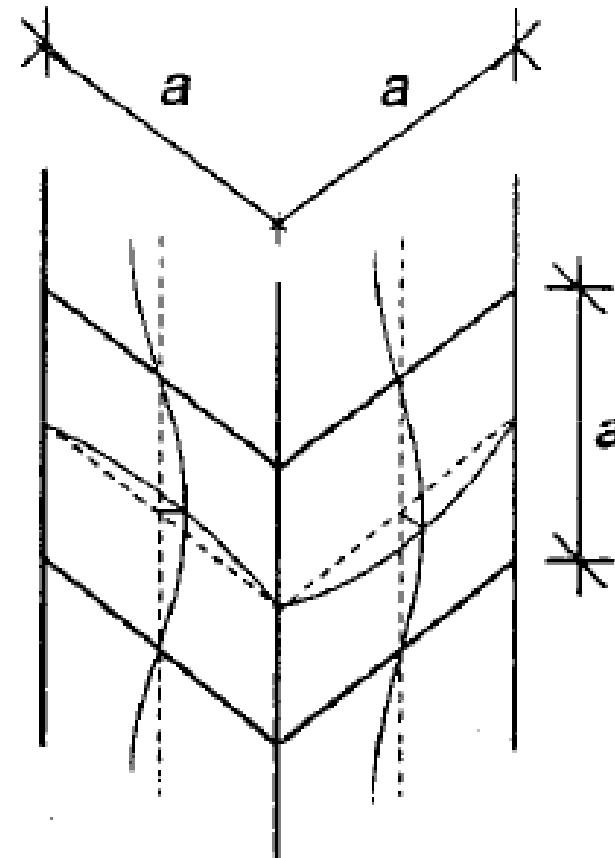
# Instabilità locale e globale di lastre piane

## Globale



$$\sigma_E^G = \frac{P_E}{A} = \frac{1}{6} \pi^2 E \left( \frac{a}{l} \right)^2$$

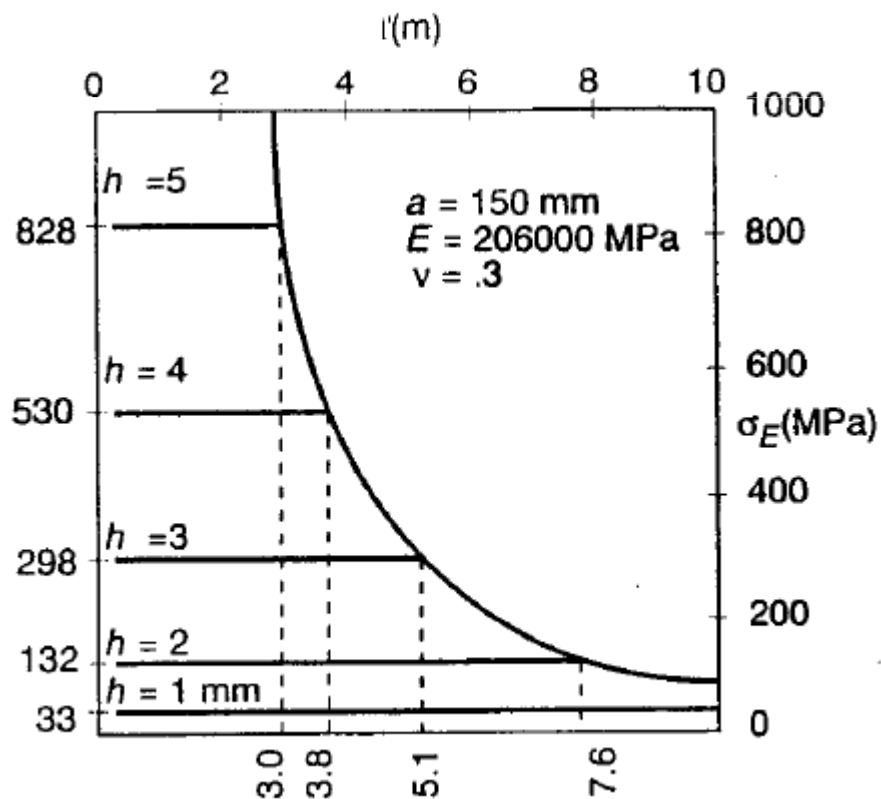
## Locale



$$\sigma_E^L = \frac{N_E}{h} = \frac{1}{3} \pi^2 \frac{E}{1-\nu^2} \left( \frac{h}{a} \right)^2$$

# Instabilità locale di lastre piane

$$\sigma_E = \begin{cases} \sigma_E^L & \text{se } \frac{l}{a} \leq \sqrt{\frac{1-\nu^2}{2}} \frac{a}{h} & \text{(instabilità locale)} \\ \sigma_E^G & \text{se } \frac{l}{a} \geq \sqrt{\frac{1-\nu^2}{2}} \frac{a}{h} & \text{(instabilità globale)} \end{cases}$$



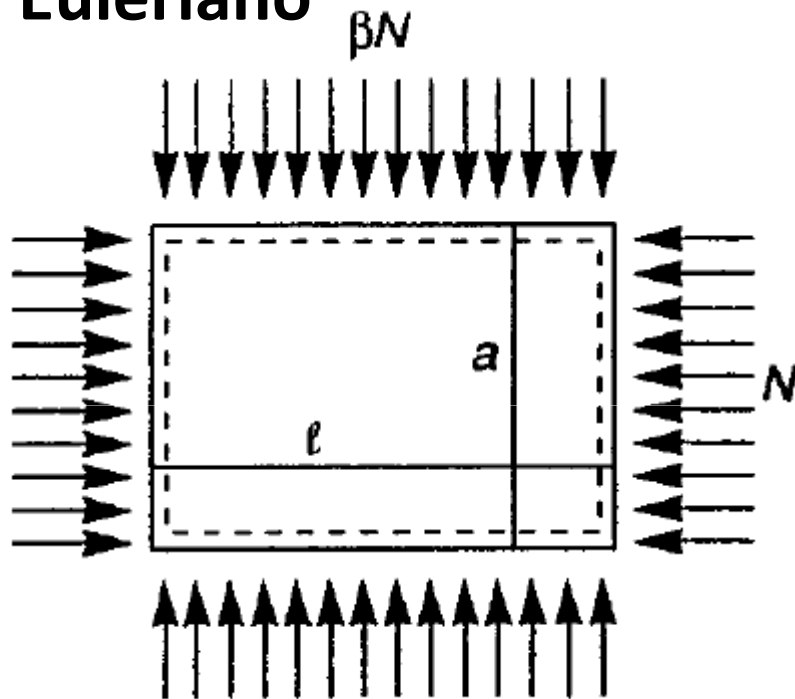
**Il carico critico euleriano per unità di area sarà dunque il minimo tra i due carichi critici globale e locale**

$$\sigma_E^G = \frac{P_E}{A} = \frac{1}{6} \pi^2 E \left( \frac{a}{l} \right)^2$$

$$\sigma_E^L = \frac{N_E}{h} = \frac{1}{3} \pi^2 \frac{E}{1-\nu^2} \left( \frac{h}{a} \right)^2$$

# Lastra compressa secondo 2 direzioni ortogonali

Operando come in precedenza si ottiene il carico critico Euleriano

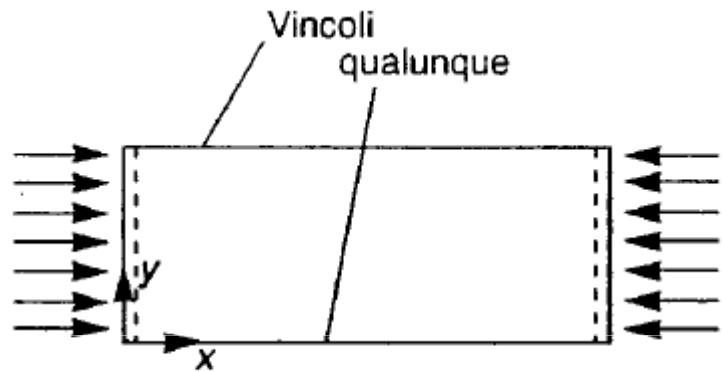


$$N_E = \min_{n,m} \pi^2 D \frac{\left( \frac{n^2}{l^2} + \frac{m^2}{a^2} \right)^2}{\left( \frac{n^2}{l^2} + \beta \frac{m^2}{a^2} \right)}$$

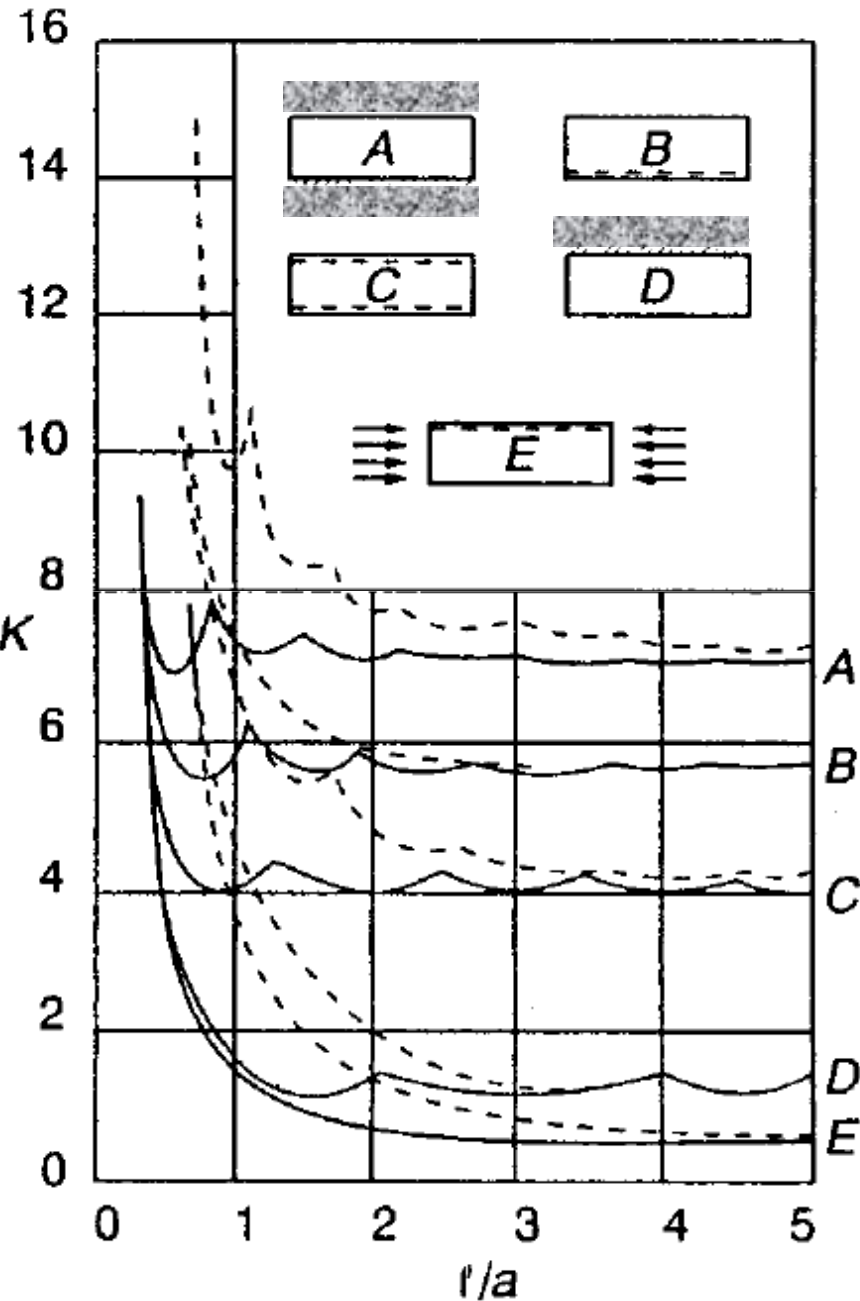
Si constata che  $N_E$  si ottiene per  $m=1$  e dunque si può scrivere

$$N_E = K \pi^2 \frac{D}{a^2} \quad K = \min_n K_n \quad K_n = \left( \frac{na}{l} + \frac{1}{n} \frac{l}{a} \right)^2$$

# Influenza delle condizioni di vincolo



$$N_E = K\pi^2 \frac{D}{a^2}$$

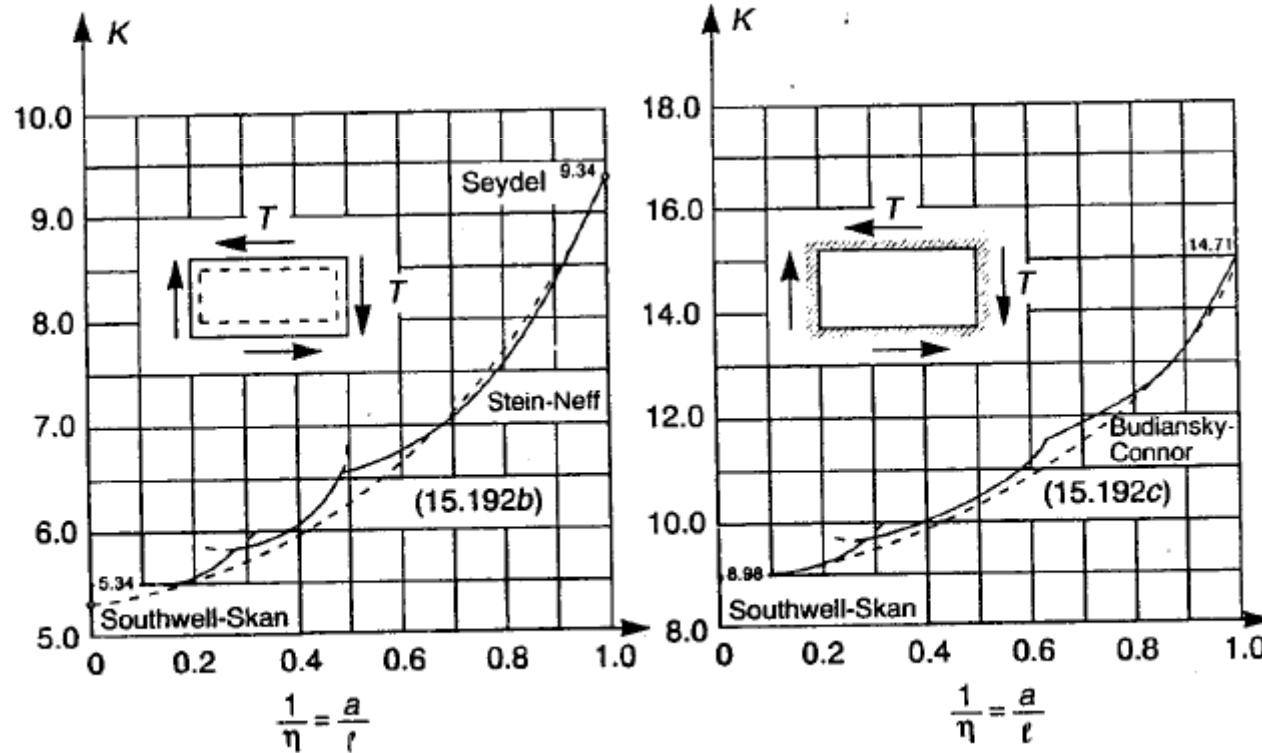


# Lastre soggette ad azioni taglienti

Valore del taglio critico

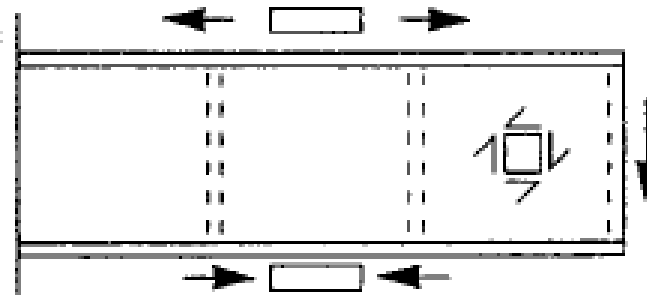
$$T_E = \pm K \pi^2 \frac{D}{a^2}$$

Dove K si determina dai diagrammi sotto riportati

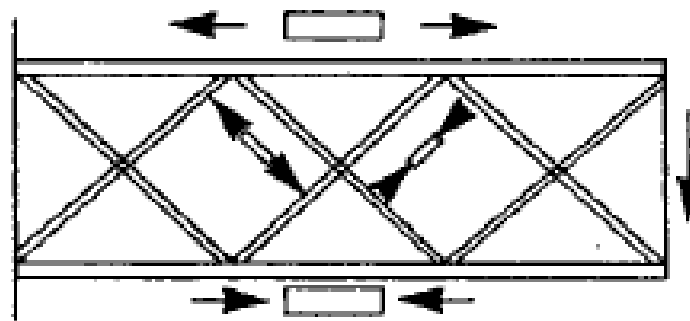


# Pannelli irrigiditi

In assenza di irrigidimenti la lastra non è in grado di assorbire il carico dopo l'imbozzamento



Con gli irrigidimenti la lastra è in grado di assorbire il carico dopo l'imbozzamento aumentano le risorse post-critiche

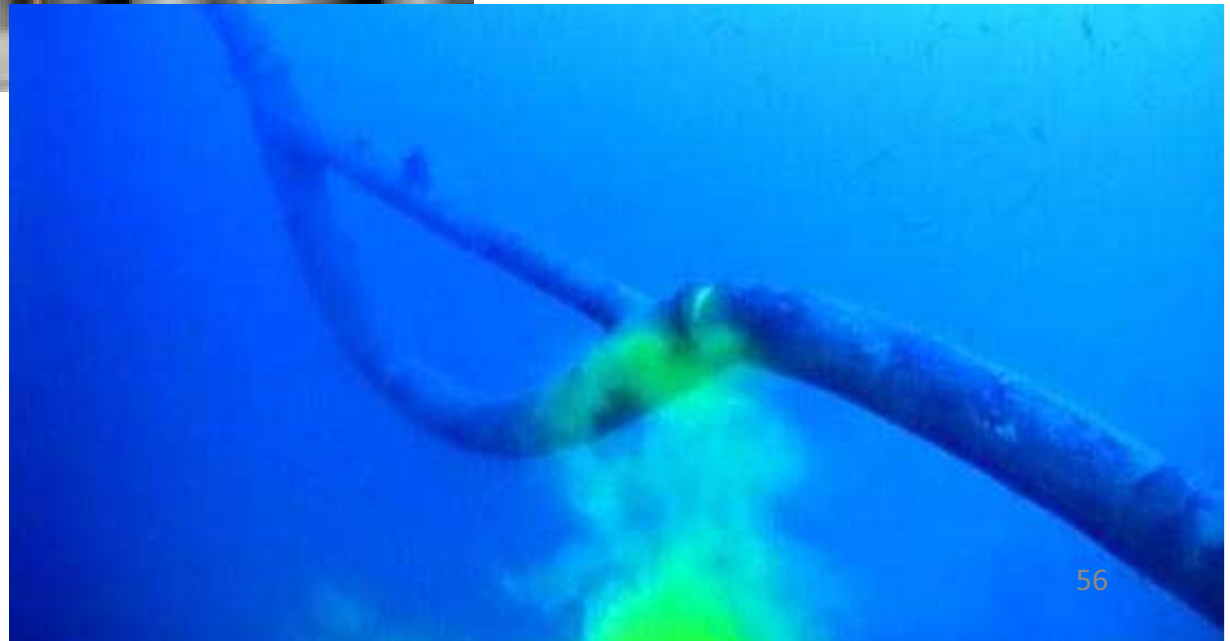


### Lateral buckling of a cantilever

**Additional supports provided to prevent lateral torsional buckling through reducing the beam length**

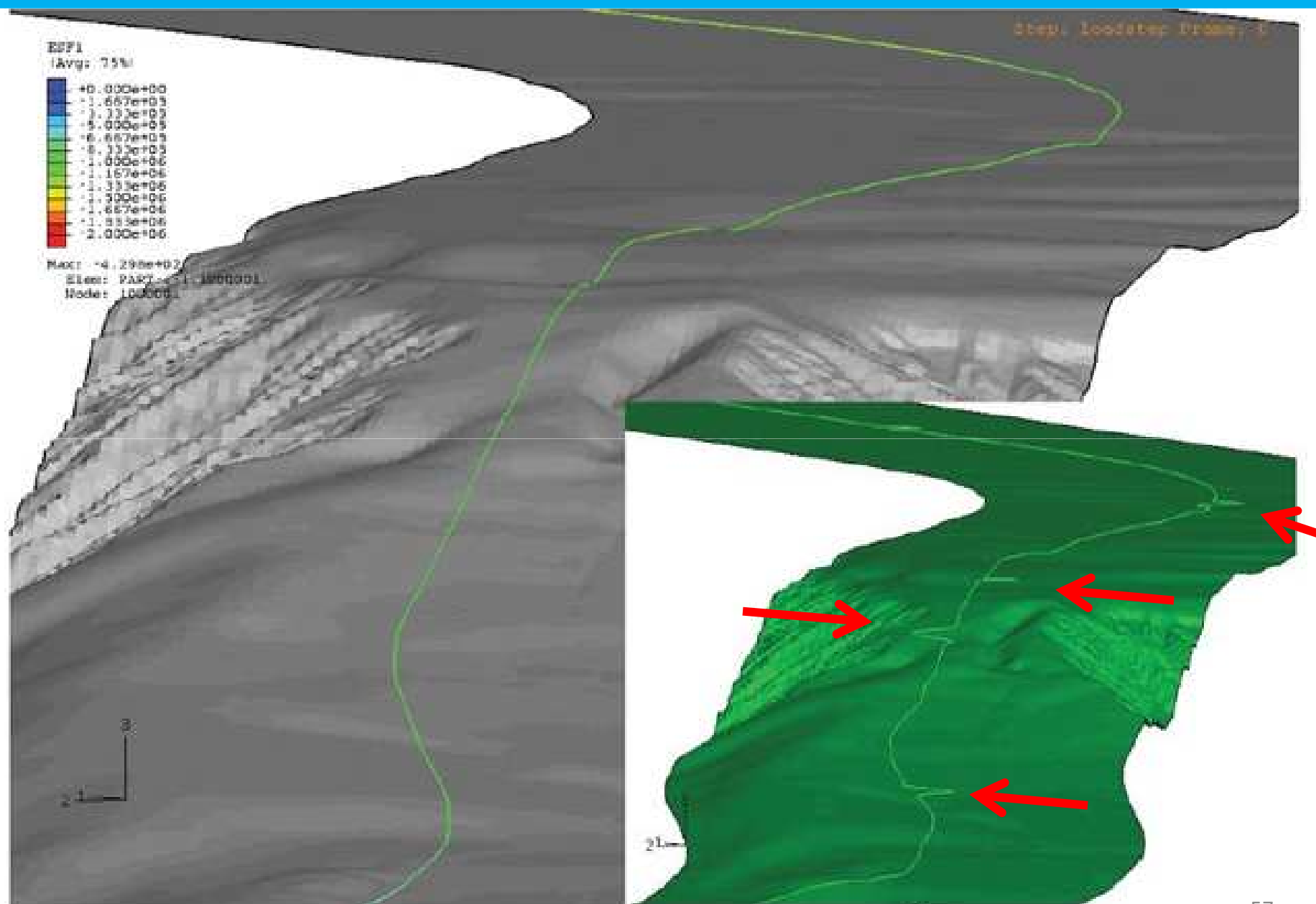


# Cilindri cavi inflessi: Ovalizzazione dei tubi

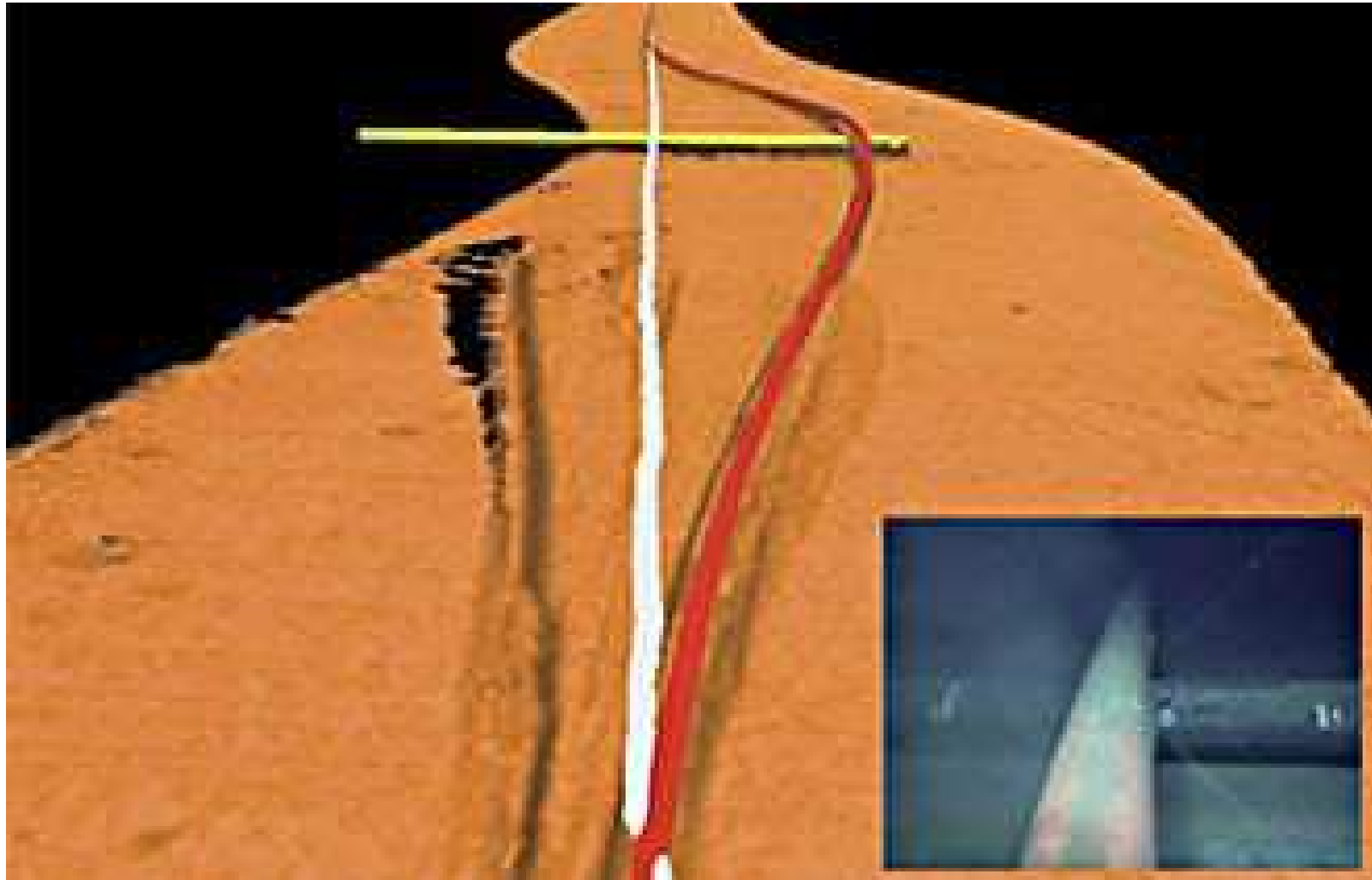




# Cilindri cavi inflessi: Ovalizzazione dei tubi



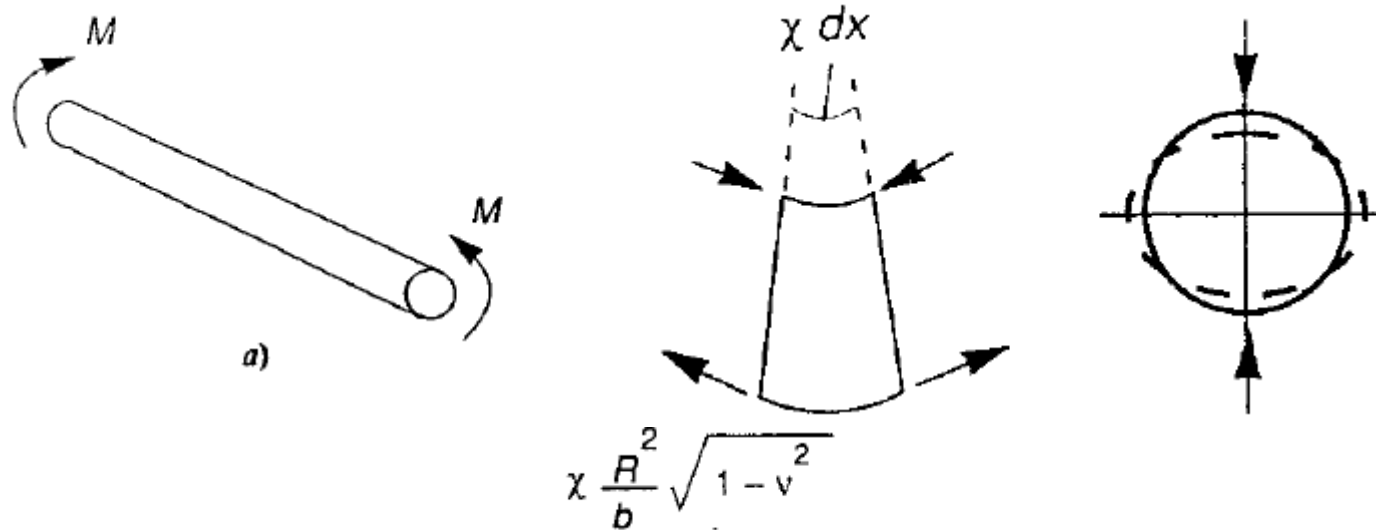
## Cilindri cavi inflessi: Ovalizzazione dei tubi



# Cilindri cavi inflessi: Ovalizzazione dei tubi

LC III p 396

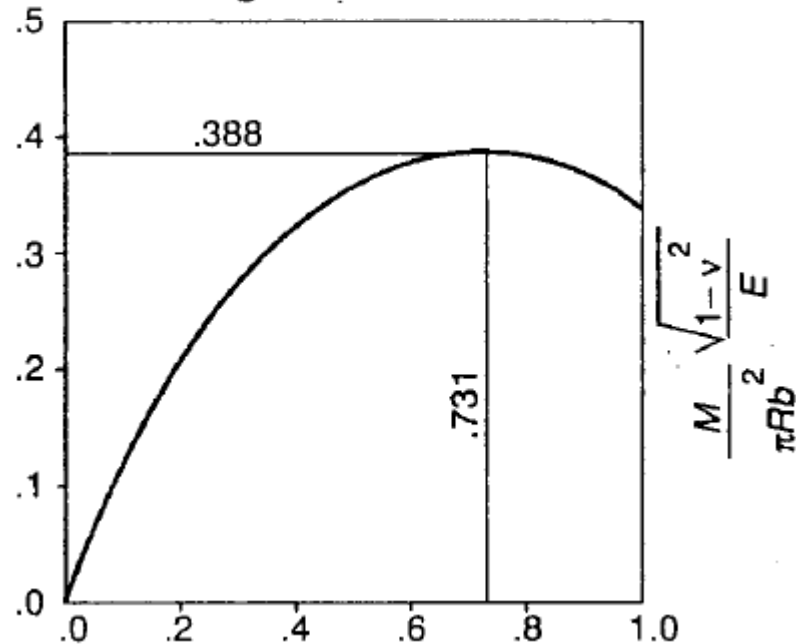
Effetto  
Brazier



Relazione momento  
curvatura

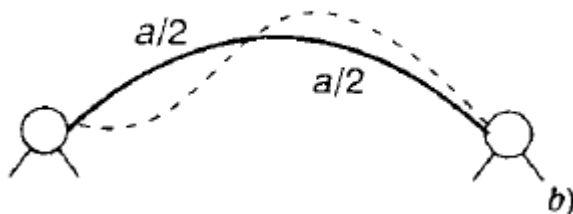
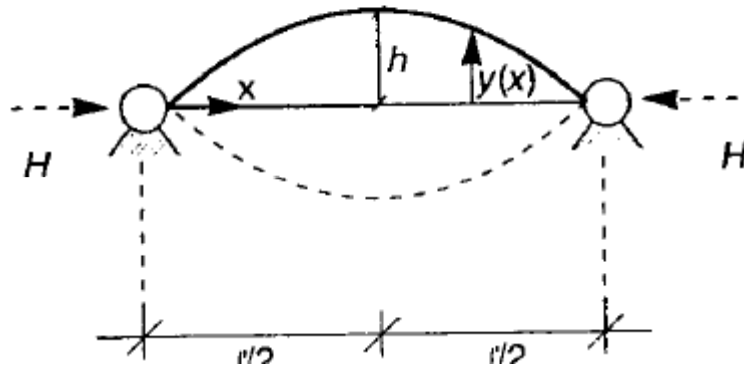
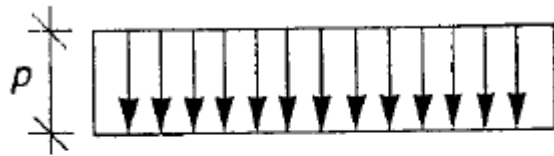


In corrispondenza del  
picco si ha  
l'ovalizzazione  
Ovvero instabilità a  
scatto



# Instabilità di archi ribassati : arco incernierato

## Esempi di problemi non Euleriani

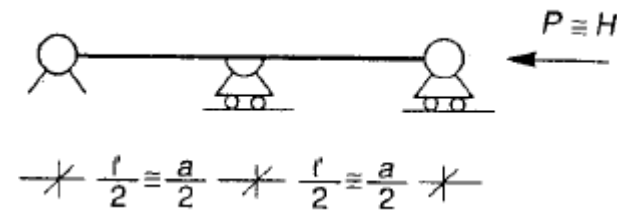


Instabilità Euleriana si manifesta per inflessione inestensionale secondo la deformata critica antisimmetrica

Il valore  $H_E$  della reazione orizzontale del vincolo per cui si instabilizza è

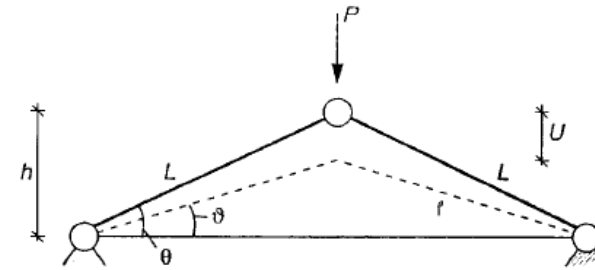
$$H_E \cong 4\pi^2 \frac{EI}{l^2}$$

Ottenuto per analogia con un'asta incernierata



# Instabilità di archi ribassati : arco incernierato

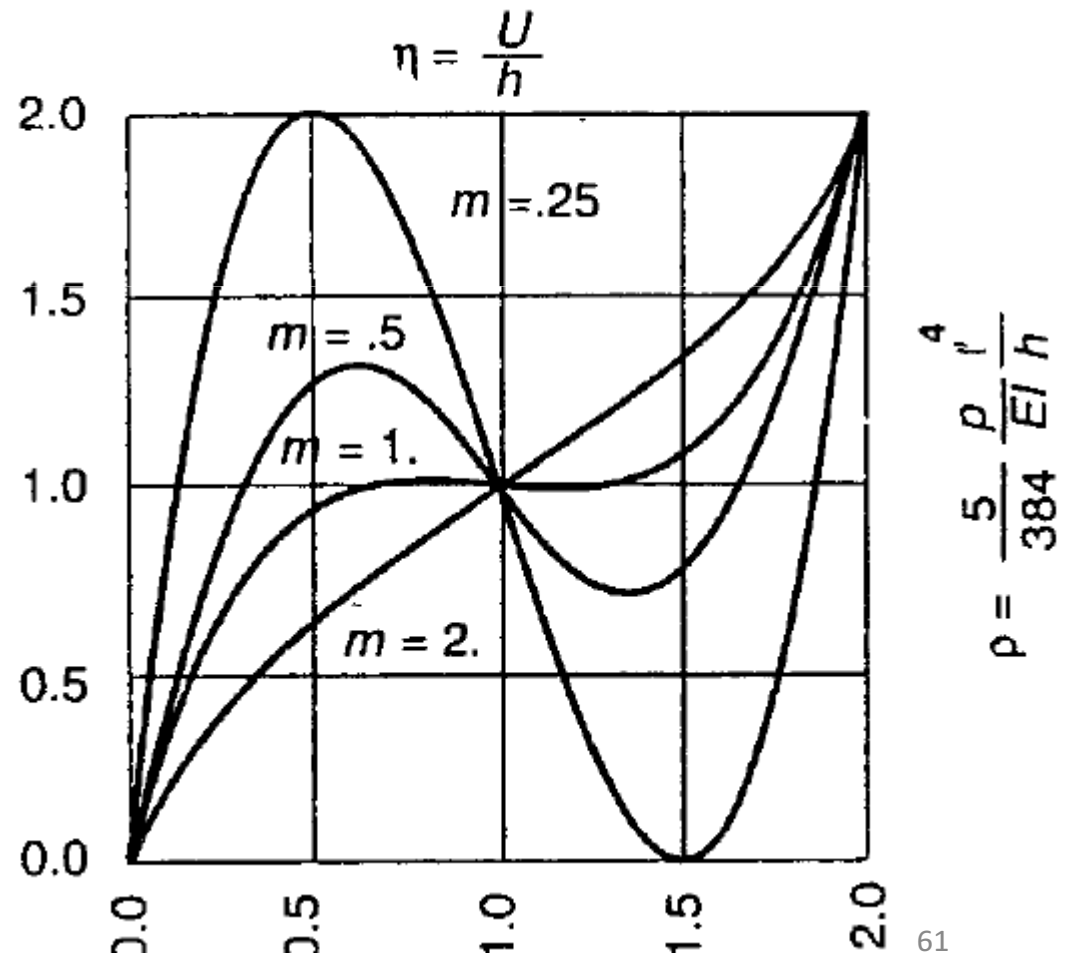
Un'analisi non lineare mostra un'instabilità a scatto (snap through) simile a quella dell'arco a 3 cerniere



Il comportamento dell'arco può essere descritto per mezzo della relazione tra lo spostamento U in mezzeria e il carico  $\rho$

$$e = \frac{5}{384} \frac{\rho l^4}{EIh}$$

$$m = 4 \frac{I}{h^2 A}$$

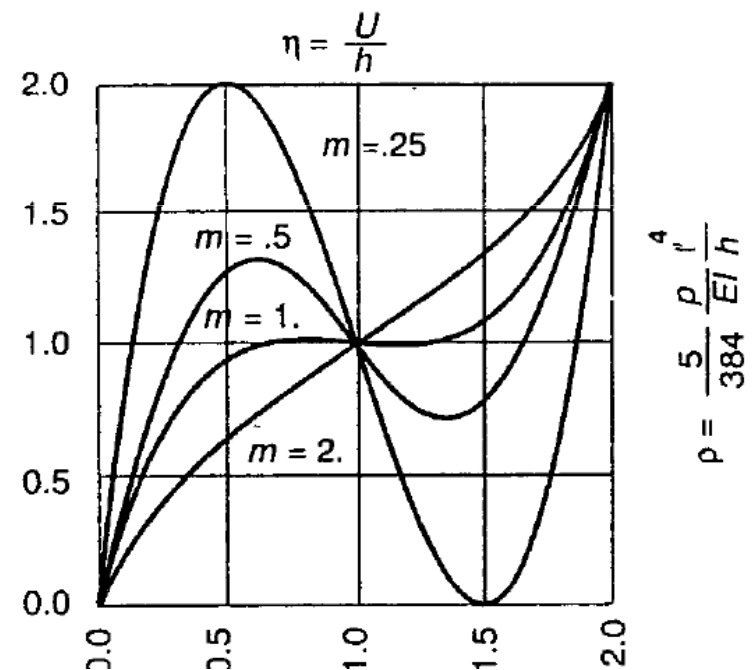


# Instabilità di archi ribassati : arco incernierato

a)  $m < 0.182$  evento critico è la biforcazione, che si verifica per  $H_E \cong 4\pi^2 \frac{EI}{\ell^2}$  occorre un'analisi non lineare

b)  $0.182 \leq m < 1$  collasso avviene per instabilità a scatto

c)  $m \geq 1$  la transizione a configurazioni rovesciate avviene con continuità e la capacità portante è dettata dal limite di deformabilità tollerabile



# Instabilità di membrane e gusci

**Initial post-buckling deflection pattern of cylindrical shell**

