Esercizi su determinazione carico collasso telai mediante la delimitazione di Greenberg-Prager

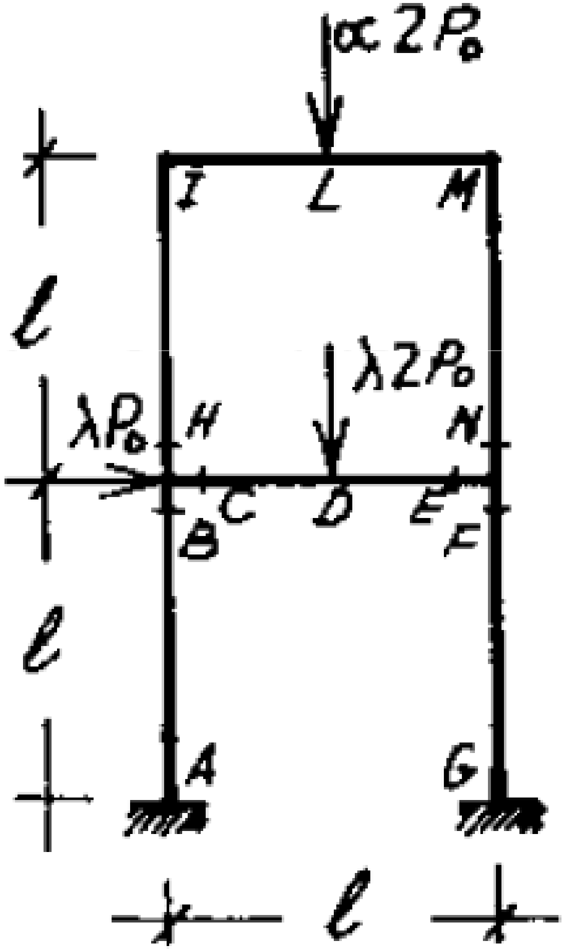


fig. 4

Sezione costante

$M_0 = P_0 l$

Struttura 6 volte staticamente indeterminata

Con 12 sezioni critiche

Esercizi su determinazione carico collasso telai delimitazione Greenberg-Prager

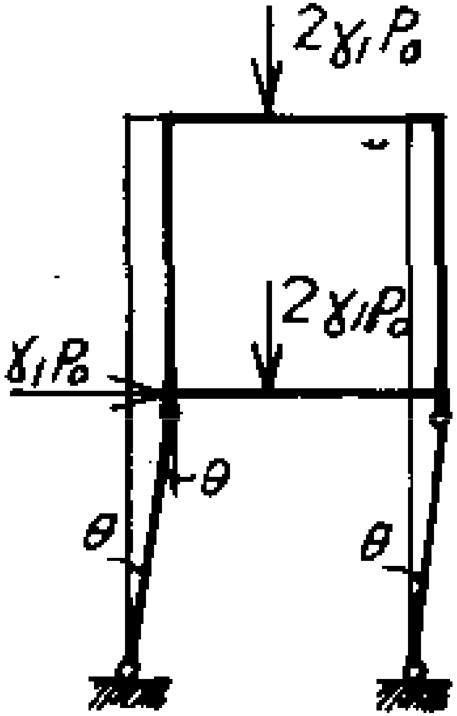


fig. 5

1) Scelta del primo meccanismo π_1 e determinazione del moltiplicatore γ_1. Se si dispone della soluzione elsatica conviene disporre le cerniere plastiche in corripsondenza dei punti di massimo del momento flettente, altrimenti conviene partire da un meccanismo scelto con buonsenso

Consideriamo il meccanismo parziale di parete di Fig.5

Applicando il principio dei lavori virtuali alla struttura si ha

$$\gamma_1 P_0 \, l \, \theta = 4 M_0 \, \theta = 4 P_0 \, l \, \theta \quad \Rightarrow \quad \gamma_1 = 4$$

Esercizi su determinazione carico collasso telai delimitazione Greenberg-Prager

Il meccanismo di Fig 5 è un meccanismo parziale, quindi la distribuzione dei momento a collasso corrispondente non è univocamente determinata, essa dipende dalla scelta delle iperstatiche, scelta che può essere arbitraria

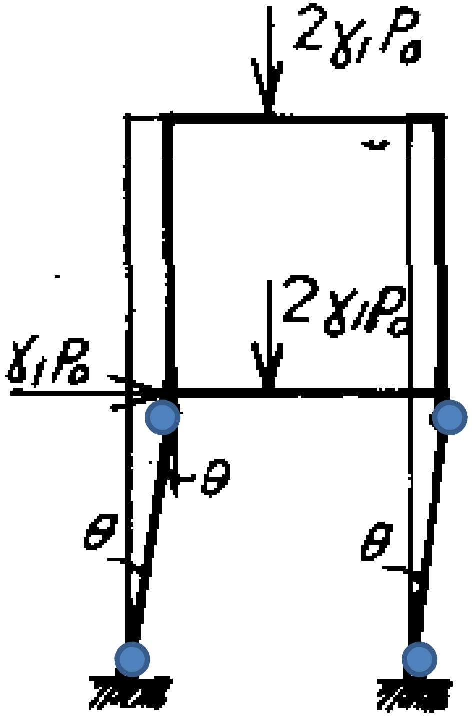


fig. 5

Esercizi su determinazione carico collasso telai delimitazione Greenberg-Prager

2) Calcolo di un moltiplicatore staticamente ammissibile ψ_1

Da considerazioni di equilibrio globale, le azioni assiali nei pilastri risultano staticamente determinate

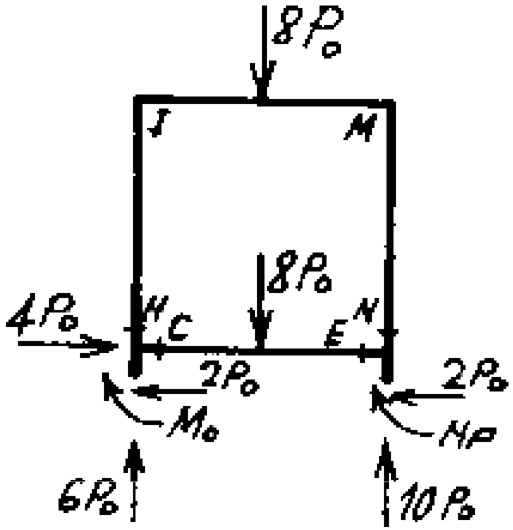


fig. 6

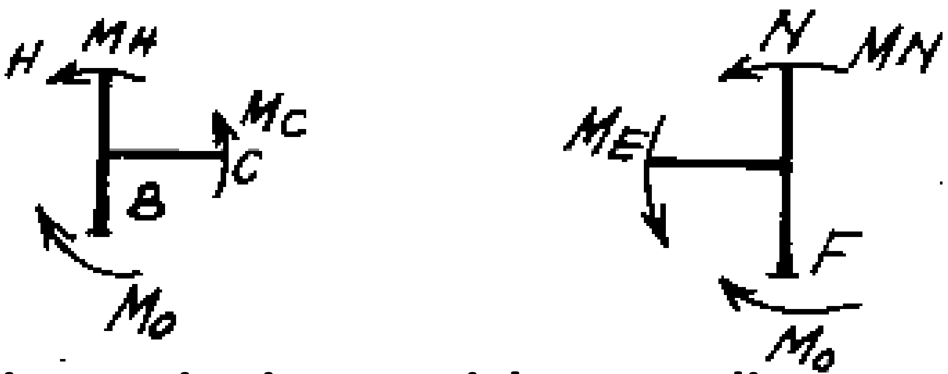


fig. 7

Come incognite iperstatiche prendiamo M_C ed M_E

Affinchè M_H ed M_N siano <= M_0, M_C ed M_E sono vincolati ad avere il verso di Fig . 7

Esercizi su determinazione carico collasso telai delimitazione Greenberg-Prager

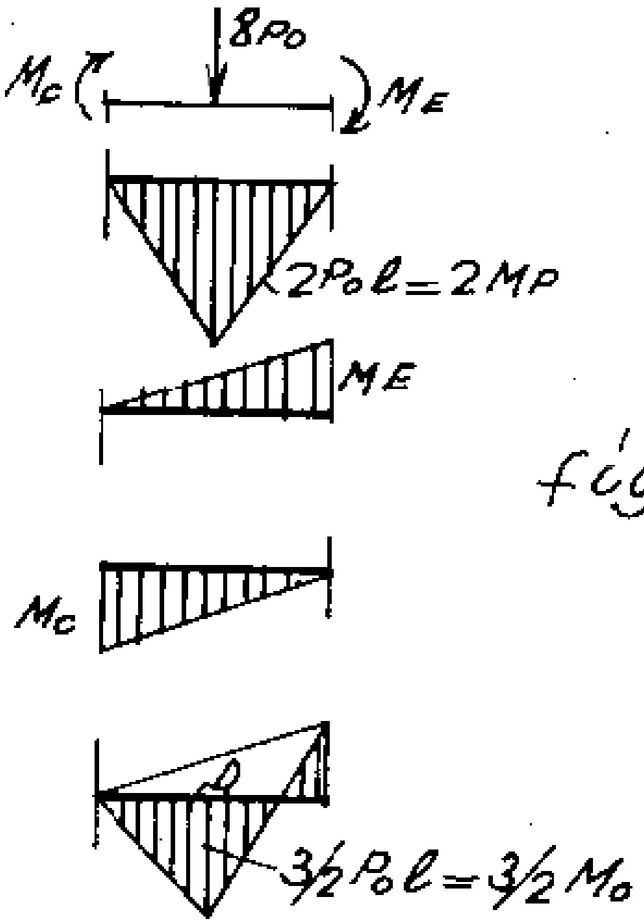


fig. 8

Si consideri l'asta CDE in fig 8
Il momento totale è la somma di quello dovuto a carichi accidentali ed alle azioni iperstatiche

Per rendere minima la violazione della conformità in D conviene assumere
$M_C=0 \quad M_E=M_0$

Dall' equilibrio dei nodi segue
$M_H=M_0; \quad M_N=0$

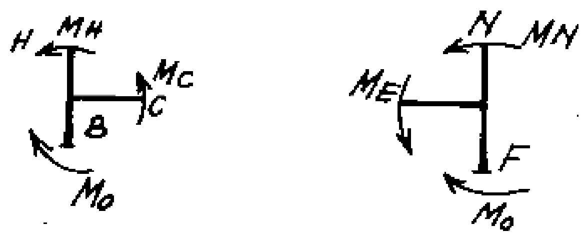


fig. 7

Esercizi su determinazione carico collasso telai delimitazione Greenberg-Prager

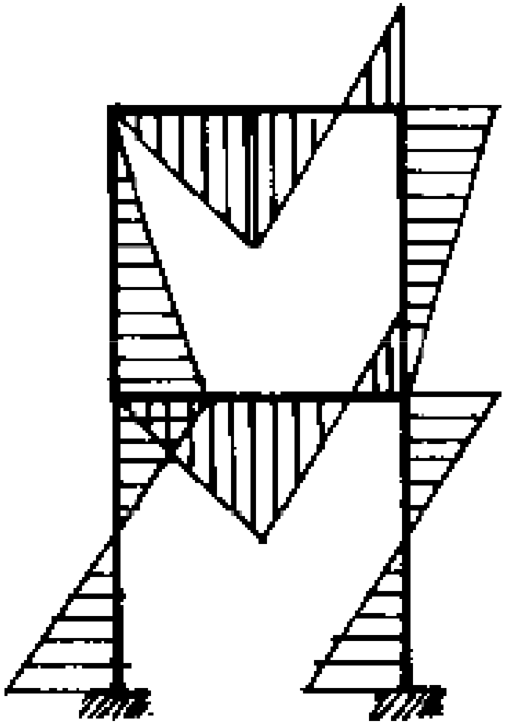


fig. 9

Affinchè la conformità non venga violata in M conviene assumere come ulteriore iperstatica T_N e porre $T_N=P_0$

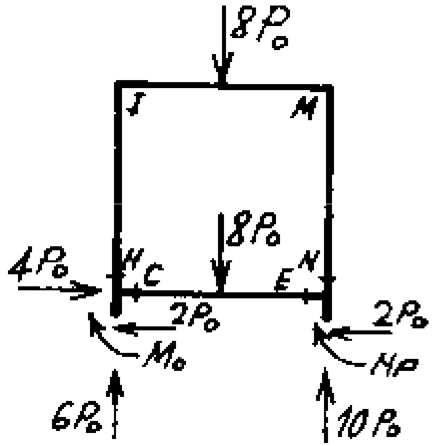


fig. 6

Il diagramma di M risultante è in Fig 9

Esercizi su determinazione carico collasso telai delimitazione Greenberg-Prager

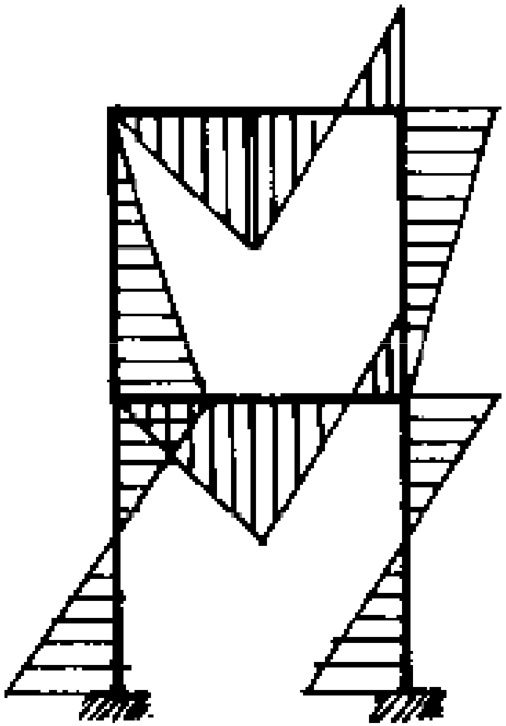


fig. 9

Il momento max è in L e D

$$M_L = M_D = \frac{3}{2} M_0$$

$$\rho = \frac{M_D}{M_0} = \frac{3}{2}$$

Dunque viene violata l'ammissibilità plastica Il moltiplicatore λ_1 va ridotto di 2/3

$$\lambda_1 = \frac{\gamma_1}{\frac{3}{2}} = \frac{4}{\frac{3}{2}} = \frac{8}{3} = 2.667$$

$\Rightarrow$

$$2.667 < \lambda_c < 4$$

delimitazione Greenberg-Prager

3) Scelta di un nuovo meccanismo e calcolo di un nuovo moltiplicatore cinematico $\gamma 2$

Il diagramma di fig 9 suggerisce di porre ulteriori cerniere plastiche in L e D, M ed E. Un meccanismo plausibile è quello di fig 10

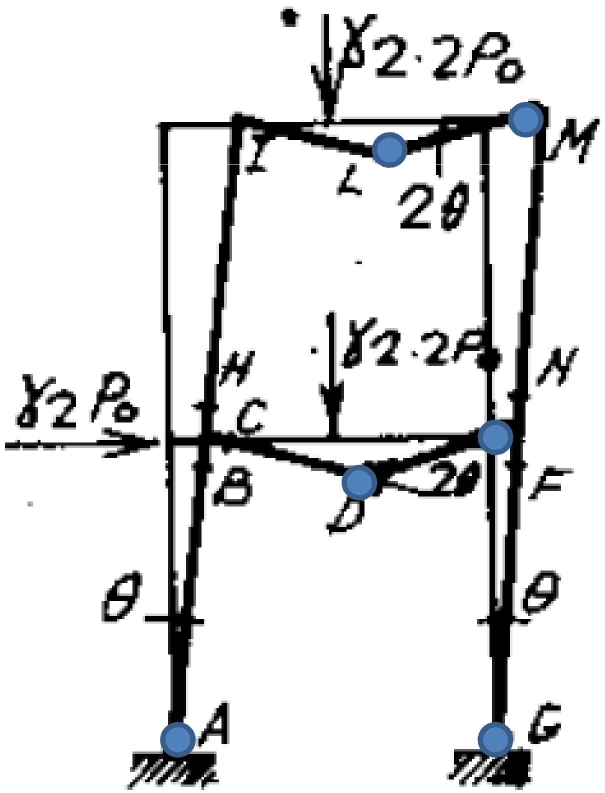


fig. 10

Applicando il PLV virtuali alla struttura

$$\gamma_2 P_0 \, l \, \theta + 2 \times 2 \gamma_2 P_0 \, \frac{l}{2} \, \theta = 10 M_0 \, \theta$$

$$\gamma_2 = \frac{10}{3} = 3.33$$

delimitazione Greenberg-Prager

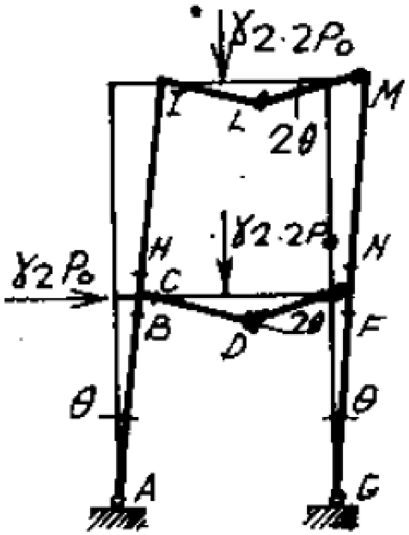


fig. 10

Verifica della conformità statica del meccanismo

OSS: neppure il meccanismo nr 2 è globale, poiché le 6 cerniere rendono la struttura isostatica e non globalmente labile

Avremo allora ancora un'indeterminazione sul diagramma dei momenti a collasso ma potremo trovare una distribuzione di momento staticamente equilibrata.

M_I ed M_C si possono trovare per sovrapposizione dei diagrammi elementari e si ha $M_I=M_C=M_0/3$

Per determinare gli altri momenti occorre assumere un'incognita iperstatica

delimitazione Greenberg-Prager

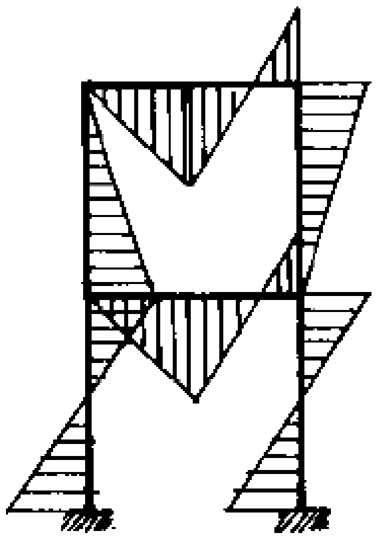


fig. 9

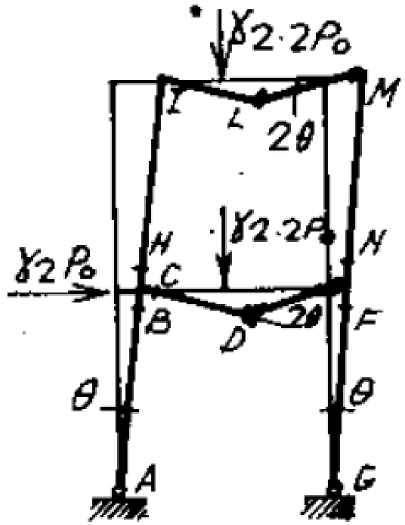


fig. 10

Per determinare gli altri momenti occorre assumere un'incognita iperstatica

Scegliamo dal diagramma di fig.9 $M_F=M_0$. Dall'equilibrio del ritto FG si trova $T_G=2P_0$. Dall'equilibrio alla traslazione globale si ha

$$T_A = \frac{10}{3}P_0 - T_G = \frac{4}{3}P_0$$

$$M_B = T_A l - M_0 = \frac{1}{3}P_0 l$$

Dall'equilibrio alla rotazione dei nodi di Fig. 7 si ha

$$M_N = 0,\ M_H = \frac{2}{3}M_0 = \frac{2}{3}P_0 l$$

Esercizi su determinazione carico collasso telai delimitazione Greenberg-Prager

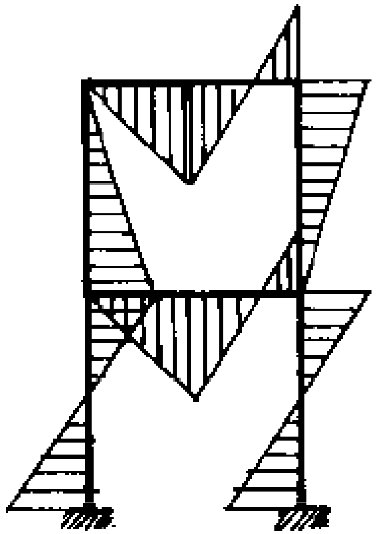


fig. 9

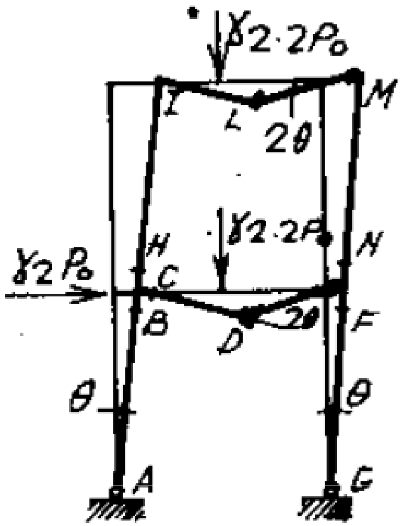


fig. 10

Il diagramma di fig.9 rispetta perciò la conformità il meccanismo cinematicamente ammissibile dà luogo ad una distribuzione di momenti staticamente ammissibili pertanto γ_2 è il moltiplicatore di collasso

$$\gamma_2 = \psi_2 = \lambda_c = \frac{10}{3}$$

Esercizi su determinazione carico collasso telai delimitazione Greenberg-Prager

Esempio nr 2

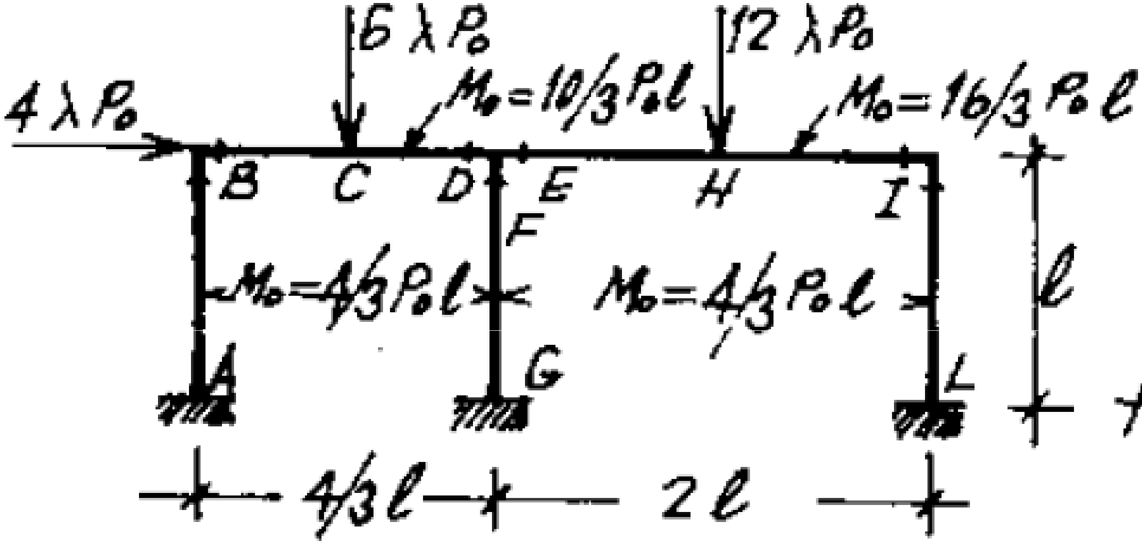


fig. 12

La struttura è 6 volte iperstatica ed ha 12 sezioni critiche

Nei pilastri si abbia $M_0=M_0'=-M_0''=4/3P_0l$

Nella trave BD sia $M_0=M_0'=-M_0''=10/3P_0l$

Nella trave EI sia $M_0=M_0'=-M_0''=16/3P_0l$

Esercizi su determinazione carico collasso telai delimitazione Greenberg-Prager

1) Scelta del primo meccanismo π_1 e determinazione di γ_1

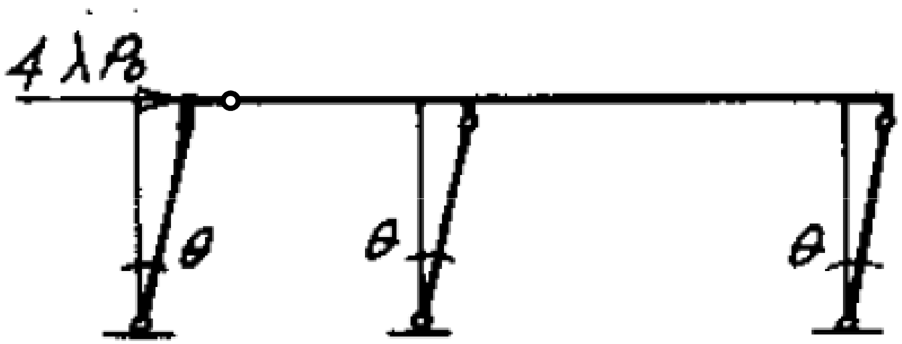


fig. 13

$$\gamma_1 \, 4 P_0 l \, \theta = 6 \times \frac{4}{3} P_0 l \, \theta = 8 P_0 l \, \theta$$

$$\gamma_1 = 2$$

Esercizi su determinazione carico collasso telai delimitazione Greenberg-Prager

Il meccanismo π_1 è parziale , quindi la distribuzione dei momenti a collasso non è staticamente determinata
Consideriamo la trave di fig 14

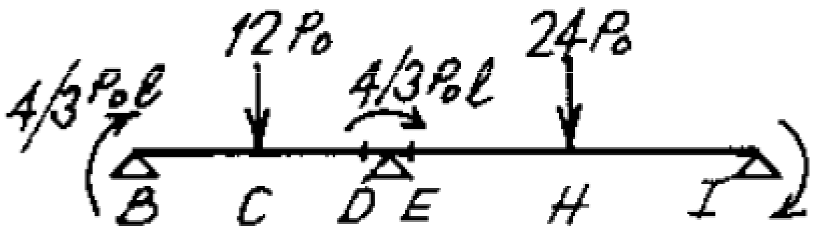
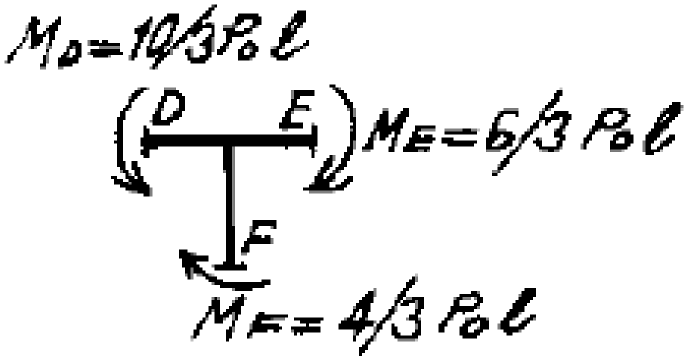


fig. 14

Dal meccanismo π_1 sono noti $M_F=M_B=M_I=4/3P_0l$
La trave è una volta stat. indet., ma per rendere minima la violazione della conformità in C occorre assumere
$M_D=M_0=10/3\ P_0l$

Esercizi su determinazione carico collasso telai delimitazione Greenberg-Prager

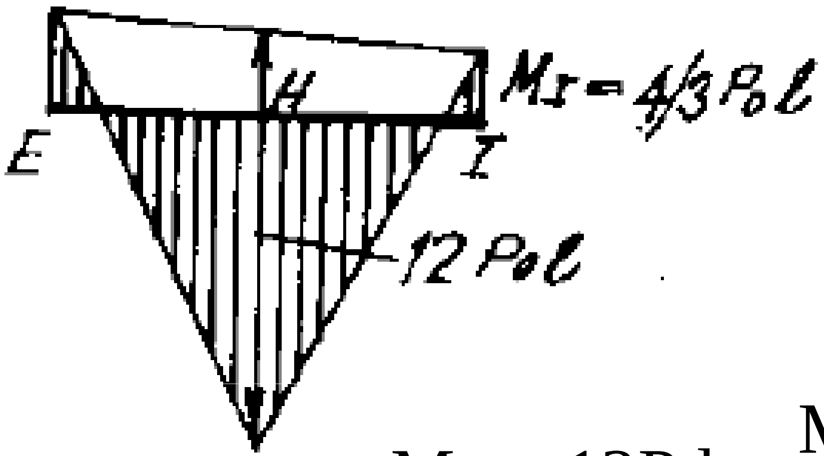
$$M_C = 4P_0 l\,\theta - \left(\frac{10}{3} - \frac{4}{3}\right) P_0 \frac{l}{2} = \frac{9}{3} P_0 l$$



Si determina M_E mediante l'equilibrio al nodo

Esercizi su determinazione carico collasso telai delimitazione Greenberg-Prager

M_E=6/3 P_0 l



$$M_H = 12P_0 l - \frac{M_E + M_I}{2} = \frac{31}{3} P_0 l$$

$$\rho = \frac{M_H}{M_0} = \frac{\frac{31}{3}}{\frac{16}{3}} = 1.93$$

$$\psi_1 = \frac{\gamma_1}{\rho} = 1.005$$

$$1.005 \le \lambda_c \le 2$$

Esercizi su determinazione carico collasso telai delimitazione Greenberg-Prager

Scelta di un secondo meccanismo π_2 e calcolo di γ_2

In base ai risultati precedenti si introduce una cerniera plastica in H

Per permettere alla cerniera H di ruotare occorre spostare una cerniera da F a D . Il meccanismo π_2 risulta

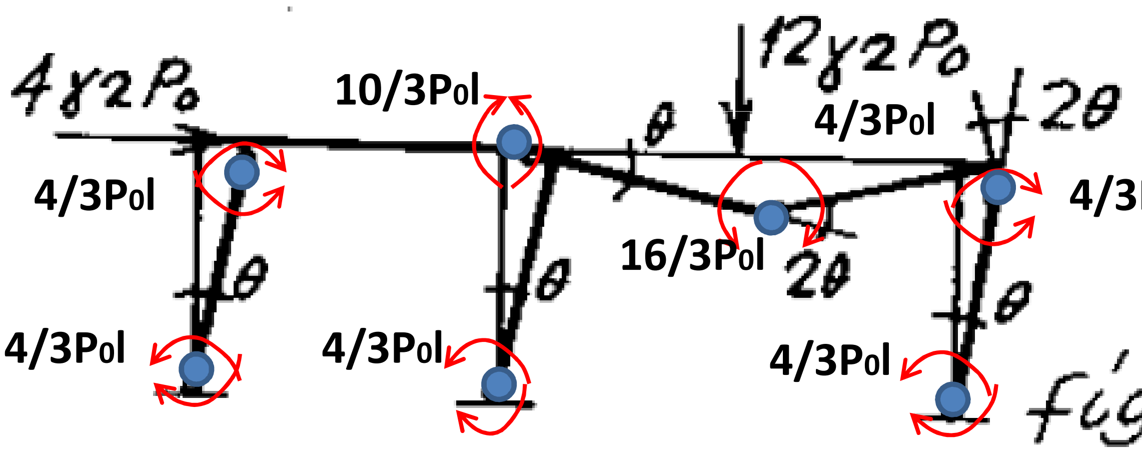


fig. 15

Dal PLV:

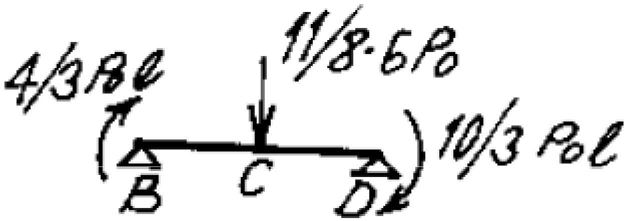
$$\gamma_2 4P_0\, l\theta + \gamma_2 12P_0 l\theta = 6\times\frac{4}{3}P_0 l\theta + \frac{10}{3}P_0 l\theta + 2\times\frac{16}{3}P_0 l\theta$$

$$\gamma_2 = \frac{11}{8} = 1.375$$

Esercizi su determinazione carico collasso telai delimitazione Greenberg-Prager

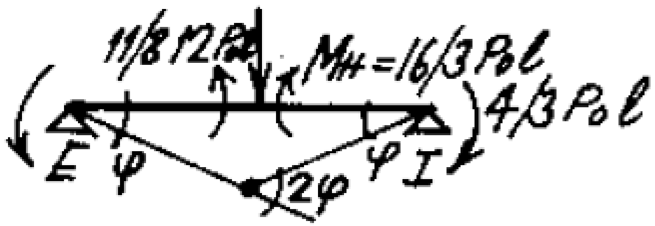
Verifica della conformità della distribuzione dei momenti

Il meccanismo è completo, quindi la distribuzione dei momenti è staticamente determinata



$$M_C = \frac{7}{4} P_0 l < M_0$$

Dal PLV:



$$M_E = \frac{27}{6} P_0 l < \frac{16}{3} P_0 l$$

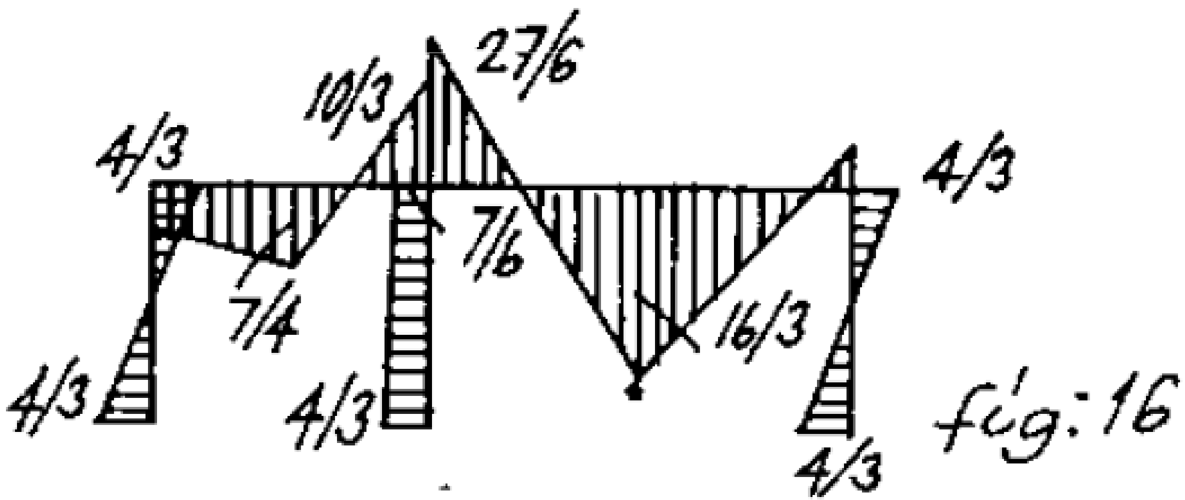
Dall'equilibrio del nodo M_F=7/6P_0l<4/3 P_0l

Poiché il meccanismo è anche staticamente ammissibile

λ_C=γ_2=1.375

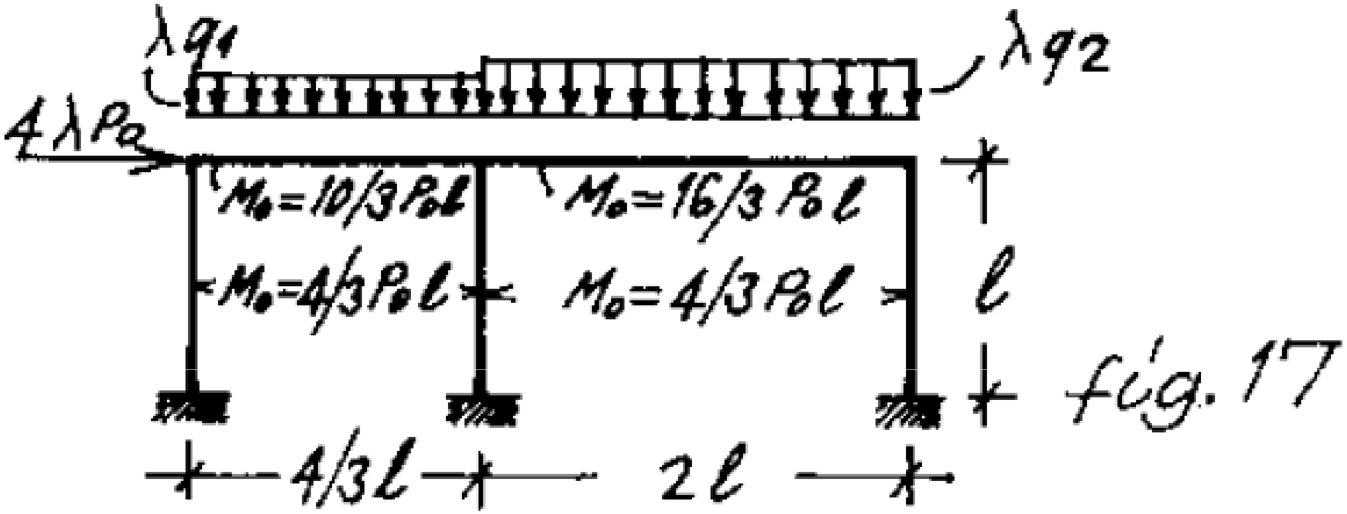
Esercizi su determinazione carico collasso telai delimitazione Greenberg-Prager

La distribuzione dei momenti a collasso è data da



Esercizi su determinazione carico collasso telai delimitazione Greenberg-Prager

Esempio nr 3



$$q_1 = 9\frac{P_0}{l}$$

$$q_2 = 12\frac{P_0}{l}$$

La geometria della struttura di fig. 17 è la stessa di quella dell'esercizio precedente, in questo caso però sono previsti i carichi distribuiti λq_1 e λq_2.

Usando metodi che danno un limite superiore è conveniente come prima approssimazione ipotizzare che le cerniere plastiche si localizzino in mezzeria od alle estremità delle travi caricate con carichi distribuiti. Cioè se si considera la trave di fig. (18a) si suppone, in prima approssimazione, che le possibili sezioni critiche siano A, B, C e si sostituisce il carico distribuito con una distribuzione di carichi concentrati ad esso equivalente staticamente fig.(18b)..

Esercizi su determinazione carico collasso telai delimitazione Greenberg-Prager

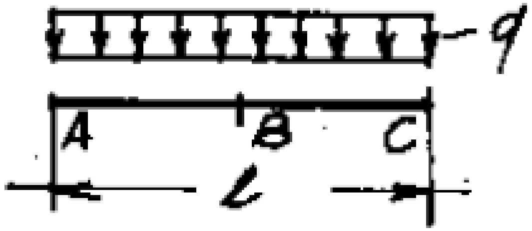


fig. 18a

fig. 18b

La particolare scelta del sistema di forze concentrate deriva dall'ipotesi di meccanismo fatta. In tal caso infatti il sistema delle forze concentrate (fig. 18b) compie ugual lavoro esterno di quello delle forze distribuite

$$L_e = q\, l/2 \cdot l/2 \cdot \theta$$

Esercizi su determinazione carico collasso telai delimitazione Greenberg-Prager

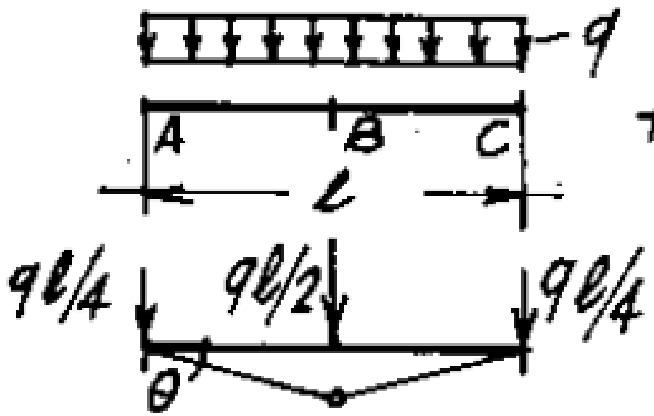


fig. 18 a

fig. 18 b

Quando si sia ottenuto un coefficiente cinematicamente ammissibile γ_1 per la struttura soggetta ai carichi concentrati così ottenuti, si compie una verifica della ammissibilità per la distribuzione dei momenti flettenti in equilibrio col carico distribuito amplificato, ovviamente, del fattore γ_1 . Se la conformità risulta violata si varia la posizione della cerniera plastica di mezzeria e si calcola un nuovo moltiplicatore di collasso.

Esercizi su determinazione carico collasso telai delimitazione Greenberg-Prager

Prendiamo in esame la struttura di fig. (17).

I carichi distribuiti q_1 e q_2 vengono sostituiti con i carichi concentrati equivalenti (fig. 19).

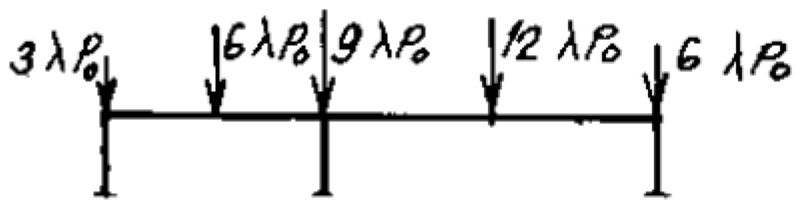


fig 19

-

Il problema, **a meno delle azioni assiali sui pilastri, di cui non teniamo conto** nella determinazione del moltiplicatore di collasso, risulta identico all'esempio precedente, per cui

$\lambda_c = 1{,}375$

Esercizi su determinazione carico collasso telai delimitazione Greenberg-Prager

-

Il problema, **a meno delle azioni assiali sui pilastri, di cui non teniamo conto** nella determinazione del moltiplicatore di collasso, risulta identico all'esempio precedente, per cui
$\lambda_c = 1{,}375$

Assumiamo questo come γ_1 ed il meccanismo di fig. 20 come meccanismo di collasso

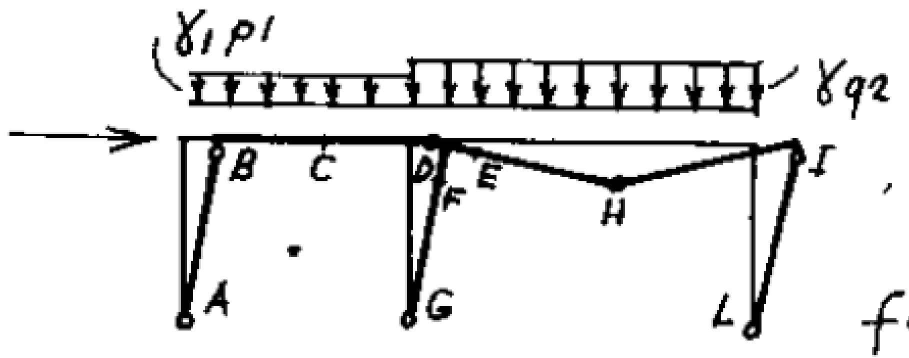


fig. 20

Esercizi su determinazione carico collasso telai delimitazione Greenberg-Prager

2) Calcolo di ψ_1

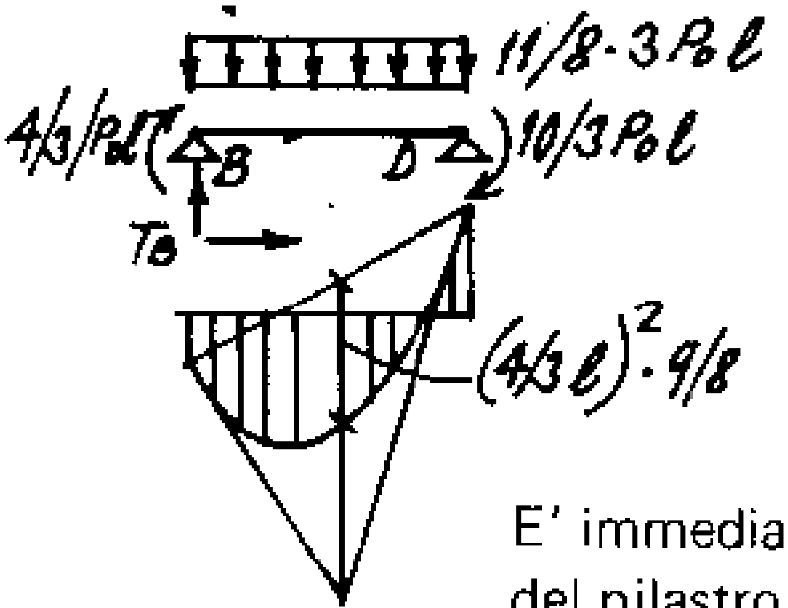


fig. 21 a

fig. 21 b

E' immediato determinare T_B, sforzo assiale del pilastro di sinistra

Facendo un equilibrio alla rotazione in D in fig. (21a)

$$14/3\, P_o l + T_B \cdot 4/3\, l - 11/8 \cdot 9\, P_o/l \cdot 4/3\, l \cdot 2/3\, l = 0$$

$$T_B = 19/4\, P_o$$

Esercizi su determinazione carico collasso telai delimitazione Greenberg-Prager

2) Calcolo di ψ_1

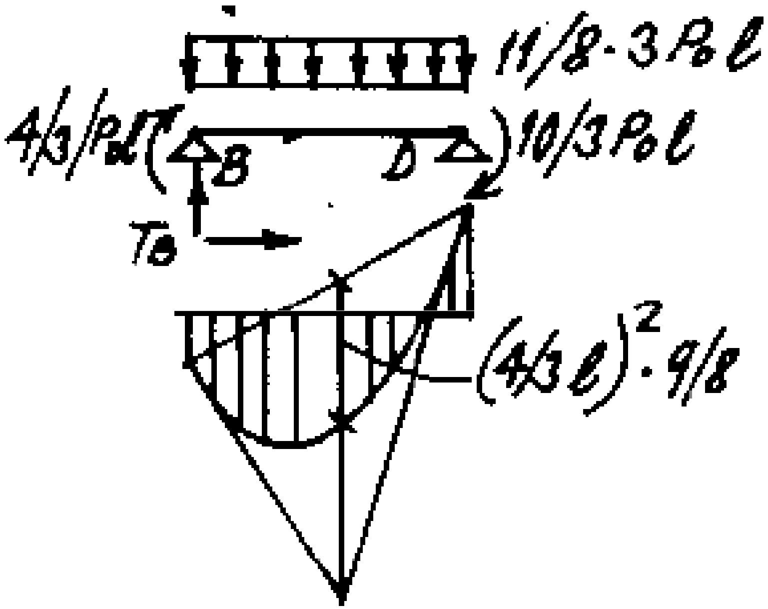


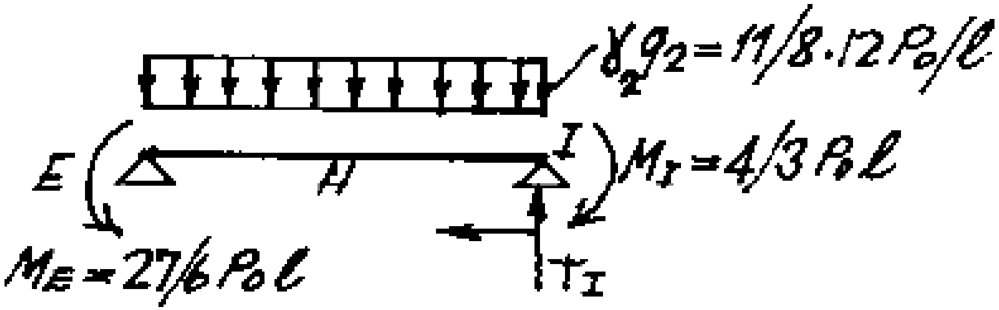
fig. 21 a

fig. 21 b

Determiniamo l'ascissa di momento max $(T = 0)$

$$19/4\ P_o - 11/8 \cdot 9\ P_o/l \cdot x_M = 0 \qquad x_M = 0{,}384\ l$$

$$M_{max} = M\ (x = 0{,}384\ l) = 2{,}244\ P_o l < M_o = 10/3\ P_o l$$



Procedendo come per la trave BD si ottiene dall'equilibrio alla rotazione attorno ad E

$$T_I\, 2l + 27/6\, P_o l - 4/3\, P_o l - 11/8 \cdot 12 \cdot 2\, P_o l = 0$$

$$T_G = 179/12 \simeq 14{\cdot}916\, P_o$$

l'ascissa x_M di taglio nullo è dato da

$$179/12\, P_o - 11/6 \cdot 12\, x \cdot P_o/l = 0 \qquad \rightarrow x_M = 0 \cdot 904\, l$$

Il momento massimo M_{max} è dato da

$$M(x = 0{,}904\, l) = 179/12\, P_o \cdot 0{,}904\, l - 4/3\, P_o l - 11/8 \cdot 12 \cdot 1/2 \cdot (0{,}904)^2 \rightarrow$$

$$M_{max} = 5{,}409\, P_o l > M_o = 16/3\, P_o l$$

$$\rho = \frac{5{,}409}{16/3} = 1.01419$$

$$\psi_1 = \frac{\gamma_1}{\rho} = 1 \cdot 3557 \qquad \rightarrow \qquad 1.355 < \lambda_c < 1.375$$

Esercizi su determinazione carico collasso telai delimitazione Greenberg-Prager

3) **Scelta di un secondo meccanismo π_2 e calcolo di γ_2**

Al meccanismo di fig. 20 si sostituisce quello di fig. 22 spostando la cerniera plastica dalla mezzeria a $x_M = 0{,}904\ l$

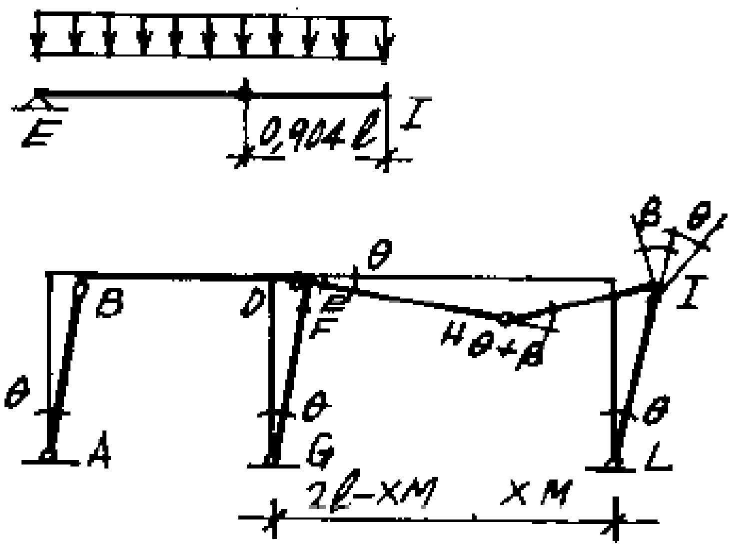


fig. 22

Esercizi su determinazione carico collasso telai delimitazione Greenberg-Prager

$\beta = (2\,l - x_M) \cdot \theta / x_M$

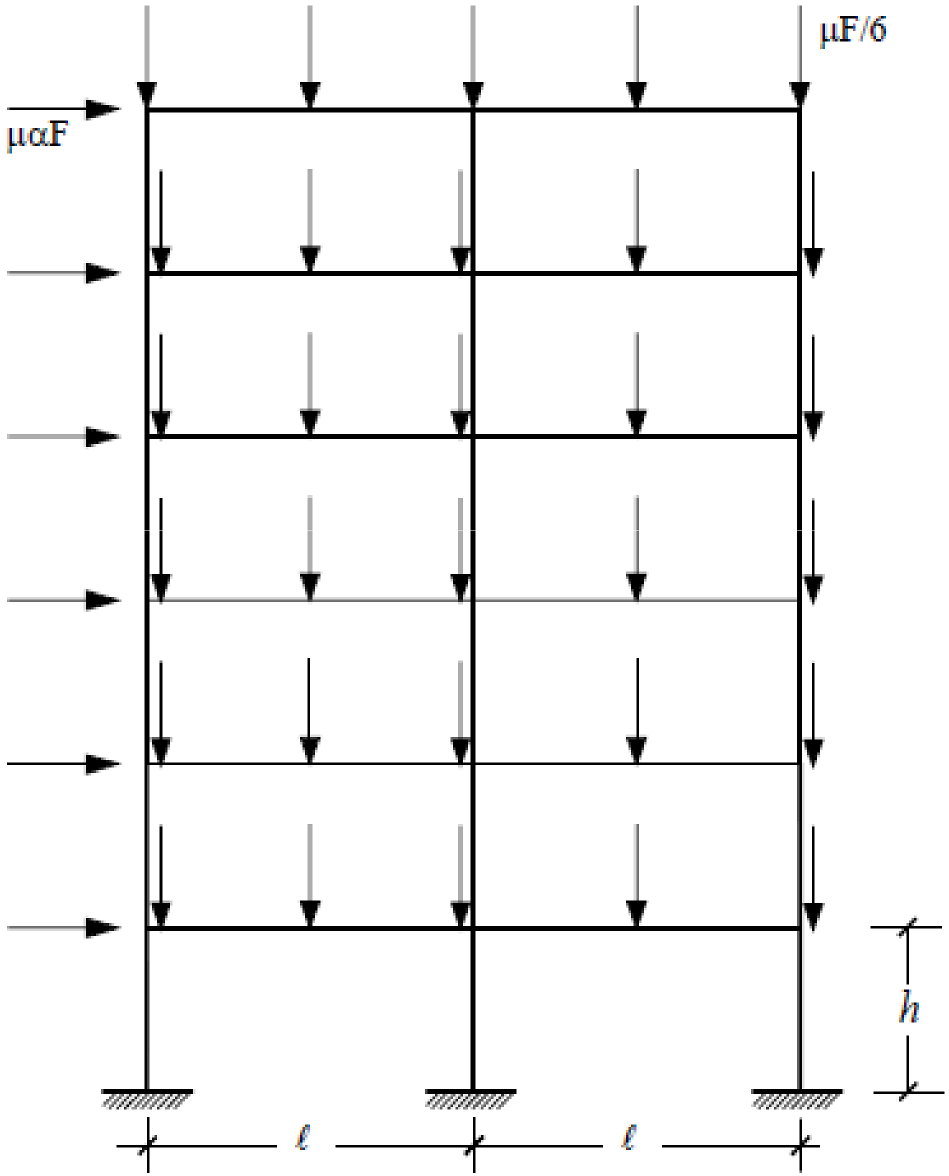
Dal PLV

$\gamma_2\ 4\,P_o\,l\,\theta + 1/2\,\gamma_2\ 12 \cdot 2\,P_o \cdot 11/10\,\theta\,l = 4 \cdot 4/3\,P_o\,l\,\theta + 4/3 \cdot 20/9\,P_o\,l\,\theta + 10/3\,P_o\,l\,\theta +$
$16/3 \cdot 20/9\,P_o\,l\,\theta$

$$\gamma_2 = 1.365$$

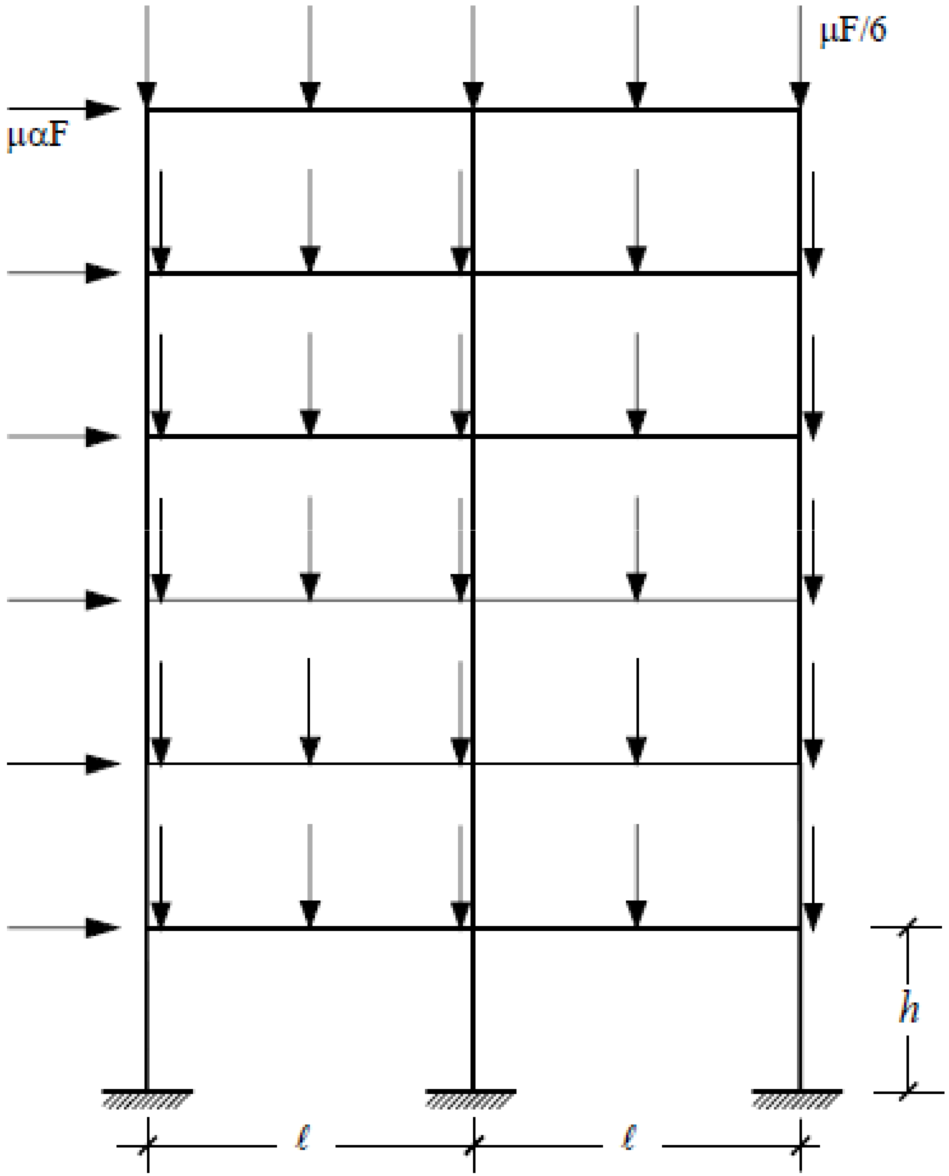
Anche γ_2 risulta un moltiplicatore non staticamente ammissibile e quindi, per ridurre ulteriormente l'intervallo,che ora risulta $\psi_1 = 1{,}355 < \lambda_c < \gamma_2 = 1{,}365$, occorrono altre iterazioni.

Analisi limite di telai piani multipiano



Si consideri un telaio piano soggetto a carichi verticali ed orizzontali crescenti monotonicamente con il moltiplicatore μ . Per semplicità si assume che tutte le travi abbiano medesimo momento plastico M_{t0} e analogamente per le colonne M_{c0}

Analisi limite di telai piani multipiano

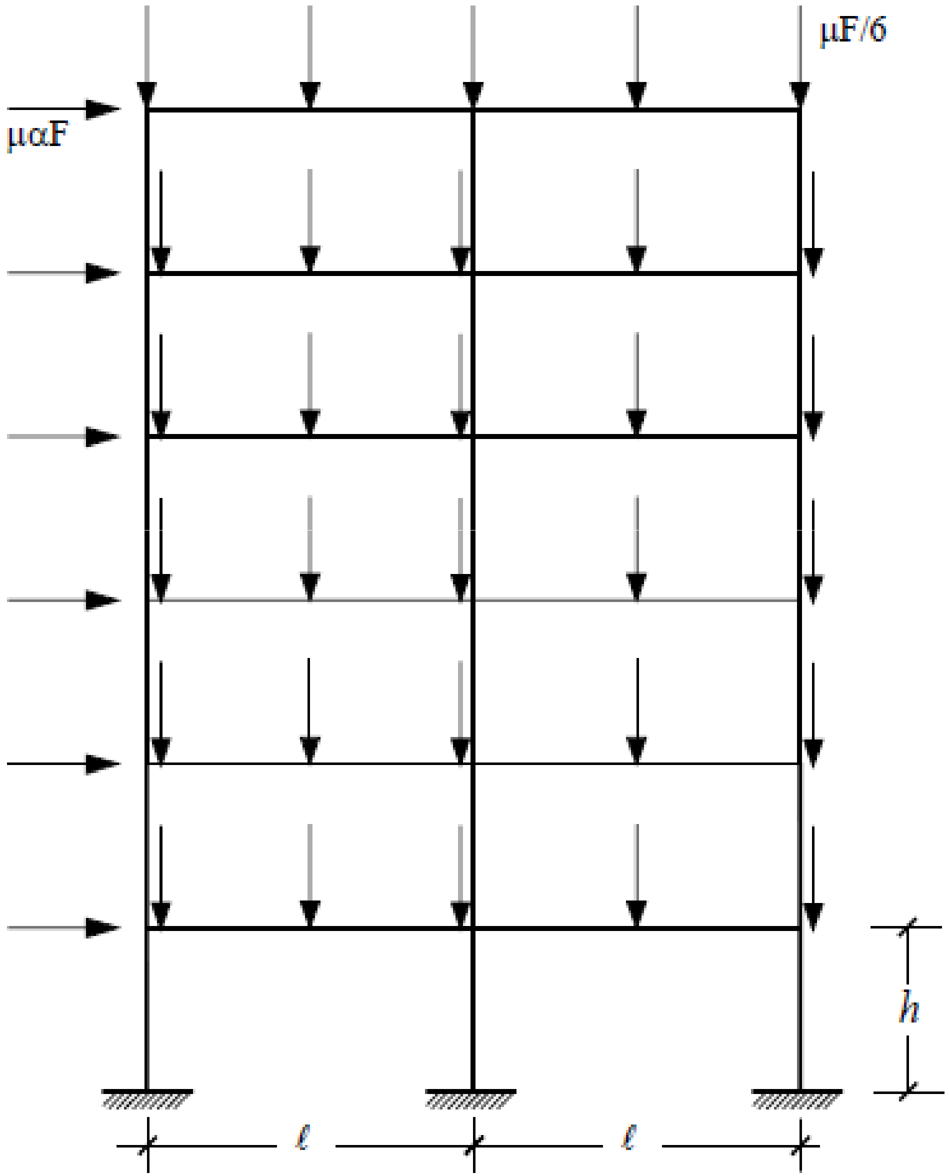


Si escludano effetti di grandi spostamenti e rotazioni e l'influenza dello sforzo normale sul momento plastico.

Il telaio risulta $n_i = (2 \times 3 \times 6) = 36$ volte iperstatico;

meccanismi di collasso globale cinematicamente sufficienti includono 37 cerniere plastiche.

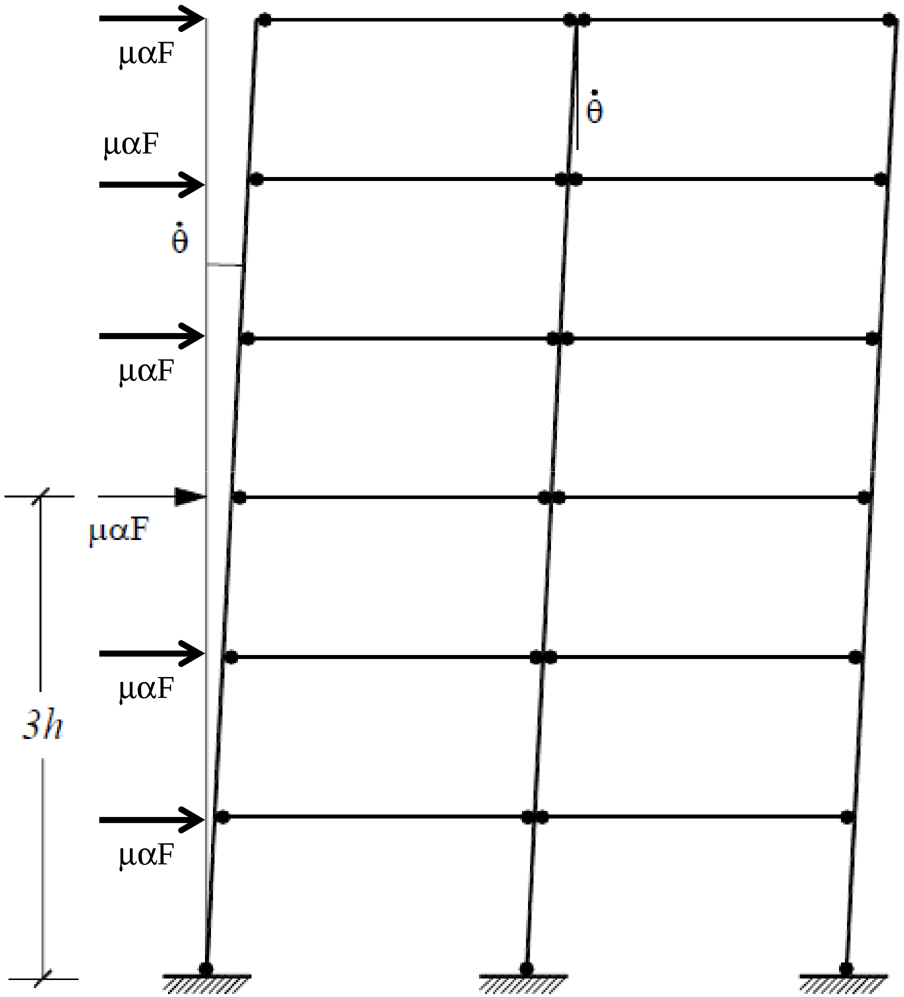
Analisi limite di telai piani multipiano



Si ricorda che attraverso il teorema cinematico è possibile determinare il moltiplicatore di carico μ_k , valutando la potenza dissipata interna D_k e la potenza $\dot{W}_{k,ext}$ esterna applicando la seguente relazione:

$$\mu_k = \frac{D_k}{\dot{W}_{k,ext}}$$

Analisi limite di telai piani multipiano



Meccanismo n.1 (globale).

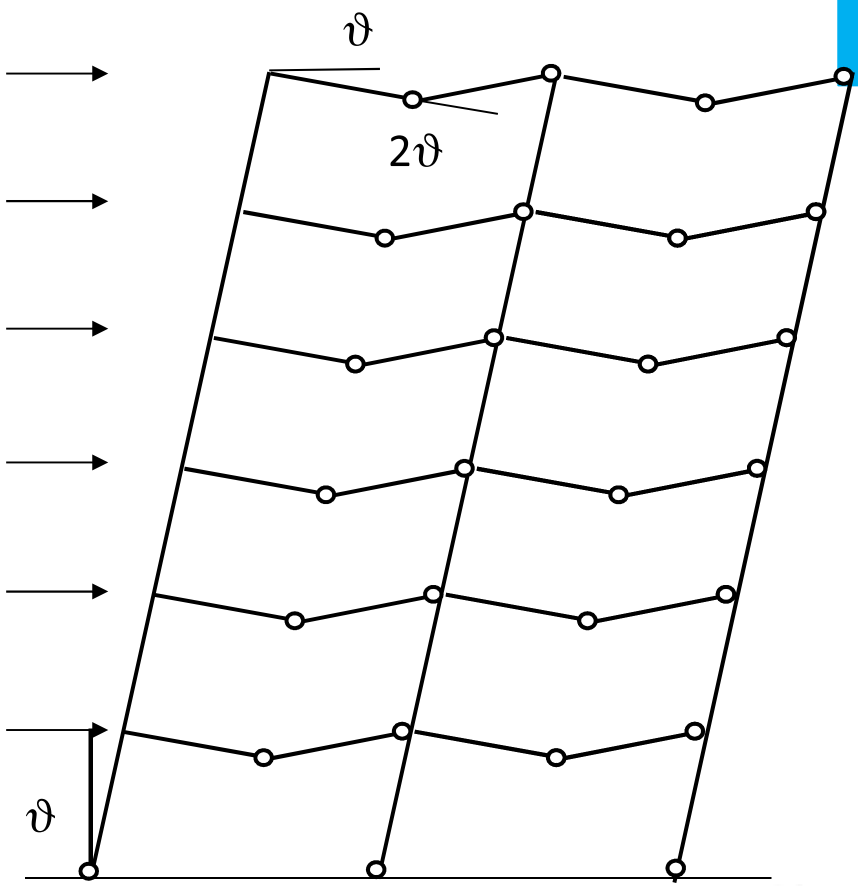
Il meccanismo si realizza con la formazione di cerniere alle estremità delle travi ed alla base delle colonne

$$D_{k1} = 3M_{0c}\dot{\theta} + 4\times 6M_{0t}\dot{\theta} = 3\left(M_{0c} + 8M_{0t}\right)\dot{\theta}$$

$$\dot{W}_{k1,ext} = \alpha F\left(1+2+3+4+5+6\right)h\dot{\theta} = 21\alpha Fh\dot{\theta}$$

$$\mu_{k1} = \frac{M_{0c} + 8M_{0t}}{7\alpha Fh}$$

Analisi limite di telai piani multipiano



Meccanismo n.2 (globale)

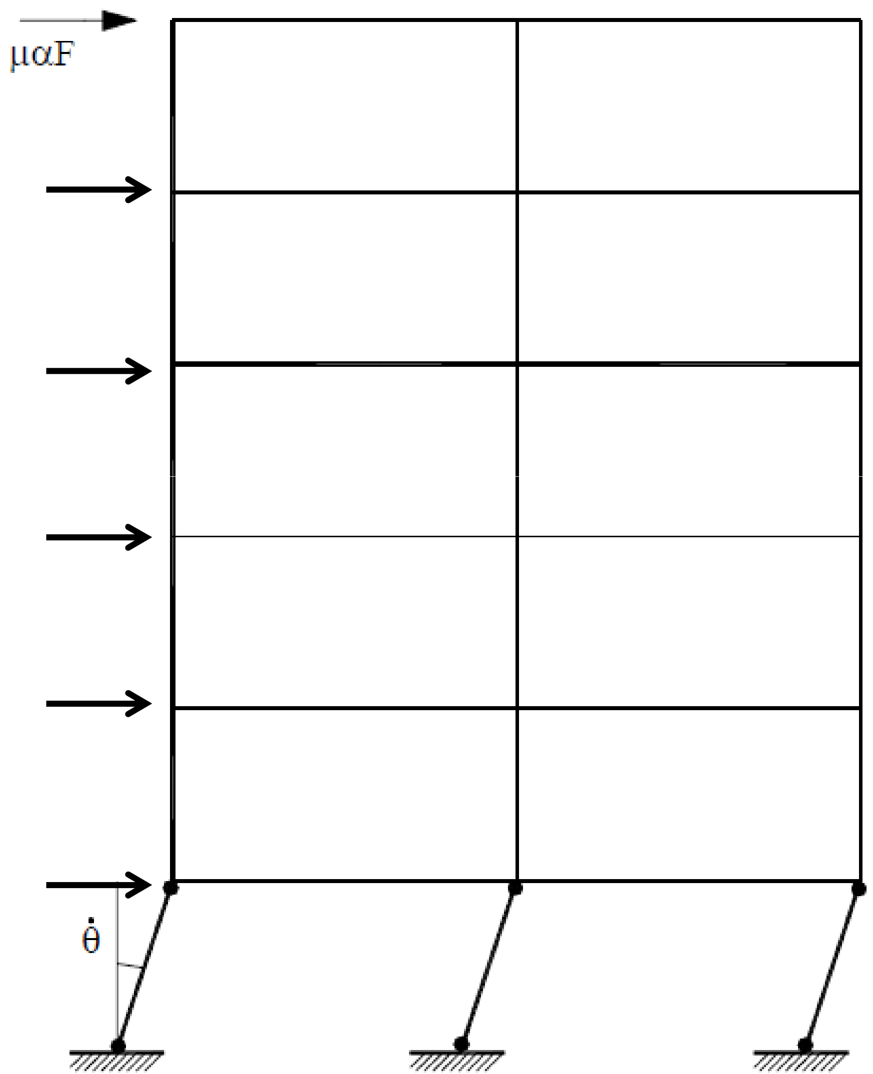
Il meccanismo si realizza con la formazione di cerniere nella mezzeria ed in una estremità delle travi ed alla base delle colonne

$$D_{k2} = 3M_{0c}\dot{\theta} + 2\times 6M_{0t}2\dot{\theta} + 2\times 6M_{0t}\dot{\theta} = 3\left(M_{0c} + 12M_{0t}\right)\dot{\theta}$$

$$\dot{W}_{k2,ext} = 21\alpha Fh\dot{\theta} + 2\frac{F}{6}\frac{\ell}{2}\dot{\theta} = F\left(\frac{\ell}{6} + 21\alpha h\right)\dot{\theta} = \frac{Fh}{6}\left(\frac{\ell}{h} + 126\alpha\right)\dot{\theta}\,.$$

$$\mu_{k2} = \frac{18\left(M_{0c} + 12M_{0t}\right)}{Fh\left(\frac{\ell}{h} + 126\alpha\right)} = \frac{M_{0c} + 12M_{0t}}{7\alpha Fh\left(1 + \frac{\ell}{126\alpha h}\right)}$$

Analisi limite di telai piani multipiano



Meccanismo n.3 (locale o di piano).

Il meccanismo si realizza con la formazione di cerniere alle estremità delle colonne del primo piano, generando così un meccanismo locale.

$$D_{k3} = 6M_{0c}\dot{\theta}$$

$$\dot{W}_{k3,ext} = 6\alpha Fh\dot{\theta}$$

$$\mu_{k3} = \frac{M_{0c}}{\alpha Fh}$$

Analisi limite di telai piani multipiano

Adottando le seguenti adimensionalizzazioni: $\bar{\mu}_k = \dfrac{\mu_k F h}{M_{0c}}, \ \bar{M} = \dfrac{M_{0t}}{M_{0c}}$

le equazioni dei moltiplicatori di collasso opportunamente elaborate diventano

$$(1) \quad \bar{\mu}_{k1} = \frac{1}{7\alpha} + \frac{8}{7\alpha}\bar{M}$$

$$(2) \quad \bar{\mu}_{k2} = \frac{1}{7\left(\alpha + \dfrac{1}{126}\dfrac{\ell}{h}\right)} + \frac{12}{7\left(\alpha + \dfrac{1}{126}\dfrac{\ell}{h}\right)}\bar{M}$$

$$(3) \quad \bar{\mu}_{k1} = \frac{1}{\alpha}$$

che risultano rette nel piano adimensionalizzato $\left(\bar{M} - \bar{\mu}_k\right)$

Analisi limite di telai piani multipiano

Si osserva che l'intercetta sull'asse $\overline{\mu}_k$ della retta (1) risulta sempre maggiore di quella della retta (2) infatti:

$$A_1 = \left\{0,\ \frac{1}{7\alpha}\right\};\quad A_2 = \left\{0,\ \frac{1}{7\left(\alpha + \frac{1}{126}\frac{\ell}{h}\right)}\right\}.$$

$$\frac{1}{7\alpha} > \frac{1}{7\left(\alpha + \frac{1}{126}\frac{\ell}{h}\right)} \Rightarrow \alpha + \frac{1}{126}\frac{\ell}{h} > \alpha \Rightarrow \frac{1}{126}\frac{\ell}{h} > 0 \quad \forall \frac{\ell}{h} > 0$$

Si determinino ora le intersezioni della retta (1) con la retta (3) (punto B_1) ed l'intersezione della retta (2) con la retta (3) (punto B_2)

$$B_1 = \left\{\frac{3}{4},\ \frac{1}{\alpha}\right\};\quad B_2 = \left\{\frac{1}{2} + \frac{1}{126}\frac{\ell}{h}\frac{1}{\alpha},\ \frac{1}{\alpha}\right\};$$

è ora possibile distinguere due casi:

1. se $\frac{\ell}{h}\frac{1}{\alpha} < 54$ allora l'ascissa del punto B_2 risulta minore di quella del punto B_1

$$\overline{M}_{B2} < \overline{M}_{B1} \Rightarrow \frac{1}{2} + \frac{1}{126}\frac{\ell}{h}\frac{1}{\alpha} < \frac{3}{4} \Rightarrow \alpha > \frac{1}{54}\frac{\ell}{h} \Rightarrow \frac{\ell}{h}\frac{1}{\alpha} < 54;$$

2. se $\frac{\ell}{h}\frac{1}{\alpha} > 54$ allora l'ascissa del punto B_2 risulta maggiore di quella del punto B_1

$$\overline{M}_{B2} > \overline{M}_{B1} \Rightarrow \frac{1}{2} + \frac{1}{126}\frac{\ell}{h}\frac{1}{\alpha} > \frac{3}{4} \Rightarrow \alpha < \frac{1}{54}\frac{\ell}{h} \Rightarrow \frac{\ell}{h}\frac{1}{\alpha} > 54.$$

Analisi limite di telai piani multipiano

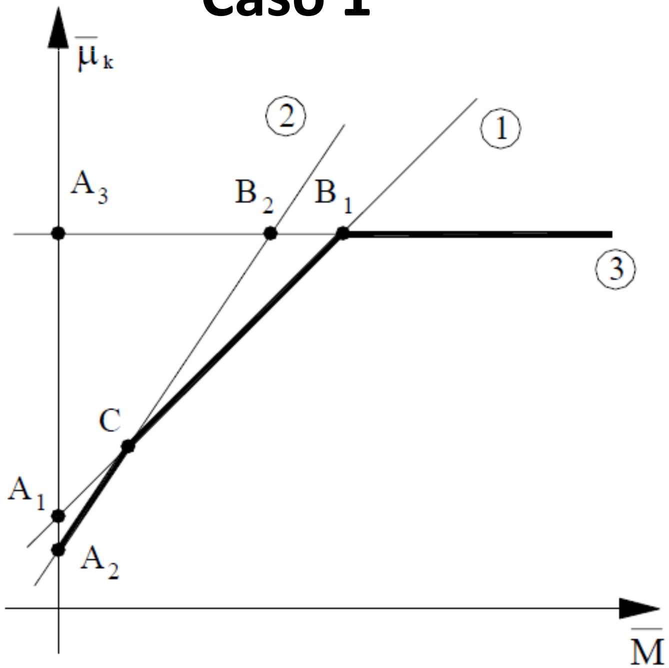
Rappresentazione grafica delle rette

$$(1)\quad \bar{\mu}_{k1} = \frac{1}{7\alpha} + \frac{8}{7\alpha}\bar{M}$$

$$(2)\quad \bar{\mu}_{k2} = \frac{1}{7\left(\alpha + \frac{1}{126}\frac{\ell}{h}\right)} + \frac{12}{7\left(\alpha + \frac{1}{126}\frac{\ell}{h}\right)}\bar{M}$$

$$(3)\quad \bar{\mu}_{k1} = \frac{1}{\alpha}$$

Caso 1



Caso 2

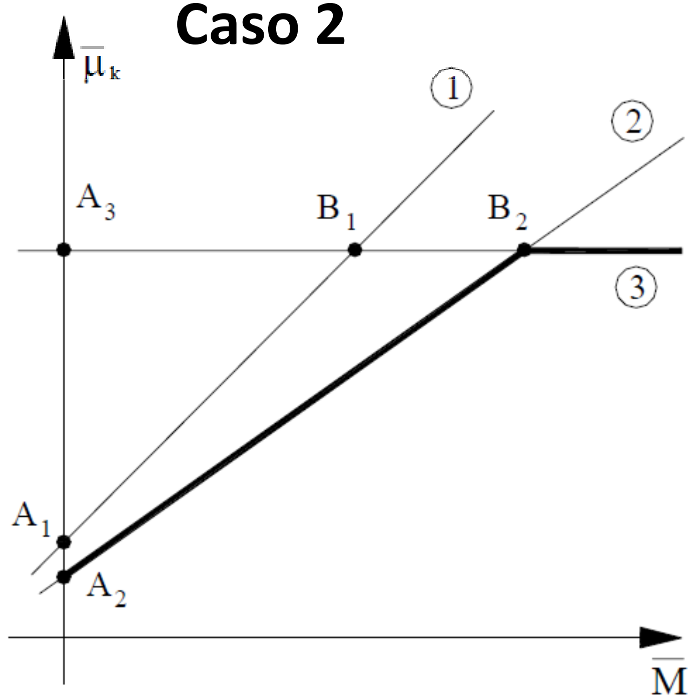


Fig 2.45

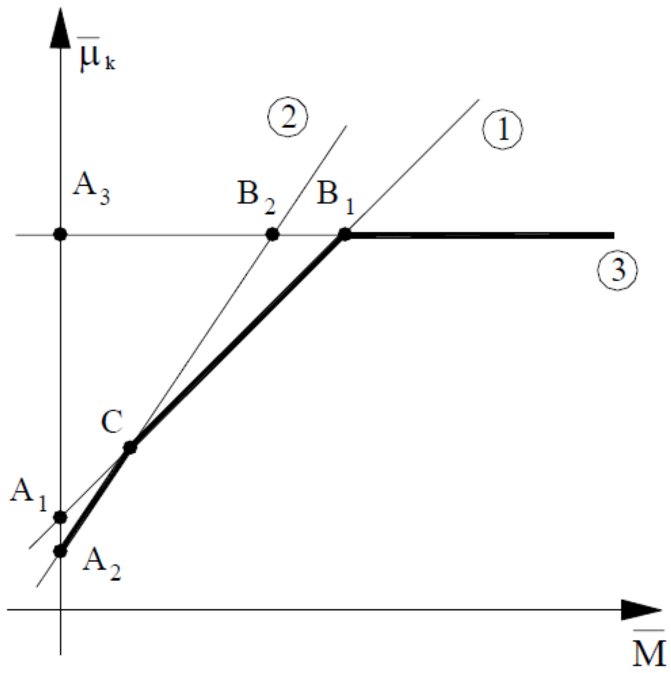
Analisi limite di telai piani multipiano

Caso 1

Nel caso 1 esiste una intersezione (punto C), nella regione $\left\{\bar{M} > 0;\ 0 \leq \bar{\mu}_k \leq \frac{1}{\alpha}\right\}$, tra la retta (1) e la retta (2) che presenta le seguenti coordinate:

$$C = \left\{ \frac{\frac{1}{126}\frac{\ell}{h}\frac{1}{\alpha}}{4\left(1-\frac{1}{63}\frac{\ell}{h}\frac{1}{\alpha}\right)},\ \frac{1}{7\alpha}+\frac{8}{7\alpha}\frac{\frac{1}{126}\frac{\ell}{h}\frac{1}{\alpha}}{4\left(1-\frac{1}{63}\frac{\ell}{h}\frac{1}{\alpha}\right)} \right\}.$$

Caso 1



Minimo moltiplicatore cinemat. ammissibile

$$\bar{\mu}_k = \begin{cases} \bar{\mu}_{k2} & 0 \leq \bar{M} \leq \dfrac{\frac{1}{126}\frac{\ell}{h}\frac{1}{\alpha}}{4\left(1-\frac{1}{63}\frac{\ell}{h}\frac{1}{\alpha}\right)} \\ \bar{\mu}_{k1} & \dfrac{\frac{1}{126}\frac{\ell}{h}\frac{1}{\alpha}}{4\left(1-\frac{1}{63}\frac{\ell}{h}\frac{1}{\alpha}\right)} \leq \bar{M} \leq \dfrac{3}{4} \\ \bar{\mu}_{k3} & \bar{M} \geq \dfrac{3}{4} \end{cases}$$

Analisi limite di telai piani multipiano

Nel caso 2 non esiste una intersezione, nella regione $\left\{\bar{M} > 0;\ 0 \le \bar{\mu}_k \le \frac{1}{\alpha}\right\}$, tra la retta (1) e la retta (2), ne consegue che la retta (2) nella regione sopra specificata fornisce valori del moltiplicatore di carico inferiori.

Caso 2

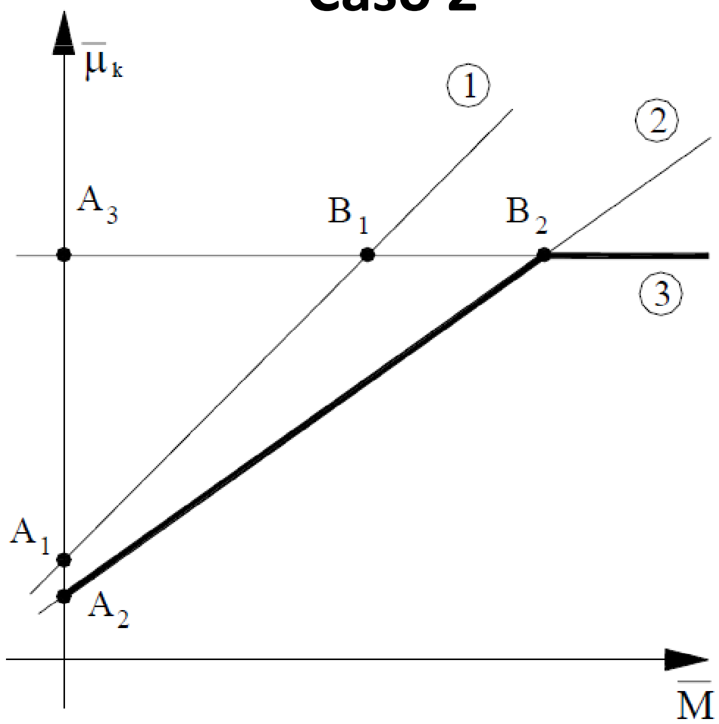


Fig 2.45

Minimo moltiplicatore cinemat. ammissibile

$$\bar{\mu}_k = \begin{cases} \bar{\mu}_{k2} & 0 \le \bar{M} \le \dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{126}\dfrac{\ell}{h}\dfrac{1}{\alpha} \\[2ex] \bar{\mu}_{k3} & \bar{M} \ge \dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{126}\dfrac{\ell}{h}\dfrac{1}{\alpha} \end{cases}$$

Analisi limite di telai piani multipiano

Si osservi che al variare del rapporto tra la resistenza plastica delle travi e delle colonne, si presentano, sia nel caso 1 che nel caso 2 delle transizioni; nel caso 1 si passa dal meccanismo 2 al meccanismo 1 e dal meccanismo 1 al meccanismo 3,
nel caso 2 si passa dal meccanismo 2 al meccanismo 3.
Si può verificare che i moltiplicatori adimensionalizzati $\overline{\mu}_{k1}, \overline{\mu}_{k2}, \overline{\mu}_{k3}$ **e quindi i moltiplicatori** $\mu_{k1}, \mu_{k2}, \mu_{k3}$ **sono anche staticamente ammissibili.**

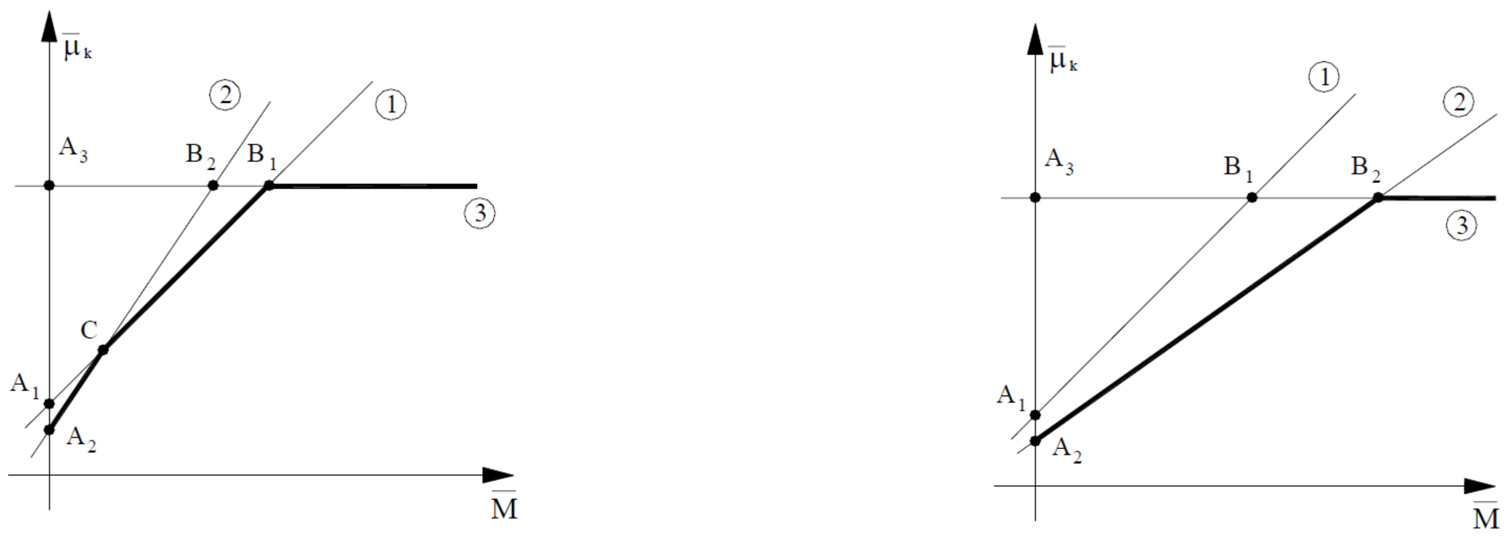


Fig 2.45

Analisi limite di telai piani multipiano

Esempio numerico

Si fissino i seguenti dati:

$$\left.\begin{array}{c} \alpha = 0.1 \\ \dfrac{\ell}{h} = \dfrac{800}{300} \simeq 2.67 \end{array}\right| \Rightarrow \frac{\ell}{h}\frac{1}{\alpha} = 26.7 < 54 \Rightarrow \text{caso } 1\,.$$

Risulta possibile determinare le coordinate del punto C

$$C = \left\{ \frac{\dfrac{1}{126}\dfrac{\ell}{h}\dfrac{1}{\alpha}}{4\left(1-\dfrac{1}{63}\dfrac{\ell}{h}\dfrac{1}{\alpha}\right)} \simeq 0.09,\ \frac{1}{7\alpha}+\frac{8}{7\alpha}\frac{\dfrac{1}{126}\dfrac{\ell}{h}\dfrac{1}{\alpha}}{4\left(1-\dfrac{1}{63}\dfrac{\ell}{h}\dfrac{1}{\alpha}\right)} \simeq 2.46 \right\}$$

Quindi il minimo moltiplicatore cinematicamente ammissibile (adimensionalizzato) $\bar{\mu}_k$ risulta

$$\bar{\mu}_k = \begin{cases} \bar{\mu}_{k2} & 0 \le \bar{M} \le 0.09 \\ \bar{\mu}_{k1} & 0.09 \le \bar{M} \le \dfrac{3}{4}\,. \\ \bar{\mu}_{k3} & \bar{M} \ge \dfrac{3}{4} \end{cases}$$