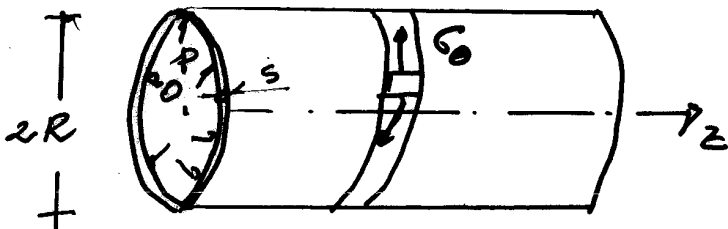


## LASTRE CURVE

In generale le lastre curve presentano uno stato di sollecitazione composto sia membranale che flessionale.

LASTRE CILINDRICHE ASSIALSIMMETRICHE  
(Tubi, serbatoi... O. Belluzzi III cap XXVIII pp 307...)

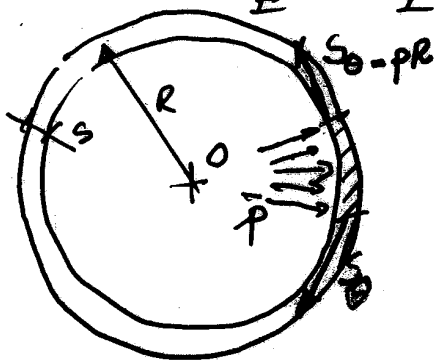
Si consideri un cilindro cavo, di spessore  $s \ll R$ ,  
Lo spessore  $s$ , il raggio  $R$  e la pressione interna  $p$   
possono variare secondo l'asse  $z$  del cilindro



Si osservi come le curvature dei paralleli  
sì ovviamente  $R_2 = R$ , mentre i meridiani  
sono rettilinei  $R_1 = \infty$

Pertanto le uniche tensioni membranali  
sono quelle circumferenziali. Sia  $\bar{p}$  la pro. su un anello  
 $\sigma_z = \sigma_\theta = \frac{\bar{p}R}{s}$  (1a) (F. di Mariotte dei Tubi  
solidi.)

$$\Rightarrow \epsilon_\theta = \frac{\sigma_\theta}{E} = \frac{\bar{p}R}{Es} \quad (1b)$$

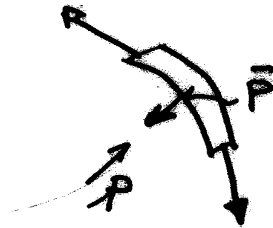
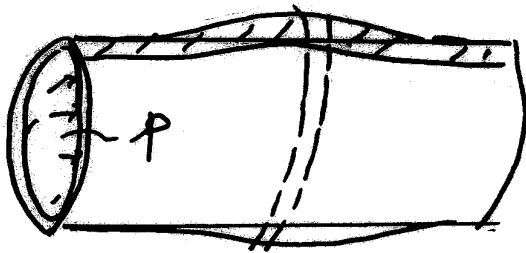


Per effetto delle pressioni  
l'anello generico tende a  
allargarsi e spostarsi in direzione  
radiale di  $w$

$$\epsilon_\theta = \frac{\Delta R}{R} = \frac{w}{R} \quad (1c)$$

e quindi  $\Rightarrow E_0 = \frac{\bar{p}R}{Es} = \frac{w}{R} \Rightarrow \boxed{\bar{p} = \frac{E_s w}{R^2}}$

Invero poiché l'anello non è volato a sostenere la pressione interna  $p$  contrapposizione anche gli anelli adiacenti



l'azione radiale (per unità di superficie) trasmessa alle staccie adiacenti risulta pertanto

$$p - \bar{p} = p - \frac{E_s w}{R^2} = p(z) - \beta w(z)$$

ove si è posto  $\beta = \frac{E_s}{R^2}$

Si consideri una staccia longitudinale, che collega i diversi anelli, assumendo la congruenza

Essa si può considerare una trave in direzione  $z$  di rigidezza soggetta al carico  $p - \bar{p}$   
 $B = \frac{E_s^3}{12(1-\nu^2)}$  (contrasse troncato impedito come nelle piastre)

L'equazione differenziale di equilibrio (eq. linee elastiche) si scriverà (se  $\sigma$  e dunque  $D$  sono costanti):

$$B w^{IV} + \beta w = p(z) \quad \text{con } \beta = \frac{ES}{R^2}$$

(Eq. delle trave su ruolo alle Vinkler)

Se  $z$  è variabile reale:

$$\frac{E}{12(1-\nu^2)} \frac{d^2}{dz^2} (s^3 w'') + \beta w = p(z)$$

Nel caso di spessore costante si usa definire il coefficiente

$$\alpha = \sqrt[4]{\frac{\beta}{4B}} = \sqrt[4]{\frac{ES}{R^2} \frac{12(1-\nu^2)}{ES^3 \cdot 4}} \approx \frac{1,31}{\sqrt{R^3}} \quad \left(\frac{2,93}{\sqrt{R^3}}\right)$$

3.1  $\Rightarrow$   $\boxed{w^{IV} + 4\alpha^4 w = \frac{p(z)}{B}} \quad -3.2-$

l'integrale generale delle eq. omogenee risulta

$$\boxed{w^0(z) = C_1 e^{\alpha z} \sin \alpha z + C_2 e^{\alpha z} \cos \alpha z + C_3 e^{-\alpha z} \sin \alpha z + C_4 e^{-\alpha z} \cos \alpha z} \quad 4.1$$

ed esso dovrà sommarsi l'integrale particolare  $w^1$  ed esempio se  $p = p_0 z^n$  ( $n < 4$ )

$$w^1 = \frac{p_0 z^n}{4\alpha^2 B} = \left( \frac{p_0 R^2}{ES} \right) \quad \text{per } n=0 \text{ (ges)}$$

valutato come se gli anelli fossero staccati.

## TUBI LUNGHİ

Per le lastre cilindriche "suff" lunghe è possibile introdurre una notevole semplificazione all'integrale generale dell'omogenea (Eq. 4.1)

Basta osservare che per  $z \rightarrow \infty$  i primi 2 termini divergono e pertanto  $C_1 = C_2 = 0 \Rightarrow$

$$W^o(z) = C_3 e^{-\alpha z} \sin \alpha z + C_4 e^{-\alpha z} \cos \alpha z \quad 4.2$$

Conviene introdurre la distanza  $\lambda$ , detta distanza o onola di smorzamento

$$\lambda = \frac{2\pi}{\alpha} \approx 4,83 \sqrt{R/s} = \frac{4,83 R}{\sqrt{R/s}} = 4,83 R$$

Come si vedrà nel seguito una distribuzione di errori applicate in  $z=0 \Rightarrow W \approx 0$  per  $z \geq \frac{\lambda}{2}$

È utile la seguente tabella

$\frac{R}{s}$	5	10	20	50	100	200
C	2,16	1,53	1,08	0,683	0,483	0,342

ove si vede che è possibile utilizzare la 4.2 per  $z \geq \bar{z}$   
tubi in c.l.s.  $R/s \approx 10 \Rightarrow \lambda = 1,53 \quad \bar{z} = 1,5 R$

tubi in acciaio  $R/s \approx 100 \Rightarrow \lambda = 0,483 \quad \bar{z} = 0,48 R$

Solo per tubi "molto corti" di lunghezza

$L < \Delta$  è necessario considerare la forma completa dell'integrale generale  $W^o(z)$  dello 4.1 con tutte e 4 le costanti  $C_1 - C_4$

$\Rightarrow$  per  $R/s$  grandi (volte...) effetti di bordo

Come visto l'eq. che descrive la deformazione delle  
lastre cilindriche <sup>(TUBI)</sup> risolve (per spessezza cost.)

$$w'''' + d d^4 w = p/B \quad \text{con } d = \sqrt[4]{\frac{p}{4B}} \approx \frac{1,3}{\sqrt{R_s}} = \frac{\sqrt[4]{3(1-\nu^2)}}{\sqrt{R_s}}$$

Analogia delle trave su suolo elastico alle "Winkler"  
 per tubi suff. lunghi ( $l > \frac{\lambda}{2} = \frac{\pi}{d}$ ) la sol. omogenea  $\Rightarrow$

$$w^0(x) = C_3 e^{-dx} \sin dx + C_4 e^{-dx} \cos dx$$

si pone  $C_3 = C \cos \psi$ ,  $C_4 = C \sin \psi \Rightarrow \tan \psi = \frac{C_4}{C_3} \Rightarrow$

$$w^0(x) = C e^{-dx} \sin(dx + \psi)$$

$\psi =$  angolo di fase  
 $\Rightarrow$  vedi Fig

$$w^0'(x) = -C d e^{-dx} [\sin(dx + \psi) - \cos(dx + \psi)] = \dots$$

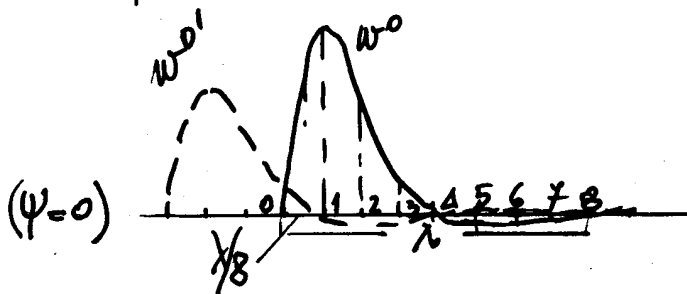
$$= -C \sqrt{2} d e^{-dx} \sin(dx + \psi - \frac{\pi}{4})$$

$$w^0''(x) = \dots = 2d^2 C e^{-dx} \sin(dx + \psi - \frac{2\pi}{4})$$

$$w^0'''(x) = \dots = -2\sqrt{2} d^3 C e^{-dx} \sin(dx + \psi - \frac{3\pi}{4})$$

si ricordi che  $\varphi = -w'$ ,  $M = B w''(x)$ ,  $T = B w'''(x)$

$$B = 4d^4 B \Rightarrow \begin{cases} M(x) = \left(\frac{B}{2d^2}\right) C e^{-dx} \sin(dx + \psi - \frac{2\pi}{4}) \\ T(x) = -\sqrt{2} \left(\frac{B}{2d}\right) C e^{-dx} \sin(dx + \psi - \frac{3\pi}{4}) \end{cases}$$



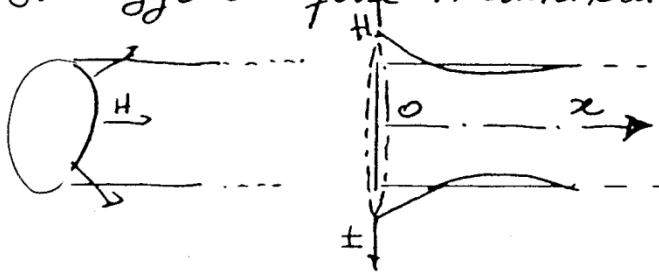
I pt. ove  $w$  è max  
 seguono di  $\lambda/8$  quelli in  
 cui  $w'$  è nullo.

(se non ci fosse il fattore di smorzamento  $e^{-dx}$   
 i massimi avrebbero le stesse altezze e seguirebbero di  $\lambda/4$   
 i pt. di nullo)

CASI NOTEVOLI

$$\alpha = \sqrt[4]{\frac{\beta}{4B}} = \sqrt[4]{\frac{3(1-\nu^2)}{5^2 R^2}} \approx \frac{1,31}{\sqrt{RS}} \approx 26,1$$

Tubo soggetto a forze  $H$  distribuite



Cond. al contorno

$$x=0$$

$$\begin{cases} M(0) = 0 \\ T(0) = H \end{cases}$$

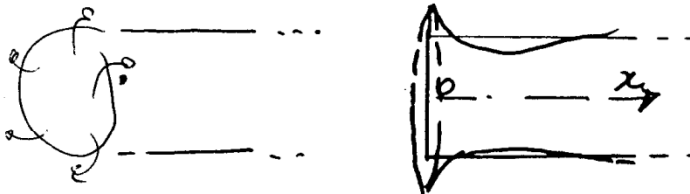
$$\textcircled{1} = \frac{H}{2\alpha^3 B} \quad , \quad \psi = \frac{\pi}{2}$$

$$w(x) = \left(\frac{H}{2\alpha^3 B}\right) e^{-\alpha x} \sin\left(\alpha x + \frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow \begin{cases} w(0) = H \cdot \frac{1}{2\alpha^3 B} = H \frac{2\alpha}{\beta} \\ \psi(0) = H \cdot \frac{1}{2\alpha^3 B} \psi_H \end{cases}$$

osservi che per  $x=0$  si hanno def. e tensioni "creschianti"

$$F \epsilon_{\theta} = F \frac{w(0)}{R} = H \frac{E}{2\alpha^3 B R} \approx 26 \frac{\sqrt{R/S}}{6} \cdot H$$

tubo soggetto a coppie  $M$  distribuite



cond. al contorno per  $x=0$

$$\begin{cases} M(0) = M \\ T(0) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \psi = M \frac{\sqrt{2}}{2\alpha^2 B} \\ \psi = \frac{3\pi}{4} \end{cases}$$

$$w(x) = M \frac{\sqrt{2}}{2\alpha^2 B} e^{-\alpha x} \sin\left(\alpha x + \frac{3\pi}{4}\right)$$

$$\begin{cases} w(0) = M \cdot \frac{1}{2\alpha^2 B} = M \frac{2\alpha^2}{\beta} \\ \psi(0) = M \cdot \frac{1}{2B} = M \frac{4\alpha^3}{\beta} \end{cases}$$

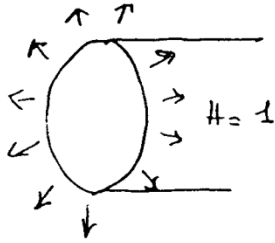
Betti  $\Rightarrow$   $w_M = \psi_H$   
MAXWELL

al bordo si ha ancora le def. e tensioni max. "creschianti"

# METODO COEFFICIENTI ELASTICI σ delle FORZE

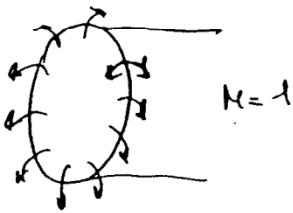
-26-

per  $\alpha = 0$



$$w_r = \frac{H}{2\alpha^3 B} e^{-\alpha \cdot 0} \sin(\alpha \cdot 0 + \frac{\pi}{2})$$

$$\varphi_r = \sqrt{2} \frac{H}{2\alpha^2 B} e^{-\alpha \cdot 0} \sin(\alpha \cdot 0 + \frac{\pi}{4})$$



$$w_m = \sqrt{2} \frac{H}{2\alpha^2 B} e^{-\alpha \cdot 0} \sin(\alpha \cdot 0 + \frac{3\pi}{4})$$

$$\varphi_m = \left( \frac{H}{\alpha B} \right) e^{-\alpha \cdot 0} \sin(\alpha \cdot 0 + \frac{\pi}{2})$$

$$w_r = \frac{1}{2\alpha^3 B} = \frac{2\alpha}{B}$$

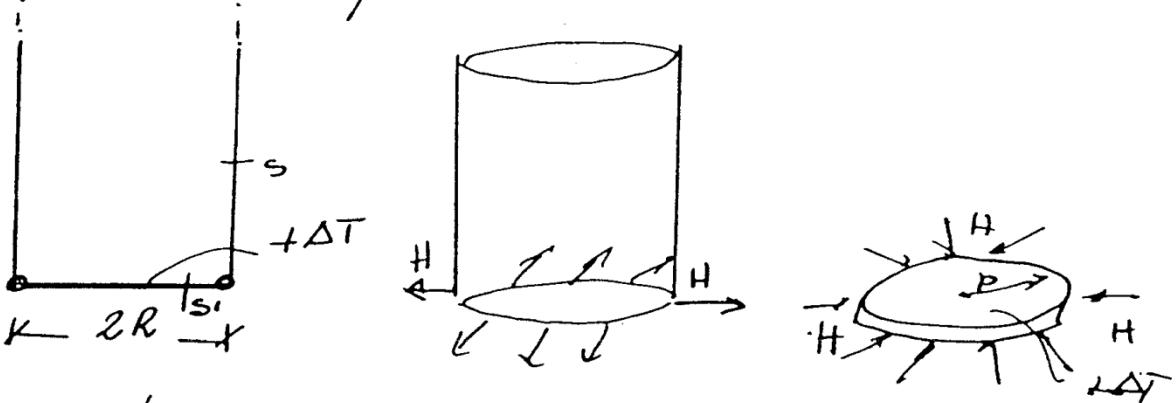
$$\varphi_r = \frac{1}{2\alpha^2 B} = \frac{2\alpha^2}{B}$$

$$w_m = \frac{1}{2\alpha^2 B}$$

$$\varphi_m = \frac{1}{\alpha B} = \frac{4\alpha^3}{B}$$

th. Maxwell

Un Tubo in c.a. con  $R=3\text{ m}$ ,  $s=15\text{ cm}$   
 è chiuso alle estremità  $x=0$  da una lastra  
 piana di spessore  $s_1$ . soggetta ad un  
 aumento di temperatura  $+\Delta T$



Eq. di congruenza

$$\alpha R \Delta T - \frac{(1-\nu) H R}{E s_1} = H w_R \Rightarrow H = \frac{\alpha R \Delta T}{w_R + (1-\nu) \frac{R}{E s_1}}$$

$\alpha = 1 \times 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ ,  $s_1 = 30 \text{ cm}$ ,  $\nu = 0,1$ ,  $E = 210 \text{ } \overline{\text{ES}}$

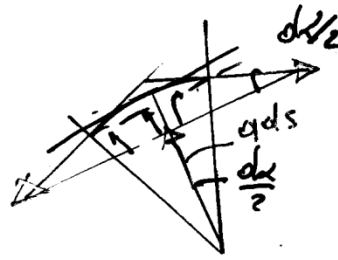
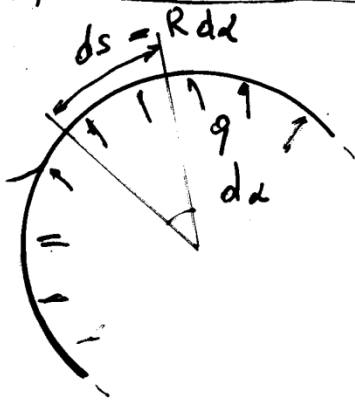
$w_R \Rightarrow w_R = 0,001174$

$$H = \frac{0,003}{0,001174 + 0,00045} \Delta T = 2,46 \Delta T$$

(il restringimento della lastra piana  
 $\frac{(1-\nu) R}{E s_1} = 0,00045$  si può trascurare)



## Spinte e vuoto



$$q ds \approx 2N \frac{d\alpha}{2}$$

$$\Rightarrow q = \frac{N}{R}$$

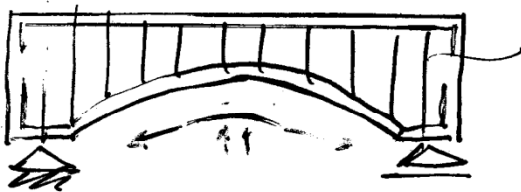
(per cambiare la curvatura  $\bar{\epsilon}$  necessario applicare  $q$ )

Se nel serbatoio c'è del liquido (o del gas) è esso che esercita la pressione necessaria

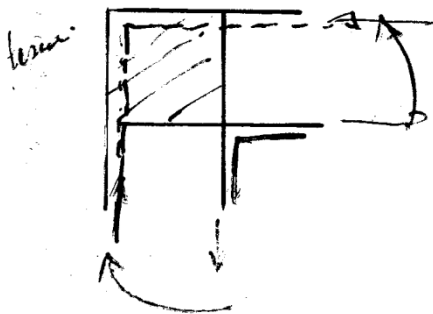
Se invece si ha un  $\Delta T \Rightarrow \Delta R = \alpha \Delta T$  deve essere compensato da una spinta  $q$ , detta "spinte a vuoto"

$\Rightarrow$  "GANCI DI COLLEGAMENTO fra armature interne ed esterne"

### Altri esempi



le stiffe devono essere sia il doppio che la spinta a vuoto

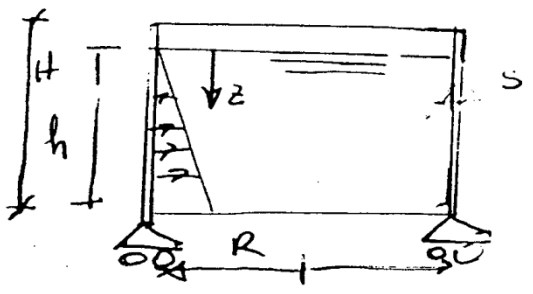


Occorre disporre armatura anche in zone compresse e stiffe

SERBATOI CILINDRICI

(soggetti a def. puramente membranali)

Il cilindro è vincolato alla base con vincoli (cornelli) in grado di rispettare il regime di membrane

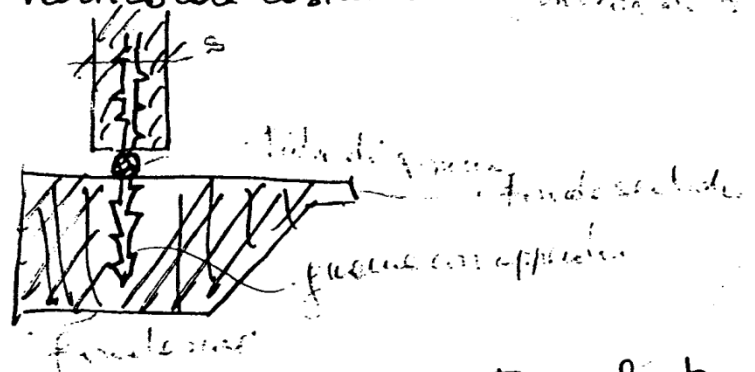


Acciaio  $s \approx 4 \div 5 \text{ cm}$

$s \approx \frac{PR}{\sigma_{am}}$  (se sono unidetti) (mat solidi soli)  $\sigma_z$  - det. unidetti

cls  $20 \div 30 \text{ cm}$

Particolare costruttivo



Verifica e ferratura

$$\sigma_c = \frac{N_y}{A_s} \leq 0,7 f_{ctm}$$

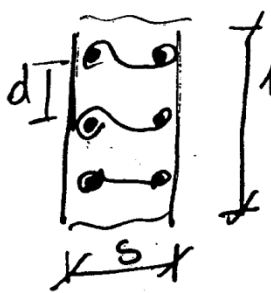
$$\approx 0,7 \cdot 0,958 \sqrt{R \cdot z}$$

$f_{ctm} \approx 20-30 \text{ kg/cm}^2$   
( $\frac{1}{10} - \frac{1}{12} e' b_{nc}$ )

Armatura perla

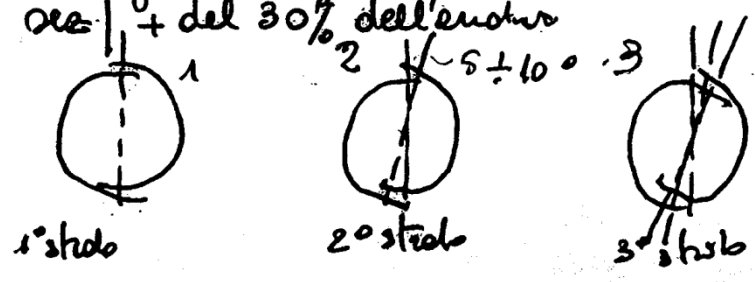
$$A_F = \frac{N_y}{\sigma_{am}}$$

in Ferri distribuiti  
su circ. lunghezza per  
 $12 \div 16 \text{ cm}$   
(per metri di circonferenza)  
max  $22 \text{ m}$



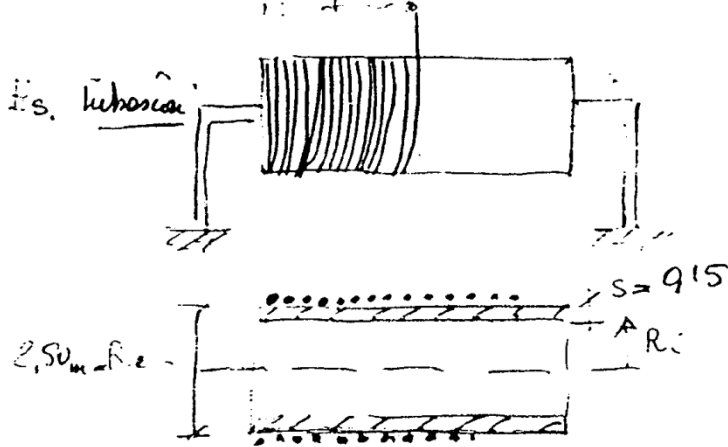
di  $25 \text{ cm}$ .

Il regolamento vieta di sovrapporre in uno stesso + del 30% dell'anchora



# SERBATOI PRECOMPRESSI

-271-



Filo  $(\phi 4 \div 5)$   
 Compenso a qualche cm  
 Prot. anticorrosione

$$N = \sigma_{sp} A_{sp}$$

$$P = \frac{N}{R_e} = \frac{A_{sp} \sigma_{sp}}{R_e}$$

È come sottoporre il tubo alla pressione esterna  $p$

$$n_p = -pR, \quad \sigma_c = -\frac{pR}{s} \quad \text{(Tub. sottomarine "wrapping con mat composte")}$$

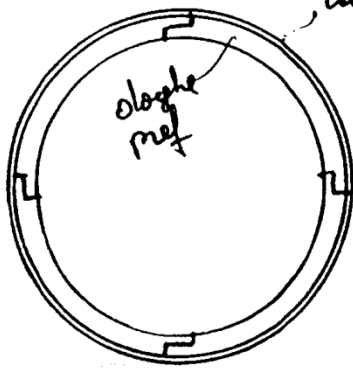
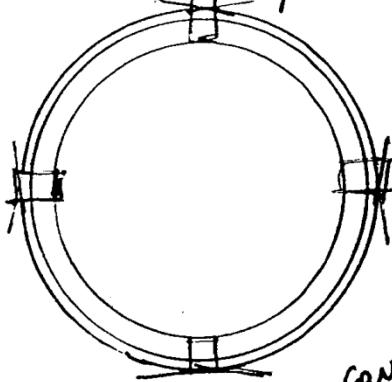
## SERBATOI DI GRANDI DIMENSIONI

⇒ Precompressione a CAVI SCORREVOLI

(per limitare le cadute di tensione i cavi)

vengono spesso disposti fra una lesena e l'altra

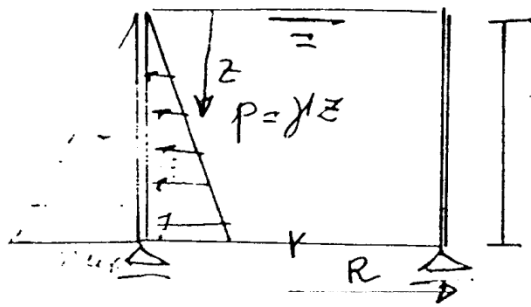
Sulla superficie esterna per evitare le spinte a vuoto



Carro metallico esterno  
 teso e poi bloccato (con opp. ovrinaggi)  
 resta in vista la guaina

oleggi  
 met

# Distribuzione degli sforzi di Precompressione - 242 -



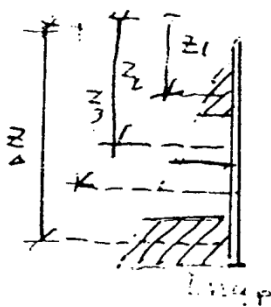
\*  $\sigma = \gamma z$

\* i cavi non devono essere troppo distanti per evitare effetti locali

\*\*  $\frac{CAV_i}{A_c} =$

$$N_c = A_c \sigma_{pc}$$

\*\* Scelta numero n cavi



$$n \gamma p(h) > \gamma h R$$

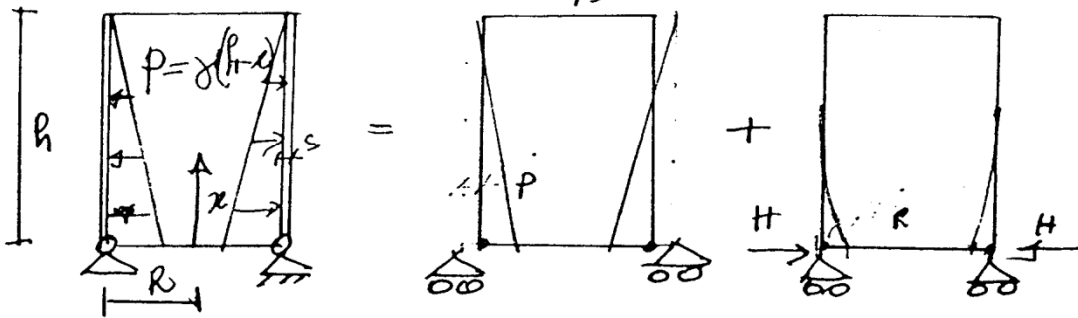
$$\Rightarrow \frac{n \gamma p h}{2} = n N_c > \frac{\gamma h^2 R}{2}$$

$$n \geq \frac{\gamma h^2 R}{2 A_c \sigma_{pc}}$$

\*\* Si divide il triang. triangolare in aree =, in modo che la risultante di tali aree coincida con lo sforzo  $N_c$  nel cavo e si posizione il cavo nel baricentro dell'area

SERBATOI CILINDRICI AD ASSE VERTICALE <sup>28-</sup>  
 DI ALTEZZA CONSIDEREBILE  $h > \lambda \approx 4,83 \sqrt{R_s}$

SERBATOI "INCERNIERATI AL PIEDE"  
 (oppure il fondo è costituito da una lastre  
 piane molto flessibile che impedisca lo spostamento  
 $w$  ma non la rotazione  $\varphi$ )



Eq. di congruenza  $w_p + H w_h = 0$  ( $w_h = \frac{2d}{\beta}$ )

Condizioni al bordo  $\begin{cases} H = 0 \\ H = -\frac{w_p}{w_h} \end{cases}$  (dalla eq. di congruenza)

$w_p = \epsilon_\theta R = \frac{\sigma_\theta}{E} \cdot R = \frac{pR^2}{E_s} = \frac{p}{\beta} = \frac{\gamma h}{\beta}$ ,  $w_h = \frac{2d}{\beta}$

$\Rightarrow H = \frac{p}{2d} = \frac{\gamma h}{2d}$

Orizz.  $n_\theta = \sigma_\theta \cdot s = pR = \gamma h R$   
 (Maxwell)

$H = \frac{n_\theta}{2dR}$

Il momento massimo si ha per  $x = \frac{\lambda}{8}$

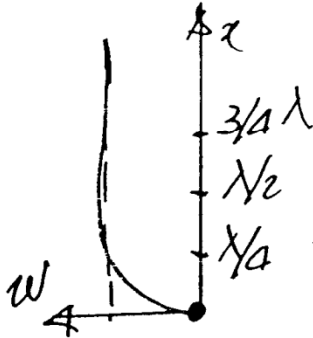
$M_{Max} = M(x = \frac{\lambda}{8}) = -\frac{H}{3d} = -\frac{n_\theta}{6d^2R} \approx 0,1 \gamma h R \cdot s$

n.b. ve anzitutto con armature verticali e m.c.d



Lo spostamento  $w$  è dato (sovrapposizione degli effetti) da quello dovuto al carico (sponticolare) e da quello dovuto alle uscite ipostatiche  $H$

$$w = \frac{\gamma R^2 (h-x)}{Es} + e^{-\frac{x}{\lambda}} \left( \sin \frac{x}{\lambda} + \frac{\pi}{2} \right)$$



L'andamento degli sforzi normali lungo i paralleli (di curvatura) è proporzionale a  $w$

$$w = \epsilon \cdot R = \left( \frac{\sigma_\theta - \sigma_x}{E} \right) \cdot R \approx \frac{\sigma_\theta}{E} R = \frac{\sigma_\theta R}{Es}$$

CONFRONTO FRA LE TENSIONI MASSIME FLESSIONALI E MEMBRANALI

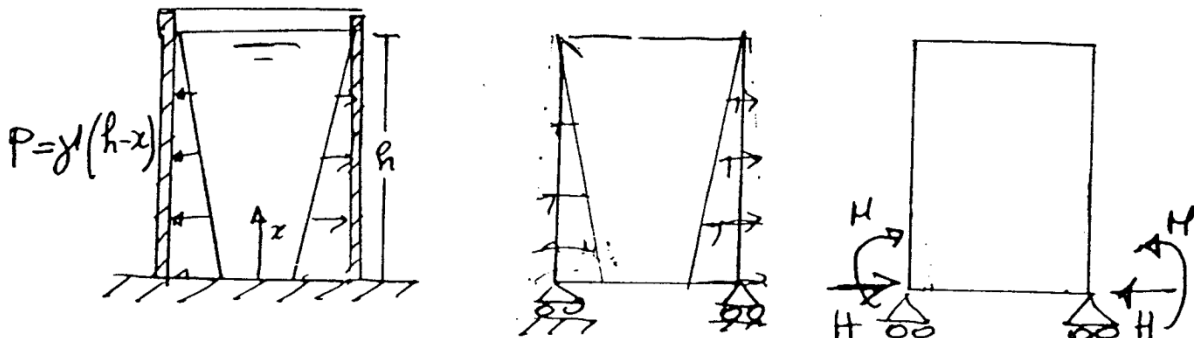
$$\frac{\sigma_\theta^M}{\sigma_\theta^N} = \frac{M_{MAX}}{N} \approx \frac{0,1 \frac{N_0 S}{6}}{\frac{1 \cdot S^2}{6}} = 0,6 \frac{N_0}{S} = 0,6 \sigma_\theta^N$$

questo rapporto

$$\boxed{\frac{\sigma_\theta^M}{\sigma_\theta^N} = 0,6}$$

non dipende da  $R, S, e, p$

# SERBATOI INCASTRATI AL PIEDE



All'incastro ( $x=0$ ) si ha

$$\begin{cases} w(0) = 0 \\ w'(0) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} w^p(0) + w^o(0) = 0 \\ w^p'(0) + w^o'(0) = 0 \end{cases} \quad (*)$$

Poiché  $w^p(x) = \frac{\gamma R^2}{Es} (h-x)$  e  $w^o(x) = e^{-\alpha x} (C_3 \sin \alpha x + C_4 \cos \alpha x)$

il sistema 1 consente di determinare le 2 costanti.

$$C_3 = -\gamma \frac{d h - 1}{\alpha^3} \quad , \quad C_4 = \frac{\gamma h}{R}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} M(0) = + B w''(0) = \gamma \frac{d h - 1}{2 \alpha^3} \approx \frac{\gamma h}{2 \alpha^2} \\ H = T(0) = B w'''(0) = \gamma \frac{2 \alpha h - 1}{2 \alpha^2} \approx \frac{\gamma h}{\alpha} \end{cases}$$

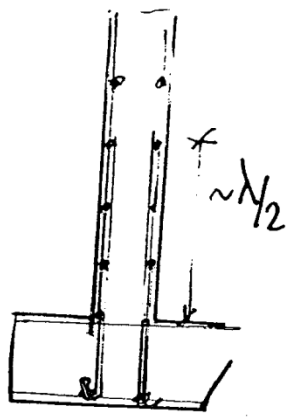
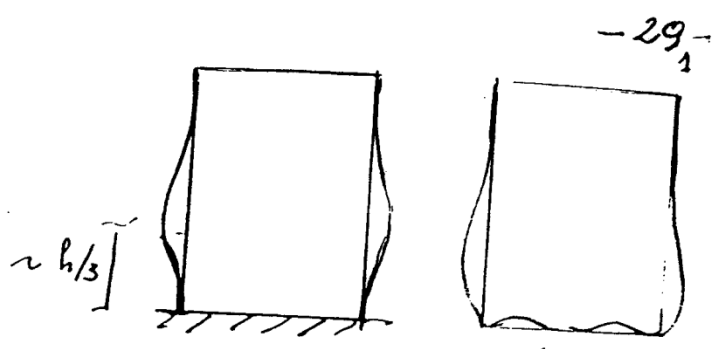
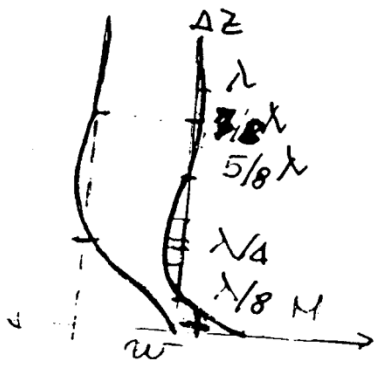
essendo  $n_0 = \sigma_0 \cdot s = p R = \gamma h R$  (Harotte) (poiché  $\alpha h \gg 1$ )

$$H = \frac{n_0}{\alpha R}$$

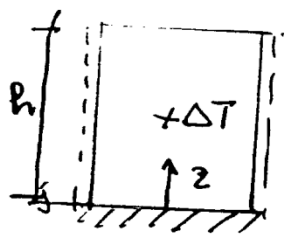
$$M(0) = \frac{H}{2 \alpha} = \frac{n_0}{2 \alpha^2 R} \quad \text{m. d.} \approx \frac{1,31}{\sqrt{R s}} \quad M(0) \approx 0,3 \gamma h s \approx \frac{n_0 s}{R}$$

Poiché  $\sigma_{M_{max}} \approx \frac{M_0}{W} \approx \frac{M_0}{6 s^2} < \sigma_N = \sigma_0 = \frac{p R}{s}$

$\Rightarrow \frac{\sigma_M}{\sigma_N} \approx 1,8$  le tensioni flessionali (longitudinali) sono circa il doppio di quelle radiali (e il rapporto non dipende da R, s e p)



Condizioni termiche (Le azioni termiche sono caratterizzate da stagionalità e grandine)



$$w_o^T = \alpha \Delta T R = 2 H_b d$$

$$\Rightarrow H_b = \frac{B}{d} \alpha \Delta T R \Rightarrow H_b \approx 0,3 \text{ Ed } \Delta T^2$$

2B Il serbatoio non ha inerzia termica

serbatoio  $R = 10 \text{ m}$ ,  $s = 20 \text{ cm}$ ,  $h = 4 \text{ m}$   
 ( $A_s = 25 \text{ cm}^2/\text{m}$ ,  $E_c = 200'000 \text{ kg}/\text{cm}^2$ )

$$n_{q_0} = \gamma h R = 40 \text{ t}/\text{m} \Rightarrow \sigma_f = 20 \text{ kg}/\text{cm}^2$$

$$w_o = \frac{\sigma}{E} \cdot R \approx 0,0001 \approx 1 \text{ mm}$$

per  $\Delta T = 10 \text{ C}^\circ$

$$w^T = \alpha \Delta T R \approx 1 \text{ mm}$$

Fermatazione

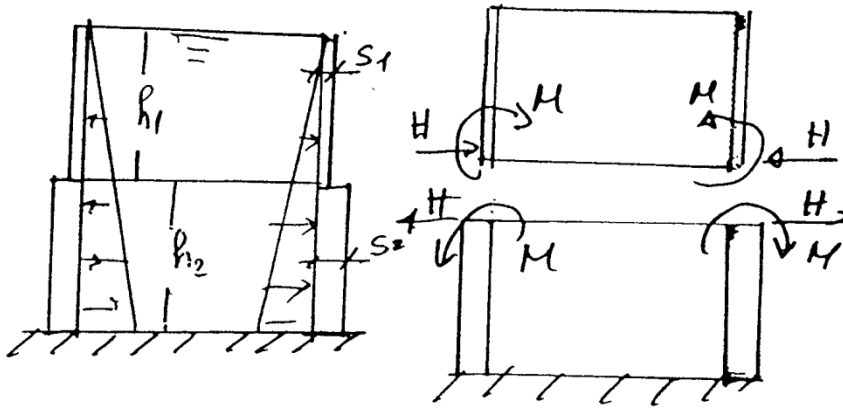
$$\alpha \Delta T = 30 \text{ C}^\circ \quad w^T = 3 \text{ mm}$$

$$\alpha \Delta T = 30 \text{ C}^\circ \text{ e } R = 20 \text{ m} \quad w^T = 10^{-5} \cdot 200'000 \cdot 30 = 0,6 \text{ cm}$$

$$2 \pi \Delta R \approx 4 \text{ cm}$$

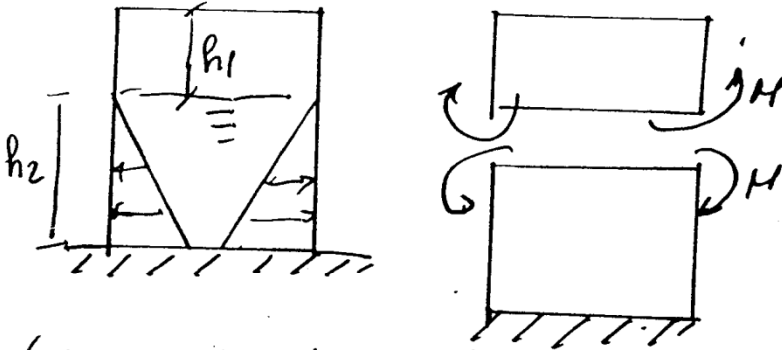


SERBATOIO CON 2 spessori di vetro  
 (ciascuna delle due parti sia tale che  $h_1 > \lambda$ ,  $h_2 > \lambda$ ) -292-



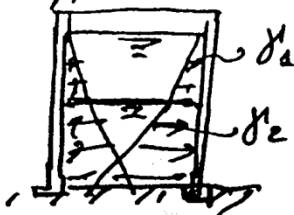
$H$  ed  $M$  determinate dalle eq. di congruenza  
 $\begin{cases} \varphi_1 = \varphi_2 \\ w_1 = w_2 \end{cases}$  scritte mediante i coeff. elastici.

SERBATOIO RIEMPIUTO PARZIALMENTE



(le 2 parti si trasmettono solo  $M$ , eq di congruenza  
 $\varphi_1 = \varphi_2$ .  $H = 0$  poiché  $w_1 = w_2$  dalle 2  
 colonne ott. opp.  $M$ .)

L'effetto indotto da  $M$  è molto modesto

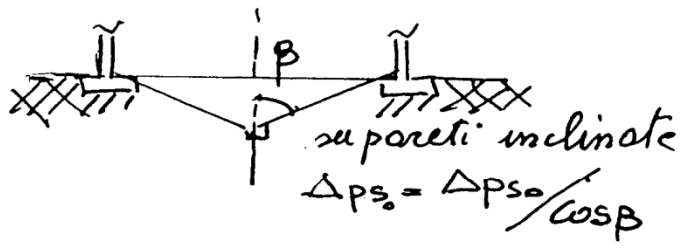
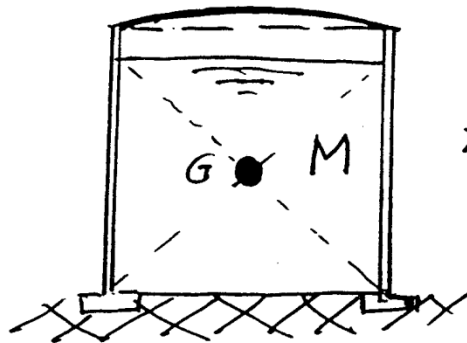


Serbatoio riempito con  
 due liquidi diversi

PARTE 4: SILOS, SERBATOI E TUBAZIONI  
EN 1998-4 Gennaio 2006

SILOS

SILOS Appoggiati direttamente al suolo



In questo caso è importante valutare le tensioni indotte nelle pareti dalla moto del materiale contenuto nel silo. Si considera una massa effettiva  $M$  pari all'80% di quella totale.

In mancanza di una analisi agli e.f. del materiale granulare (occorrono programmi specifici) si può considerare la massa effettiva  $M$  nel baricentro come rigidamente con la struttura.

$d(z)$  diviene il rapporto fra l'accelerazione  $a_G$  del baricentro calcolata con uno schema modale e l'accelerazione di gravità.

$$d = \frac{a_G}{g}$$

Nell' Eurocodice vengono definite le sovrappressioni in funzione di  $d$  e dei parametri geometrici del silo

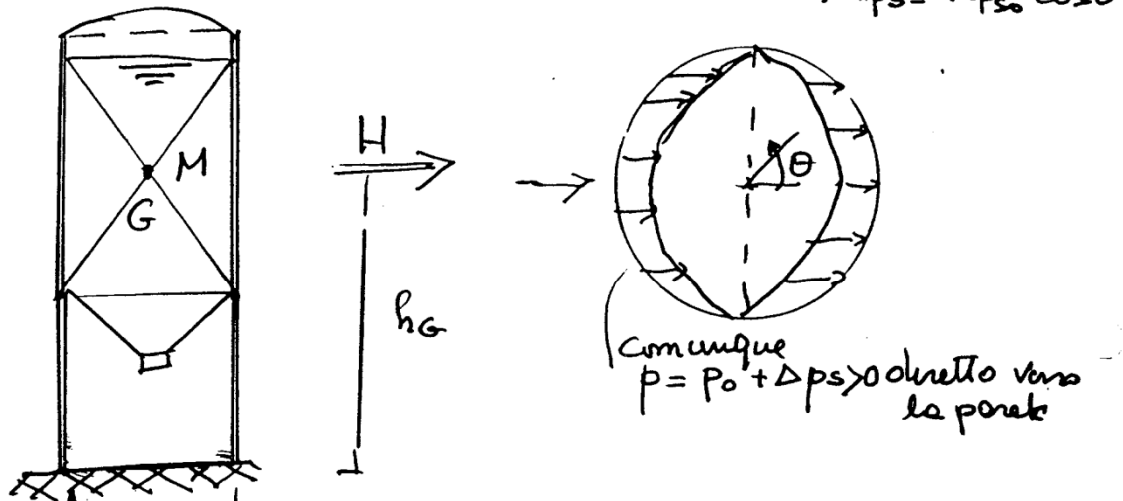
$$\Delta p_{h,s} = \Delta p_{h,s0} \cdot \cos \theta \quad \text{se il silo è alveolare a pareti verticali}$$

$$\Delta p_{h,s} = \pm \Delta p_{h,s0} \quad \text{sulle pareti verticali ortogonali alle direzioni del vento}$$

ove

$$\Delta p_{h,50} = d \gamma \cdot D \quad \checkmark \text{ parametro geometrico}$$

Silos in "elevezione"



In questo caso la cosa più importante è la verifica dello strutturo di supporto a "gonna" e ai pilastri.

Comunque occorre fare ~~attenzione~~ attenzione per i silos metallici:

- 1) - Verifica al ribaltamento
  - 2) - "Up lift" ed eventuali montellamenti sulle fondazioni
  - 3) - Instabilità delle pareti e Taglio o per compressione verticale con tensioni trasversali. (instabilità a "pieole di Elefante")
- per i silos in c.a. e c.a.p
- 1) - Verifica agli S.L per flessione con N di compressione
  - 2) - " " " S.L per Taglio ...

VERIFICA DEGLI ANCORAGGI

## SERBATOI IN ZONA SISMICA

- 33 -

- Allegato A (di tipo informativo)

• Analisi elastica - (di norma  $q=1$ )

L'annesso A fornisce i metodi per l'analisi sismica di serbatoi soggetti ad azioni orizzontali e/o verticali

a) di forma cilindrica a pianta circolare o rettangolare

b) con fondazioni rigide o flessibili

c) con ancoraggio parziale o completo alle fondazioni.

Le analisi proposte tengono conto del fatto che il fluido non è, ovviamente, vincolato a seguire il moto delle pareti ed è presente lo "SLOSHING" o moto convettivo del fluido che consente di ridurre notevolmente gli effetti del sisma.

Nelle applicazioni di interesse tecnico il fluido può essere considerato:

- NON VISCOSO

- INCOMPRESSIBILE

con  
- un moto IRROTAZIONALE

Sotto queste ipotesi il moto del fluido viene descritto mediante una funzione scalare  $\Phi$  detta potenziale di velocità t.c.:

$$\underline{v}(x,t) = \underline{u}(x,t) = \text{grad } \Phi(x,t)$$

Poiché il moto del fluido è irrotazionale (ricordi l'analogo Idrodinamica o di Greenhill)

$$\text{div grad } \Phi(x,t) = \nabla^2 \Phi = 0 \text{ in } \Omega \text{ (Eq. di Laplace)}$$

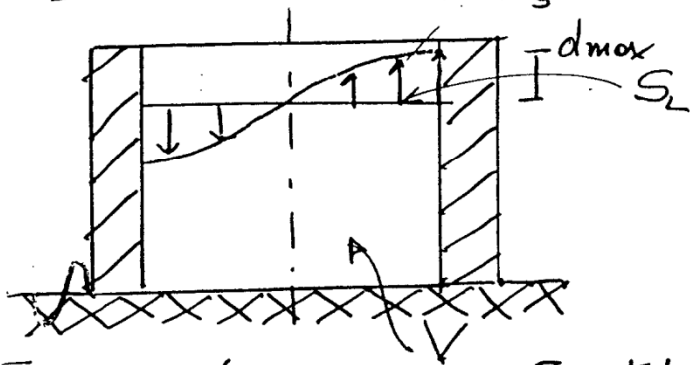
Se sul contorno è nota (o assegnata) la componente normale della velocità si scrive

$$\underline{u}_n = \underline{n} \cdot \underline{u}(x,t) = \underline{n} \cdot \underline{v}(x,t) = \frac{\partial \Phi}{\partial n}(x,t) \quad \text{su } \partial \Omega$$

e.g. se le pareti sono rigide  $\underline{u}_n = \underline{v}_n = \frac{\partial \Phi}{\partial n} = 0$

'SLOSHING' <sup>1-33</sup>

Al fine di considerare il solo moto convettivo  
 si consideri un serbatoio con pareti rigide ed  
ancorato al suolo  $u_s$  (pto  $x_2$  dell'ammessa)



$$\dot{u}_s = v_s = \left. \frac{\partial \Phi}{\partial n} \right|_{s_L}$$

Teorema di conservazione En. Totale

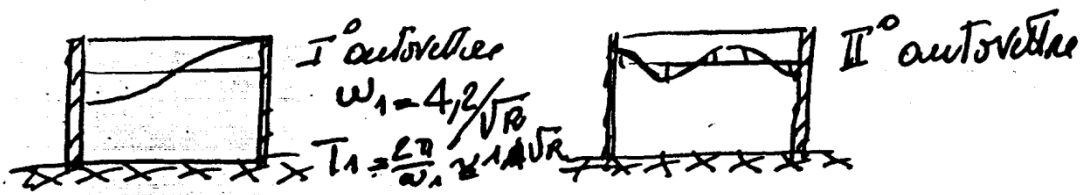
$$E_{TOT} = E_{CINETICA} + E_{POTENZIALE} = Cost = 0$$

$$E_c = \int_V \frac{1}{2} \rho \dot{u}^2 dV = \int_V \frac{1}{2} \rho |\nabla \Phi|^2 dV$$

$$E_{pot} = \int_S \frac{1}{2} \rho g u_s^2 dS$$

Nell'ipotesi di moto periodico si ponga  
 $\underline{u} = u_0(x) e^{i\omega t} \Rightarrow \underline{v} = \underline{\dot{u}} = i\omega u_0(x) e^{i\omega t} = i\omega \nabla \Phi_0(x) e^{i\omega t}$

Sostituendo nel T. di conservazione dell'Energia  
 si perviene ad una equazione differenziale  
 omogenea.  $\omega_n$  rappresenta l'autovalore e  
 $\Phi_{0n}(u_0)$  l'autovettore.



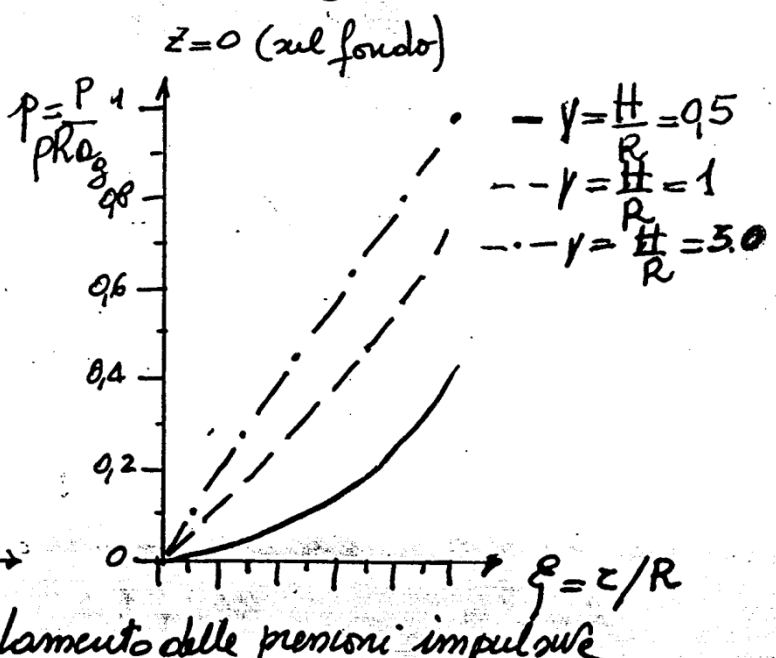
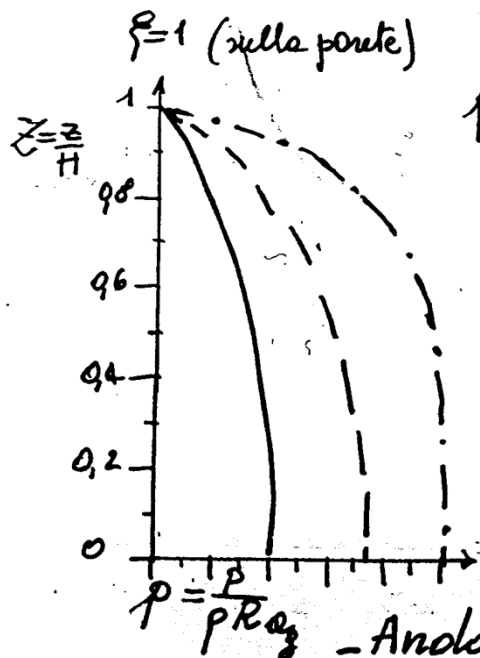
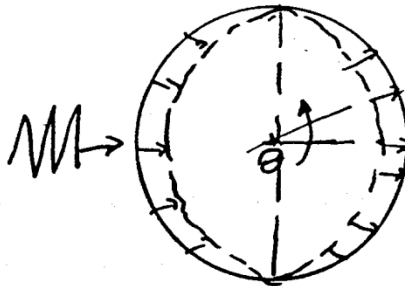
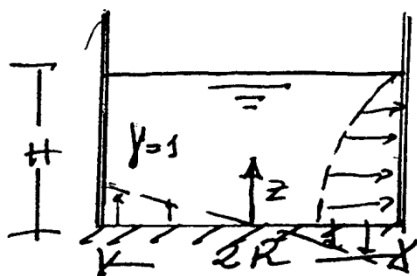
Per serbatoi circolari ad asse verticale, vincolati rig al suolo il moto del fluido può essere espresso come somma di 2 contributi

- i - RIGIDO IMPULSIVO
- ii - CONVETTIVO

i - soddisfa esattamente le condizioni al contorno sulla parete del serbatoio e sul fondo ( $u_n^f = u_n^{tang} \Rightarrow \Delta u_n = 0$ ) ovvero rappresenta il moto del fluido in un serbatoio pieno ed in pressione (o vuoto alto)

ii - Descrive, come descritto, il formarsi delle onde di superficie - i - PRESSIONI IMPULSIVE

La soluzione è ottenuta per serie in coordinate cilindriche utilizzando funzioni di Bessel. ed è del tipo  $p = C_i(z, \xi) p H \cos \theta$



- Andamento delle pressioni impulsive

Il taglio alla base "impulsivo" vale

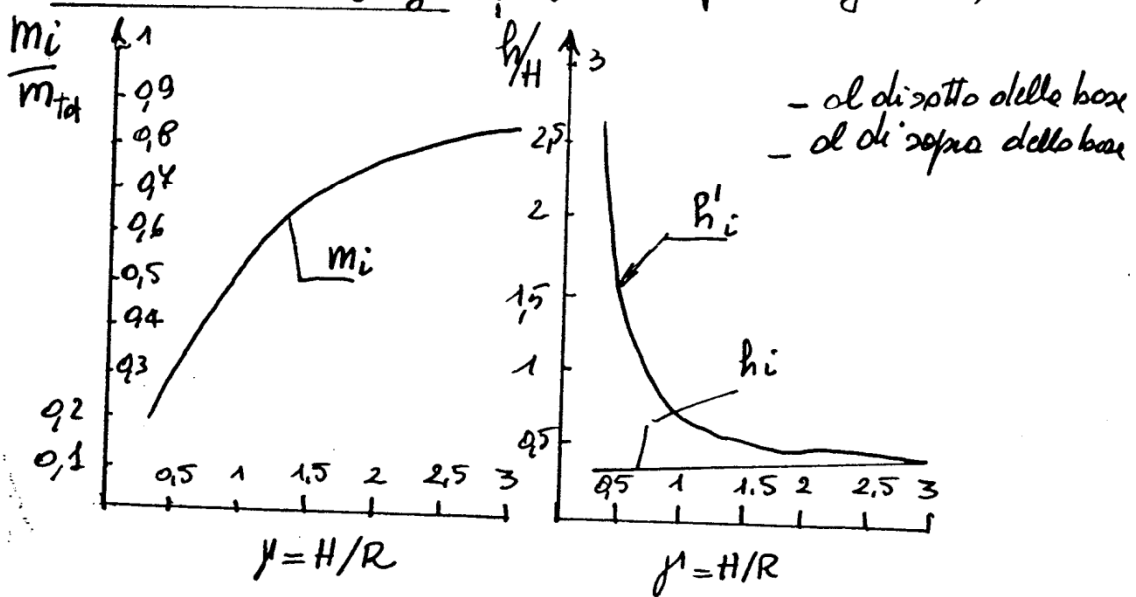
$$Q(t) = m_i \cdot a_g(t) \quad \text{marea totale}$$

$$m_i = C_i(\rho, \alpha) \cdot \rho \pi R^2 H \quad \text{"marea impulsiva"}$$

Il Momento alla base è dato da

$$M_i(t) = m_i h_i' a_g(t) \quad \text{(al di sotto del fondo)}$$

$$M_i(t) = m_i h_i a_g(t) \quad \text{(al di sopra del fondo)}$$



il) - PRESSIONI CONVETTIVE

L'Annexo A riporta la soluzione mediante serie di f. di Bessel anche delle parte convettiva

La frequenza circolare del modo n vale

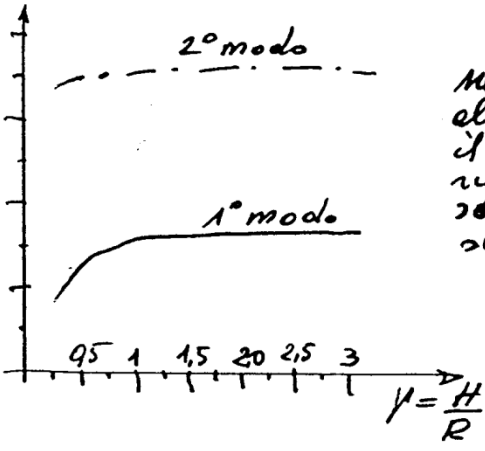
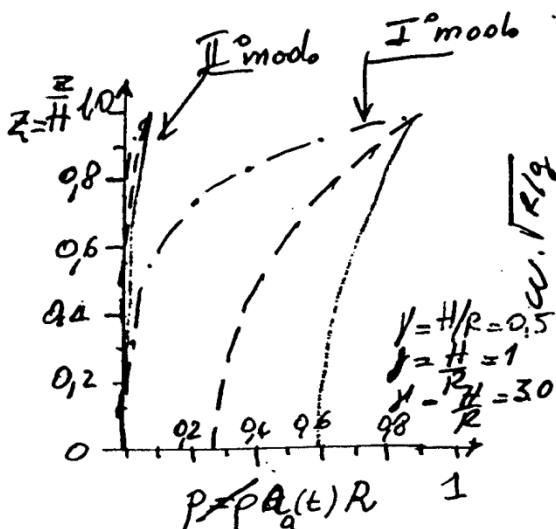
$$\omega_{cn} = \sqrt{\frac{g \lambda_n \tanh(\lambda_n y)}{R}} \quad \text{con } \lambda_1 = 1,841, \lambda_2 = 5,301, \lambda_3 = 8,536 \dots$$

per  $y \geq \frac{H}{R} \geq 1$ ,  $\omega$  non dipende da  $y$  e si ha

$$\omega_{c1} = \frac{4,2}{\sqrt{R}} \quad \Rightarrow \quad T \text{ per i subsistemi normali vale circa secondi}$$

per  $R = 4m \quad \omega_{c1} = 2,1 \quad \Rightarrow T_1 \approx 3,3 \text{ sec}$

$R = 9m \quad \omega_{c1} = 1,4 \quad \Rightarrow T_1 \approx 4,5 \text{ sec}$



nei serbatoi alti e stretti il moto convettivo riguarda solo gli strati superficiali.

la distribuzione lungo le verticali delle pressioni convettive sulle pareti, riportate in figura, mostra come risultato significativo solo il I° modo

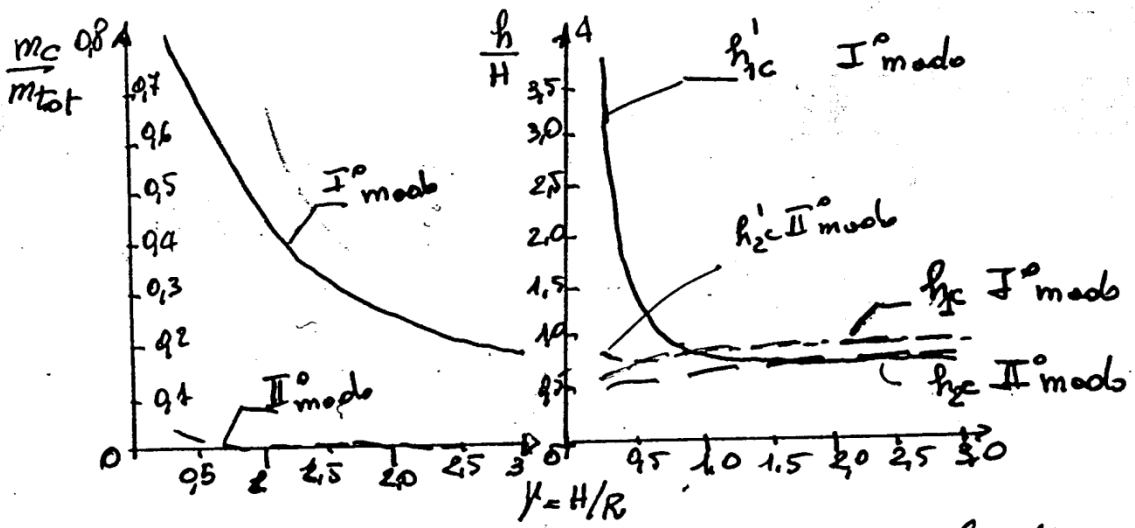
Il taglio convettivo alle box vale

$$Q_{10}(t) = m_{c1} \cdot A_{c1}$$

ed il momento, immediatamente sotto la fondazione è espresso da

$$M_c = Q_{10} \cdot h'_{c1}$$

(ovvero una volta il I° modo è dominante)



mentre il momento al piede allo spiccato della fondazione vale  $M_c = Q_{10} \cdot h_{1c}$



## Altezza dell'onda convettiva (odi stochung)

-551-

$$d_{max} = 0,84 R \cdot S_e (T_{c1}) / g \Rightarrow \text{franco del serbatoio}$$

ove  $S_e$  è lo spettro elastico in corrispondenza al periodo convettivo.

$d_{max}$  serve a dimensionare il livello massimo del serbatoio consentito, al fine di evitare trascinamenti.

- Se esiste un "coprchio" ad <sup>una</sup> altezza del fluido  $< d_{max}$  va dimensionato in modo opportuno così come i "coprchi" flottanti o galleggianti.

### • Combinazione degli effetti convettivi ed impulsivi:

Poiché i periodi di eccitazione delle mense impulsive (+ la struttura) e di quelle convettive sono molto diverse la solita regola di combinazione basata "sulla radice quadrata della somma dei quadrati" può risultare non conservativa.

$$EC8 \Rightarrow \sqrt{|Q_{i,max}| + |Q_{c,max}|} \text{ etc (Norm convettive)}$$

### • Per la verifica o sabbamento $M_e$ al di sotto della fondazione

Come per i silos per serbatoi metallici sono da verificare:

- Instabilità elastica
- Up lifting
- Instabilità elasto-plastica (o "piede di elefante")

L'Annexo A da indicazioni anche

- Serbatoi con pareti deformabili.
- Serbatoi rettangolari
- Interazione suolo-struttura  $\rightarrow$  (aumentare  $T_{c1}$ )

Annexo A.3

Serbatoi cilindrici con pareti deformabili:

Le premisi che il fluido esercita sulle pareti durante il sistema sono 3 contributi:

i "rigid impulse"

ii "sloshing"

iii flexible

In via delle notevoli differenze dei periodi

l'accoppiamento dinamico fra sloshing e la parte deformabile è trascurabile.

Le premisi "flexibili" hanno le seguente forme modello

$$q(z, \theta) = f(z) \cos \theta$$

ove  $f(z = \frac{z}{H})$  è funzione lineare

Procedura semplificata A.3.2.2

Il sistema serbatoio + liquido può essere modellato come un sistema a 2 d.o.f. uno corrisponde alle componenti impulsive (il fluido si muove insieme alle pareti) e una corrisponde a sloshing

Periodi propri:

$$T_{imp} = C_i \frac{\sqrt{p} H}{\sqrt{s/R} \sqrt{E}}$$

$C_i, C_c, T_{0B}, A_2$   
 $f(H/R), p$  densità del fluido.

$$T_{osc} = C_c \sqrt{R}$$

(visto in precedenza)

Le  $T_{0B}, A_2$  è riportate a pag 56 delle norme

Risposta sismica

Taglio allo base

$$Q = (m_i + m_w + m_e) S_e(T_{imp}) + m_c S_e(T_{com})$$

$m_i$  e  $m_c$  rispettivamente massa impubita e con/strutiva  
vite,  $m_w$  massa dello parete,  $m_e$  massa del copricela

Momento ribaltante

c) (mm sopra la base)

$$M = (m_i h_i + m_w h_w + m_e h_e) S_e(T_i) + m_c h_c S_e(T_c)$$

d) (mm sotto la base)

$$M' = (m_i h'_i + m_w h'_w + m_e h'_e) S_e(T_i) + m_c h'_c S_e(T_c)$$

Sovrapresioni vert: al. (A 40)

L'azione dell'onde convettive è la stessa def. in precedenza

Sono esposti i risultati anche per

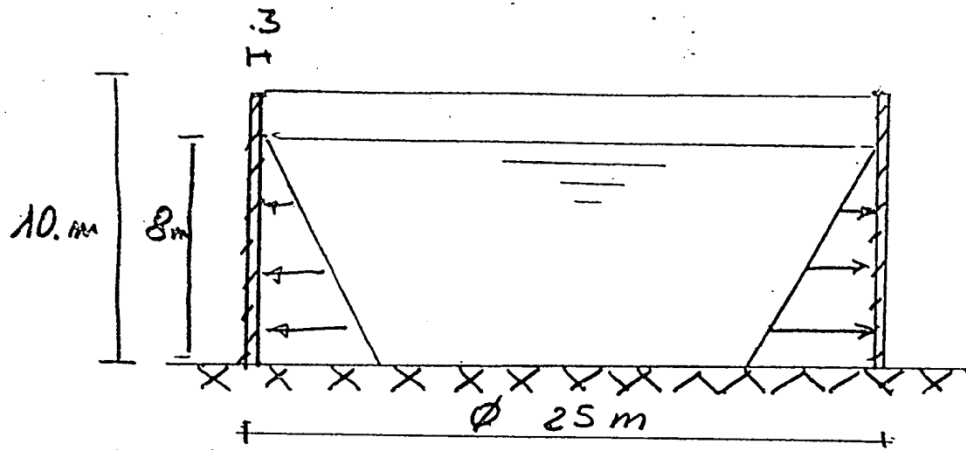
A - "serbatoi e piante rettangolari)

B serbatoi cilindrici ornamentali

C tubazioni.

# SERBATOIO IN C.A. IN ZONA SISMICA

35<sub>45</sub>



$$E = 250'000 \frac{\text{Kg}}{\text{cm}^2}$$

$$V = 0.15$$

## ANALISI STATICA

z (m.)	$N_{\phi}$ (t./m.)	$M_y$ (tm./m.)
7.20	9.80	0.01
6.40	20.00	0.05
5.60	30.80	0.08
4.80	42.50	0.06
4.00	54.20	-0.24
3.20	63.80	-0.83
2.40	67.00	-1.50
1.60	52.50	-1.80
0.80	22.50	0.15
0.00	0.00	7.47

Tabella I - Analisi statica del serbatoio (\*)

$N_{\phi}$  = sforzo normale circonferenziale

$M_y$  = momento specifico con asse u-  
scente dal piano del foglio

Inoltre il taglio massimo alla base risulta:

$$T_{\max} = 11. \text{ (t./m.)}$$

# Moto del fluido



periodo di sloshing  
 $T_{MAX} = 5.75 \text{ sec}$

Massa in moto = .592  $M_p$

$d_{max} = 0.31 \text{ m}$

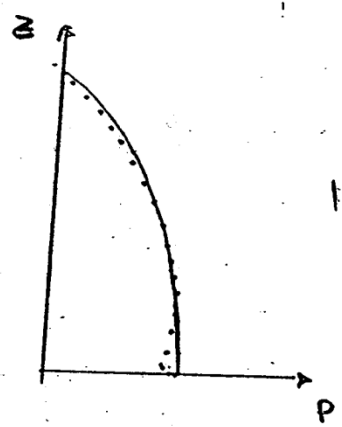
## I° MODO DI VIBRARE DI TIPO CONVETTIVO (SLOSHING)

$M_p = 1036 \text{ tm}$ ,  
 $\uparrow_{MAX}$

$M = 1725 \text{ tm}$   
 Ribaltante

Con questo tipo di sollecitazioni (pale o travi a uovo)

TAGLIO (ALLA BASE) = 273 t.



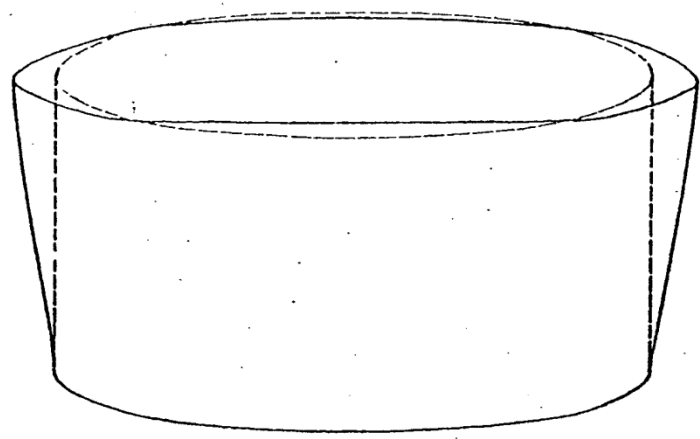
- pressioni dinamiche
- con parete deformabile
- parete rigida (Housner)

### TERREMOTO DI EL CENTRO

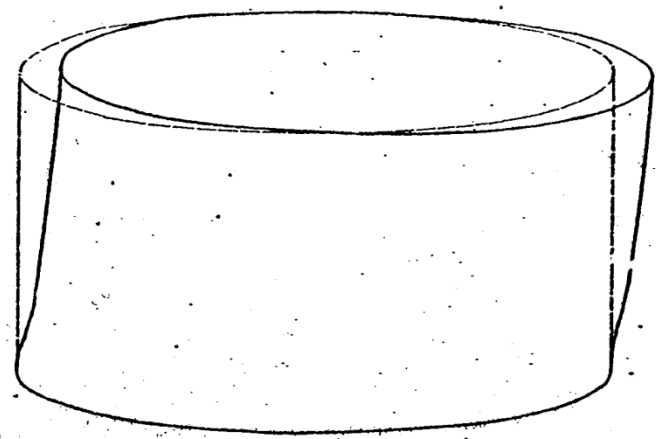
$N_{V_{MAX}}$	$\pm 30.4 \text{ t/m}$
$N_{\phi}$	$\pm 45.7 \text{ t/m}$
$T_{\phi V}$	$\pm 76.6 \text{ t/m}$
$M_y$	$\pm .45 \text{ em/m}$

SOLLECITAZIONI  
 MAX. AL PIEDE

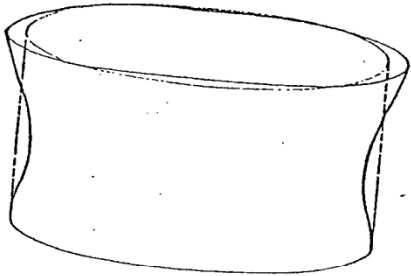
# ANALISI MODALE DEL SERBATOIO "IN VACUO" - 24 e. f. ad anello -



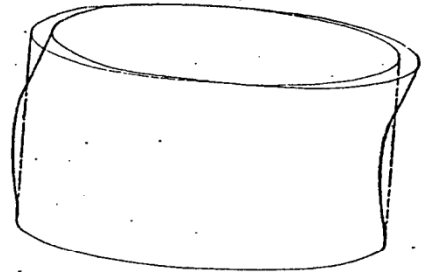
Primo modo  $T_{MAX} = 0,203 \text{ sec}$  *calcolazione*  
(cos 2θ mode)



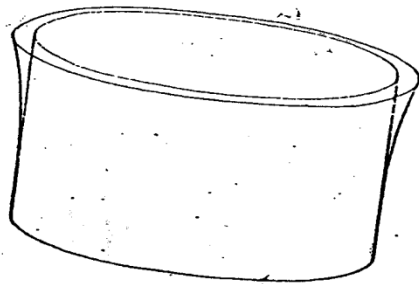
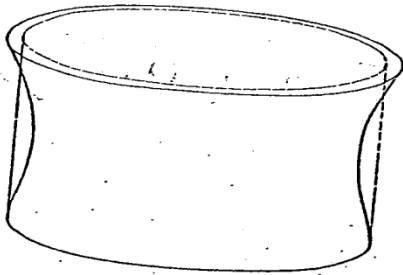
Secondo modo  $T = .126 \text{ sec}$  → *in altre presenza di fluido*  
(cos θ mode)



3° modo  
 $T = .092 \text{ sec}$

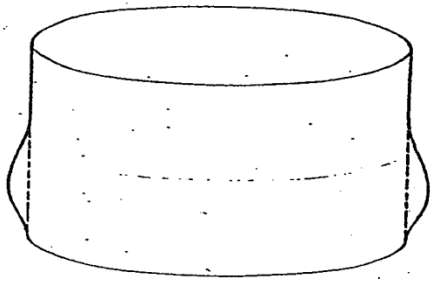


4° modo  
 $T = .079 \text{ sec}$

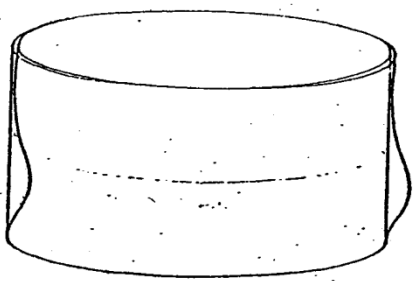


5° e 6°. Modi ASSIALSIMMETRICI.

DEFORMATE DEL SERBATOIO  
RIEMPIMENTO PARZIALE



PRESSIONE STATICA



PRESSIONE DINAMICA