

Constraint Programming – Tempo: 1 ora

Prof. Marco Gavanelli

12 giugno 2019

Esercizio 1 (4 punti)

Si consideri il seguente CSP:

```
A :: 2..5 ,
B :: [3,4] ,
C :: 1..2 ,
D :: 2..3 ,
E :: 1..4 ,
alldifferent([A,B,C,D,E]) ,
circuit([A,B,C,D,E]) .
```

Si mostri la propagazione dei vincoli.

Esercizio 2 (4 punti)

Si consideri il seguente problema SAT:

```
c1  x6 ∨ x8 ∨ ¬x10 ∨ x2
c2  x1 ∨ ¬x2 ∨ x3 ∨ ¬x5
c3  ¬x7 ∨ ¬x4 ∨ ¬x2
c4  ¬x4 ∨ ¬x3 ∨ ¬x10
c5  ¬x1 ∨ x7 ∨ x6
c6  ¬x9 ∨ x5
c7  x5 ∨ x12 ∨ x8
c8  x11 ∨ x5 ∨ x6
c9  x9 ∨ x13 ∨ ¬x12
c10 ¬x11 ∨ ¬x13
```

Si supponga che nei primi 4 livelli dell'albero di ricerca siano stati assegnati, nell'ordine: $x_6 = 0$ (a livello 1, la radice dell'albero di ricerca), $x_4 = 1$ (a livello 2), $x_8 = 0$ (a livello 3) e $x_{10} = 1$ (a livello 4).

Si mostri l'implication graph. Qualora ci sia un conflitto, si scriva una possibile clausola di conflitto che può essere appresa dall'implication graph.

Si dica qual è il primo Unique Implication Point e quale clausola può essere appresa includendolo. Si cerchi, se possibile, una *asserting clause* e si dica se la clausola appresa lo è e perché.

Soluzione 1

Il vincolo `alldifferent` rileva un insieme di Hall costituito dalle variabili $[B, C, D, E]$, che possono assumere i 4 valori $[1, 2, 3, 4]$. Quindi dal dominio della variabile A vengono tolti tali valori, per cui l'unico valore nel dominio di A è 5.

Visto che A è istanziata, può propagare il vincolo `circuit`; tale vincolo deve evitare la formazione di circuiti di lunghezza inferiore a 5. Le variabili A, B, C, D, E rappresentano i nodi successivi, nel percorso, rispettivamente dei nodi 1, 2, 3, 4 e 5.

Assegnando ad A il valore 5, si è creato un percorso dal nodo 1 al nodo 5; a questo punto il vincolo `circuit` elimina la possibilità di tornare dal nodo 5 al nodo 1, ovvero elimina dal dominio di E il valore 1:

$$\begin{aligned} A &= 5 \\ B &:: 3, 4 \\ C &:: 1, 2 \\ D &:: 2, 3 \\ E &:: 2..4 \end{aligned}$$

A questo punto propaga nuovamente l'`alldifferent`: le variabili B, D, E spaziano sui 3 valori 2, 3 e 4, quindi questi 3 valori vanno rimossi dal dominio di C , che risulta istanziato a 1.

$$\begin{aligned} A &= 5 \\ B &:: 3, 4 \\ C &= 1 \\ D &:: 2, 3 \\ E &:: 2..4 \end{aligned}$$

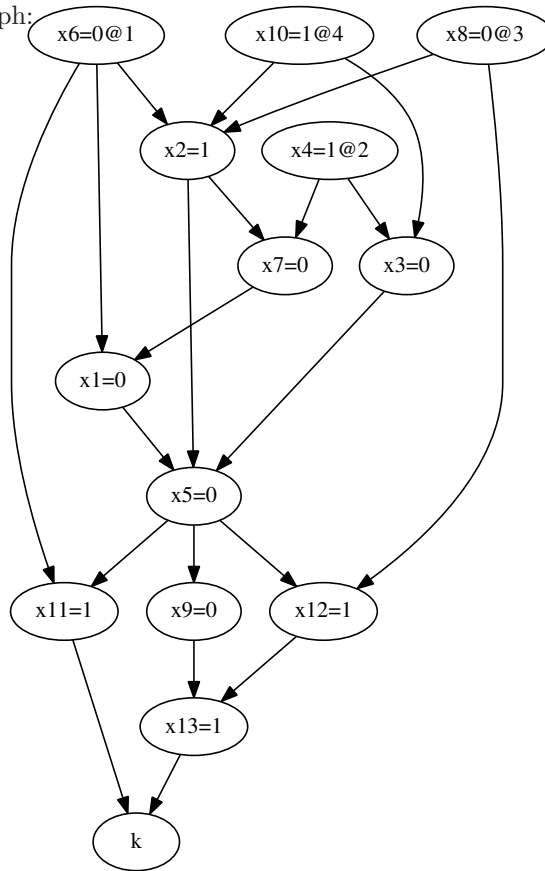
Propaga nuovamente il `circuit`: ora si è creato il percorso $3 \mapsto 1 \mapsto 5$, quindi dal dominio della quinta variabile (E) viene rimosso il valore del nodo iniziale (3):

$$\begin{aligned} A &= 5 \\ B &:: 3, 4 \\ C &= 1 \\ D &:: 2, 3 \\ E &:: 2, 4 \end{aligned}$$

A questo punto non ci sono ulteriori intervalli di Hall, quindi l'`alldifferent` non effettua ulteriore propagazione.

Soluzione 2

L'implication graph:



Le possibili clausole di conflitto si ottengono effettuando un taglio che separa il nodo di conflitto k dai nodi di decisione (x_6 , x_4 , x_8 e x_{10}); ad esempio

$$x_6 \vee \neg x_4 \vee \neg x_2 \vee x_3 \vee x_8.$$

L'attuale livello di decisione è 4; tutti i cammini che partono dall'attuale nodo di decisione x_{10} e arrivano al nodo di conflitto k devono passare per i nodi x_{10} (ovviamente) e x_5 . Di questi, il più vicino al conflitto k è x_5 , che rappresenta quindi il primo UIP. Una clausola di conflitto che lo contiene è

$$x_5 \vee x_6 \vee x_8.$$

Questa è anche una asserting clause, in quanto contiene un solo letterale (x_5) del livello attuale di decisione (4), mentre x_8 è a livello 3 e x_6 è a livello 1.