

# Constraint Programming – Tempo: 1 ora

Prof. Marco Gavanelli

17 gennaio 2018

## Esercizio 1 (4 punti)

Si consideri il seguente CSP:

```
A::0..15, B::2..8, C::2..15,  
cumulative([A,B,C],[6,6,6],[1,1,1],1),  
B #> C.
```

Si mostri la propagazione dei vincoli supponendo che il vincolo cumulativo effettui il pruning sulle parti obbligatorie.

## Esercizio 2 (4 punti)

Si consideri il seguente problema SAT:

$$\begin{array}{ll} C_8 & \neg x_8 \vee x_{12} \vee x_{13} \\ C_{14} & \neg x_{17} \vee \neg x_{18} \\ C_9 & x_{12} \vee x_{14} \\ C_{10} & \neg x_8 \vee \neg x_{13} \vee \neg x_{14} \vee x_{15} \\ C_5 & x_7 \vee x_8 \\ C_{11} & \neg x_8 \vee \neg x_9 \vee \neg x_{15} \vee \neg x_{16} \\ C_{12} & \neg x_{15} \vee x_{17} \\ C_{13} & x_{16} \vee x_{18} \\ C_6 & \vee \neg x_8 \vee x_9 \end{array}$$

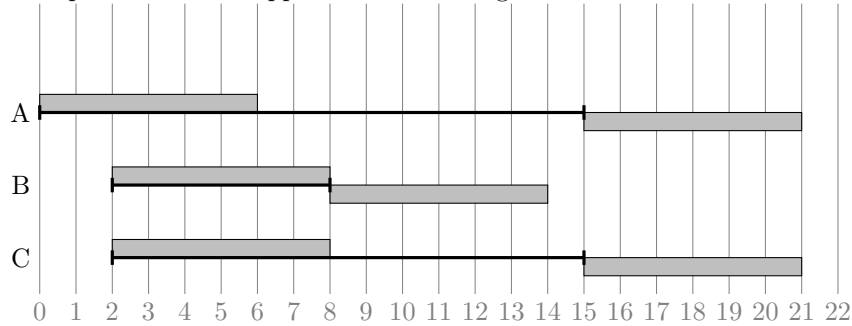
Si supponga che nei primi 2 livelli dell'albero di ricerca siano stati assegnati, nell'ordine:  $x_7 = 0$  (a livello 1, la radice dell'albero di ricerca),  $x_{12} = 0$  (a livello 2).

Si mostri l'implication graph. Qualora ci sia un conflitto, si scriva una possibile clausola di conflitto che può essere appresa dall'implication graph.

Si dica qual è il primo Unique Implication Point e quale clausola può essere appresa includendolo.

## Soluzione 1

I domini possono essere rappresentati come segue

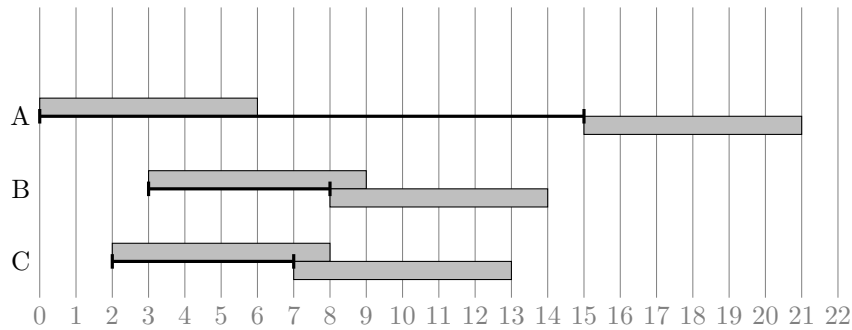


dove i rettangoli rappresentano la posizione più a sinistra e più a destra possibile delle attività.

Non ci sono parti obbligatorie e il vincolo *cumulative* si sospende.

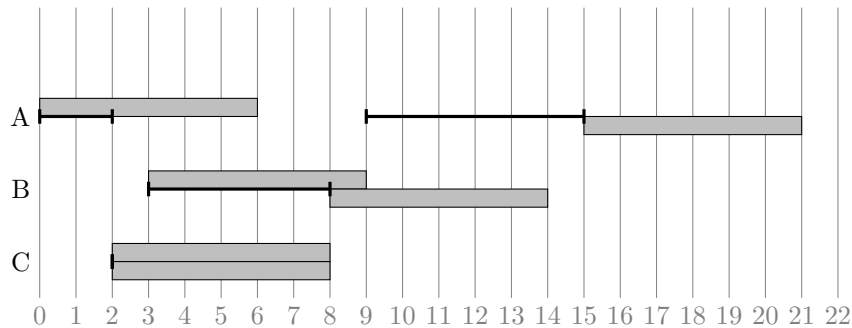
Viene quindi propagato il vincolo  $B > C$ :

$$A :: 0..15, B :: 3..8, C :: 2..7$$



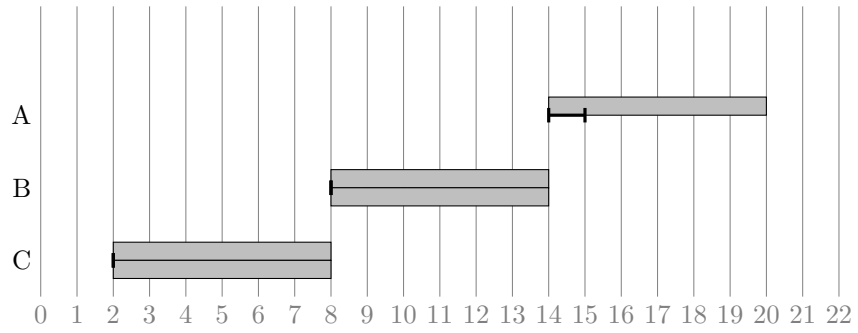
A questo punto viene risvegliato il vincolo *cumulative*; ci sono parti obbligatorie per le attività  $B$  e  $C$ . Supponiamo venga propagata prima la parte obbligatoria per  $B$ : l'intervallo  $[8,9]$  non può essere usato dagli altri task. Si ottiene

$$A :: [0..2, 9..15], B :: 3..8, C = 2$$



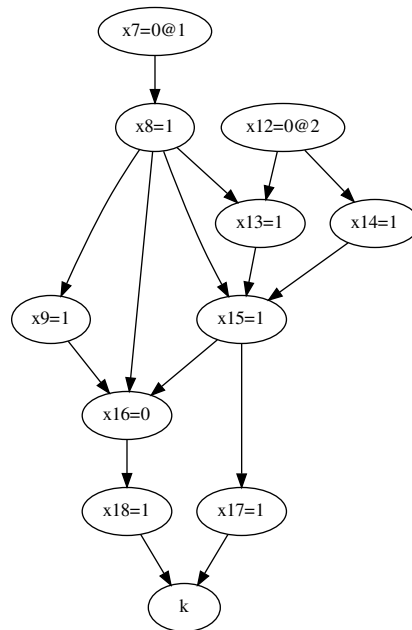
A questo punto l'intero intervallo  $[2,8]$  è una parte obbligatoria per  $C$ , quindi gli altri task non possono sovrapporsi:

$$A :: 14..15, B = 8, C = 2$$



## Soluzione 2

L'implication graph:



Le possibili clausole di conflitto si ottengono effettuando un taglio che separa il nodo di conflitto  $k$  dai nodi di decisione ( $x_7$  e  $x_{12}$ ); ad esempio

$$\neg x_8 \vee \neg x_{13} \vee \neg x_{14}.$$

L'attuale livello di decisione è 2; tutti i cammini che partono dall'attuale nodo di decisione  $x_{12}$  e arrivano al nodo di conflitto  $k$  devono passare per i nodi  $x_{12}$  (ovviamente) e  $x_{15}$ . Di questi, il più vicino al conflitto  $k$  è  $x_{15}$ , che rappresenta quindi il primo UIP. Una clausola di conflitto che lo contiene è

$$\neg x_9 \vee \neg x_8 \vee \neg x_{15}.$$