

# Constraint Programming – Tempo: 1 ora

Prof. Marco Gavanelli

18 settembre 2017

## Esercizio 1 (4 punti)

Si consideri il seguente CSP:

```
A :: 4..6 ,
B :: 1..6 ,
C :: 1..6 ,
D :: 4..6 ,
E :: 4..6 ,
F :: 1..5 ,
G :: 1..8 ,
H :: 1..8 ,
alldifferent([A,B,C,D,E,F,G,H]).
```

Si mostri la propagazione del vincolo.

## Esercizio 2 (4 punti)

Si consideri il seguente problema SAT:

$$\begin{aligned}w_1: & \neg x_3 \vee x_7 \vee \neg x_6 \\w_2: & x_4 \vee \neg x_7 \\w_3: & x_6 \vee \neg x_8 \vee \neg x_1 \\w_4: & x_4 \vee x_3 \\w_5: & x_5 \vee x_6 \\w_6: & \neg x_1 \vee x_2 \vee \neg x_4 \\w_7: & \neg x_5 \vee x_8\end{aligned}$$

Si supponga che nei primi 2 livelli dell'albero di ricerca siano stati assegnati, nell'ordine:  $x_1 = 1$  (a livello 1, la radice dell'albero di ricerca),  $x_2 = 0$  (a livello 2).

Si mostri l'implication graph. Qualora ci sia un conflitto, si scriva una possibile clausola di conflitto che può essere appresa dall'implication graph.

Si dica qual è il primo Unique Implication Point e quale clausola può essere appresa includendolo.

## Soluzione 1

Si può notare che le 3 variabili  $\{A, D, E\}$  hanno come unione dei domini l'insieme  $\{4, 5, 6\}$ , che ha cardinalità 3, quindi questi valori possono essere rimossi dal dominio di tutte le altre variabili:

$A :: 4..6, B :: 1..3, C :: 1..3, D :: 4..6, E :: 4..6, F :: 1..3, G :: 1..3, 7, 8, H :: 1..3, 7, 8$

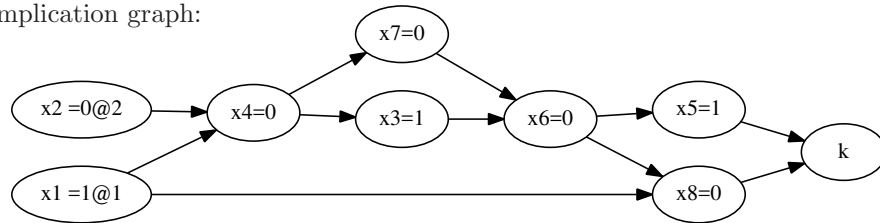
A questo punto,  $\{B, C, F\}$  hanno come unione dei domini  $\{1, 2, 3\}$ , quindi si possono rimuovere questi valori dal dominio di  $G$  e  $H$ :

$A :: 4..6, B :: 1..3, C :: 1..3, D :: 4..6, E :: 4..6, F :: 1..3, G :: 7, 8, H :: 7, 8,$

A questo punto  $\{G, H\}$  hanno come unione dei domini un insieme di cardinalità 2, ma questo non comporta ulteriori cancellazioni.

## Soluzione 2

L'implication graph:



Le possibili clausole di conflitto si ottengono effettuando un taglio che separa il nodo di conflitto  $k$  dai nodi di decisione ( $x_1$  e  $x_2$ ); ad esempio

$$x_7 \vee \neg x_3 \vee \neg x_1.$$

L'attuale livello di decisione è 2; tutti i cammini che partono dall'attuale nodo di decisione  $x_2$  e arrivano al nodo di conflitto  $k$  devono passare per i nodi  $x_2$  (ovviamente),  $x_4$  e  $x_6$ . Di questi, il più vicino al conflitto  $k$  è  $x_6$ , che rappresenta quindi il primo UIP. Una clausola di conflitto che lo contiene è

$$x_6 \vee \neg x_1.$$