TECNICHE DI CONTROLLO MULTIVARIABILE, PROVA DI LABORATORIO 31/03/2021

ISTRUZIONI

- Creare sul desktop la cartella di lavoro Cognome_Nome
- Creare una sotto-cartella per ogni esercizio contenente:
  - lo script (file .m) di inizializzazione dei parametri necessari alla simulazione
  - il/i file simulink (.slx o .mdl) relativi alle simulazioni richieste (Nota: se si utilizza la versione di matlab 2020b o successive è necessario esportare i modelli simulink in modalità compatibile con la versione 2020a: menu 'Save'-> 'Export model to previous version'-> Salva come '..Matlab2020a')
- Consegna: comprimere la cartella (formato .zip) e inviarla a saverio.farsoni@unife.it
- Chi desidera ritirarsi mandi comunque una mail al docente in cui comunica ufficialmente la sua decisione

Esercizio 1 (7 punti)

La seguente equazione differenziale rappresenta l'approssimazione lineare del comportamento per piccole oscillazioni di un sistema pendolo attuato:

$$mR^2\ddot{\theta} + b\dot{\theta} + mgR\theta = \tau$$

Con:

- m = 0.5 massa del pendolo
- R = 0.7 lunghezza dell'asta
- b = 1 coefficiente d'attrito
- g = 9.81 accelerazione gravitazionale
- $\boldsymbol{x} = \begin{bmatrix} \theta \\ \dot{\theta} \end{bmatrix}$ stato del sistema (posizione e velocità angolare del pendolo)
- $u = \tau$ ingresso di controllo (coppia erogata dal motore posto alla cerniera)
- $\boldsymbol{x}(0) = \begin{bmatrix} 0.2 \\ 0.1 \end{bmatrix}$ condizioni iniziali
- $y = \theta$ uscita misurabile

Per tale modello si consideri $u(t) = 0$ e si implementi un osservatore asintotico dello stato in catena chiusa con modello:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{\boldsymbol{x}}} &= \boldsymbol{A}\hat{\boldsymbol{x}} + \boldsymbol{B}u + \boldsymbol{L}(\boldsymbol{y} - \hat{y}) \\ \hat{y} &= \boldsymbol{C}\hat{\boldsymbol{x}} \end{aligned} \qquad \hat{\boldsymbol{x}}(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Con guadagno $\boldsymbol{L}$ tale da garantire che la dinamica ad anello chiuso dell'osservatore possieda i seguenti autovalori:

$$\boldsymbol{e}_v = \begin{bmatrix} -3 \\ -5 \end{bmatrix}$$

Note:

- è necessario posizionare un blocco 'scope' che monitori il vettore errore di stima.

Esercizio 2 (7 punti)

Si consideri il modello del sistema descritto nell'Esercizio 1 espresso nella forma dello spazio degli stati e in ambiente stocastico:

$$\dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{A}\boldsymbol{x} + \boldsymbol{B}u + \boldsymbol{w}$$
$$y = \boldsymbol{C}\boldsymbol{x} + v$$

Con:

$\boldsymbol{w}$ rumore di processo con matrice di covarianza $\boldsymbol{W} = \begin{bmatrix} \rho_1 & 0 \\ 0 & \rho_1 \end{bmatrix}$, $\rho_1 = 0.1$

v rumore di misura con varianza $V = 0.1$

Supponendo quindi che l'unica componente misurabile dello stato sia la posizione angolare $\theta = x_1 = y$ si implementi un regolatore LQ**G** costituito dall'opportuno accoppiamento di un regolatore LQ con un filtro di Kalman per la stabilizzazione del sistema nell'origine ($\boldsymbol{x}_d = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, u_d = 0$).

A tal proposito si considerino i seguenti parametri:

- $\boldsymbol{x}(0) = \begin{bmatrix} 0.2 \\ 0.1 \end{bmatrix}$ condizioni iniziali
- $\widehat{\boldsymbol{x}}(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ condizioni iniziali filtro di Kalman
- $Q_{lq} = \begin{bmatrix} 0.1 & 0 \\ 0 & 0.1 \end{bmatrix}; R_{lq} = 0.1$ matrici di penalizzazione regolatore LQ

Si verifichi che tutte le variabili di stato del sistema controllato si stabilizzino nell'intorno del valore desiderato

Nota:

- è necessario utilizzare un blocco scope per monitorare l'andamento delle variabili di stato del sistema.
- è necessario modellare il rumore di processo e di misura utilizzando blocchi 'Random number' opportunamente parametrizzati

Esercizio 3 (7 punti)

Si consideri l'estensione non lineare del modello lineare deterministico del pendolo:

$$mR^2\ddot{\theta} + b\dot{\theta} + mgR\sin(\theta) = \tau$$

Supponendo ora che lo stato del sistema sia misurabile in entrambe le sue componenti, si utilizzi la tecnica Feedback Linearization per cancellare le non linearità presenti nel modello e per risolvere il problema di tracking della traiettoria sinusoidale:

$$\theta_d = \sin(t)\,, \dot{\theta}_d = \cos(t)\,, \ddot{\theta}_d = -\sin(t)$$

Imponendo l'opportuna legge di controllo $u = u(v, \boldsymbol{x})$

Con:

- $\boldsymbol{x}_0 = \begin{bmatrix} 0.2 \\ 0.1 \end{bmatrix}$ condizioni iniziali
- $v = -K_1 e - K_2 \dot{e} + \ddot{\theta}_d$ ingresso a monte (K1,K2 scelti dal progettista)

Note:

- E' necessario utilizzare un blocco scope per monitorare l'andamento dello stato **x**
- E' necessario utilizzare un blocco scope per monitorare l'andamento dell'errore di tracking