TECNICHE DI CONTROLLO MULTIVARIABILE

Istruzioni

- Creare sul desktop la cartella di lavoro Cognome_Nome
- Creare una sotto-cartella per ogni esercizio contenente:
  - lo script (file .m) di inizializzazione dei parametri necessari alla simulazione
  - il/i file simulink (.slx o .mdl) relativi alle simulazioni richieste

Esercizio 1

Dato il sistema LTI:

$$\dot{x} = Ax + Bu$$
$$y = x$$

Con: $A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & -8 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -3 \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ $x(0) = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ $u(t) = \begin{bmatrix} \sin(t) \\ 1 \end{bmatrix}$

Progettare l'osservatore di Luenberger con modello:

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + Bu + L(y - \hat{y}) \qquad \hat{x}(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$
$$\hat{y} = \hat{x}$$

Con L tale da garantire che il modulo di tutte le componenti del vettore errore di stima sia inferiore a 0.02 in un tempo inferiore a 4 secondi:

$$|x_i(t) - \hat{x_i}(t)| < 0.02 \; \forall t > 4$$

Nota: è necessario posizionare un blocco 'scope' che monitori il vettore errore di stima

Esercizio 2

Dato il sistema SISO non lineare, il cui modello è espresso in forma affine:

$$\dot{x} = f(x) + bu$$
$$y = h(x)$$

Con:

$$f = \begin{bmatrix} x_2 \\ g - \dfrac{c}{m}\left(\dfrac{x_3}{x_1}\right)^2 \\ -\dfrac{R}{L_1}x_3 + \dfrac{2c}{L_1}\left(\dfrac{x_2 x_3}{x_1^2}\right) \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dfrac{1}{L_1} \end{bmatrix} \quad h = x_1$$

Progettare un sistema di controllo LQ basato sull'approssimazione lineare del sistema per **stabilizzare** il sistema nel punto di equilibrio dato da:

$$x_e = \begin{bmatrix} x_{1d} \\ 0 \\ x_{1d}\sqrt{\dfrac{gm}{c}} \end{bmatrix} \quad u_e = Rx_{1d}\sqrt{\dfrac{gm}{c}}$$

Parametri:

$x_{1d} = 0.2,\ g = 9.81,\quad m = 0.2,\ \ c = 0.008,\ L_1 = 0.5,\quad R = 10\quad x(0) = \begin{bmatrix} 0.1 \\ 0 \\ 0.3 \end{bmatrix}$

Matrici di penalizzazione controllore LQ:

$$R_{lq} = 1, \qquad Q_{lq} = I_{3x3}$$

Note:

- il blocco che rappresenta il sistema in esame è fornito nel file systemModel.slx
- i parametri utilizzati in tale modello sono le variabili denominate g,m,c,L1,x0
- è necessario utilizzare almeno un blocco 'scope' per monitorare l'andamento dello stato

Esercizio 3

Per il sistema non lineare dell'esercizio 2, si può dimostrare che il grado relativo è pari all'ordine del sistema stesso, pertanto la linearizzazione ingresso-uscita comporta una linearizzazione completa del sistema. Infatti, applicando il diffeomorfismo

$$z = \Phi(x) = \begin{bmatrix} x_1 - x_{1d} \\ x_2 \\ g - \dfrac{c}{m}\left(\dfrac{x_3}{x_1}\right)^2 \end{bmatrix}$$

e ponendo $y = x_1 - x_{1d} = z_1$, si ottiene un modello in forma canonica in cui:

$$\dddot{y} = \dot{z}_3 = f_1(x) + b_1(x)u$$

Con:

$$f_1 = \frac{2cx_2x_3^2}{mx_1^3} - \frac{2cx_3\left(\dfrac{2cx_3x_2}{L_1x_1^2} - \dfrac{Rx_3}{L_1}\right)}{mx_1^2} \qquad b_1 = \frac{-2cx_3}{mL_1x_1^2}$$

Che può essere trasformata in $\dddot{y} = v$ tramite la legge di controllo $u = b_1^{-1}(v - f_1)$

Si implementi tale legge di controllo linearizzante e si progetti un controllore Sliding Mode per la regolazione in $y = 0$ utilizzando la superficie di sliding S definita da:

$$s = \ddot{y} + 2\lambda\dot{y} + \lambda^2 y = 0$$

che viene stabilizzata e resa attrattiva e invariante imponendo la legge di controllo

$$v = -2\lambda\ddot{y} - \lambda^2\dot{y} - K\text{sign}(s)$$

Tale controllo dovrà risultare robusto nei confronti di un disturbo esterno modellato come rumore gaussiano a media nulla e varianza $\sigma = 0.01$ sulla dinamica dello stato (rumore di processo). Pertanto si verifichi che l'uscita y si mantenga limitata a regime, in particolare:

$$|y(t)| < 0.1\ \forall t > 5$$

Note:

- Il modello del sistema con disturbo esterno e le funzioni f1 e b1 sono fornite nel file modelsSm.slx
- I parametri del sistema sono gli stessi dell'esercizio 2
- è necessario utilizzare almeno un blocco 'scope' per monitorare l'andamento dell'uscita e delle sue derivate