

Linguaggi e Traduttori – Tempo: 2 ore

Prof. Marco Gavanelli

2 luglio 2018

Esercizio 1 (3 punti)

Si consideri il linguaggio $L = \{a^n b^* c^n | n > 0\} \cup \{a^k c^k b^* | k > 0\}$.

Si scriva una grammatica non ambigua che genera il linguaggio L ; si fornisca la grammatica di livello più basso possibile nella classificazione secondo Chomsky (intendendo il livello 3 come minimo e il livello 0 come massimo).

Si classifichi la grammatica secondo Chomsky.

Se è possibile, si mostri l'albero di derivazione della stringa $aaaccc$.

Esercizio 2 (6 punti)

Si consideri la grammatica $G = \langle \{a, b, d\}, \{S, A, B, C\}, P, S \rangle$, dove:

$$P = \begin{array}{l} S \rightarrow Ba \mid dC \\ A \rightarrow a \\ B \rightarrow bA \\ C \rightarrow CbA \mid b \end{array}$$

1. Si classifichi la grammatica secondo Chomsky.
2. La grammatica è LL(1)? Se sì, si scriva la parsing table del PDA riconoscitore. Se no, si motivi il perché.
3. La grammatica è LR(1)? È LR(0)? Se sì, si rappresentino gli automi riconoscitori. Se no, si motivi il perché.
4. Qualora nei punti precedenti si sia riusciti ad ottenere un automa, si mostri il riconoscimento delle stringhe $dbbaba$ e baa mostrando l'evoluzione dello stack.

Esercizio 3 (4 punti)

Si consideri il linguaggio L generato dall'espressione regolare

$$0(00 + 1)^*0$$

Si mostri un automa riconoscitore per tale linguaggio.

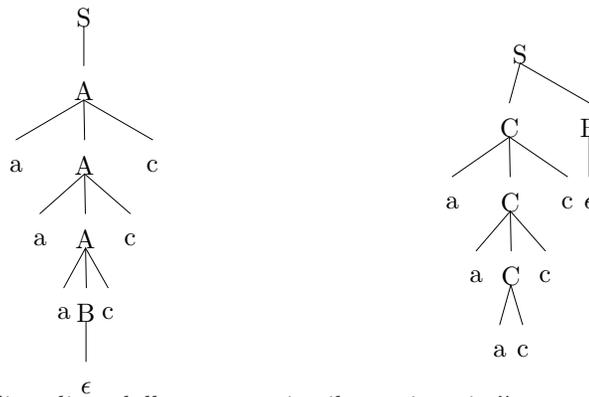
L'automata è deterministico? Se non lo è, si trovi un automa deterministico equivalente.

Soluzione 1

Si noti come le stringhe dell'insieme $L' = \{a^n c^n \mid n > 0\}$ siano in comune ad entrambi gli insiemi con cui il linguaggio è definito; la grammatica più immediata $G = \langle \{a, b, c\}, \{S, A, B\}, P, S \rangle$

$$P = \begin{aligned} S &\rightarrow A \mid CB \\ A &\rightarrow aAc \mid aBc \\ B &\rightarrow bB \mid \epsilon \\ C &\rightarrow aCc \mid ac \end{aligned}$$

risulta quindi ambigua. In questa grammatica, si riescono a derivare in due modi diversi tutte le stringhe in cui il numero di b è 0; ad esempio la stringa $aaaccc$ ha due alberi di derivazione:



Si può quindi togliere dalla grammatica il caso in cui c'è un numero pari a zero di b , togliendo la stringa vuota dal linguaggio generato da B :

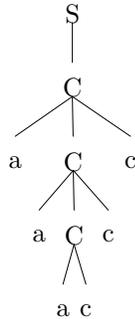
$$B \rightarrow bB \mid b$$

A questo punto, è necessario ri-aggiungere il linguaggio L' , che è proprio il linguaggio generato da C :

$$\begin{aligned} S &\rightarrow A \mid CB \mid C \\ A &\rightarrow aAc \mid aBc \\ B &\rightarrow bB \mid b \\ C &\rightarrow aCc \mid ac \end{aligned}$$

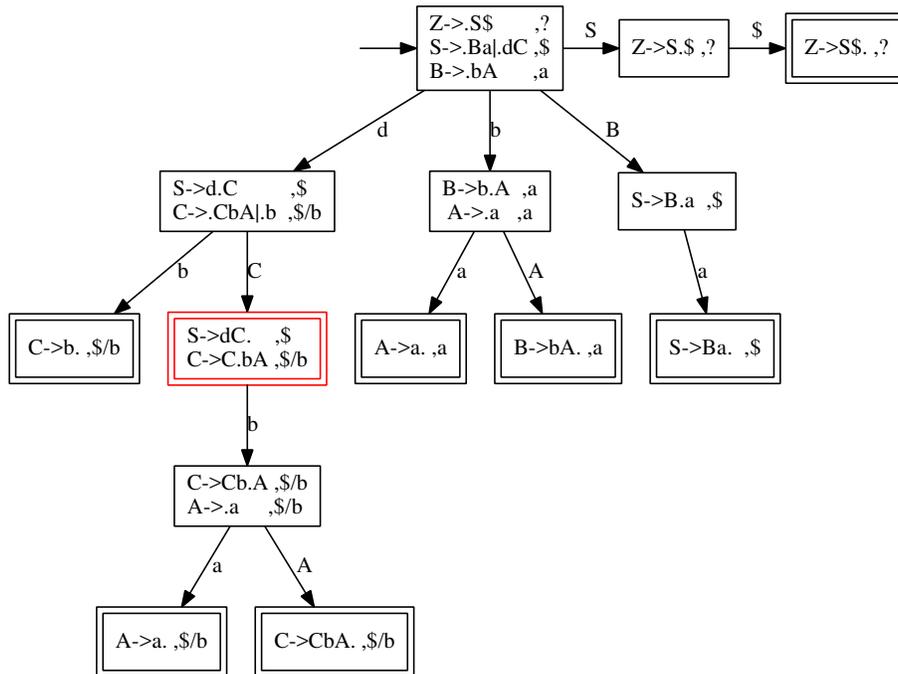
La grammatica è di tipo 2 (context free).

L'albero di derivazione:



Soluzione 2

1. La grammatica è di tipo 2 (context-free).
2. La grammatica non è LR(1) in quanto contiene la ricorsione a sinistra nella produzione $C \rightarrow CbA$.
3. Rappresentiamo l'automa LR(1):



L'automa non presenta conflitti, quindi la grammatica è LR(1).

Osservando il nodo indicato in rosso, si può vedere che la grammatica non è LR(0). Infatti in quel nodo l'automa LR(1) riesce a distinguere se fare shift o reduce in base al prossimo carattere di input:

- se il prossimo carattere è il terminatore \$, effettua *reduce* $S \rightarrow dC$,
- mentre se il prossimo carattere è *b*, effettua *shift b*.

L'automa LR(0) non ha la possibilità di osservare il prossimo carattere di input, quindi in questo nodo si avrebbe un conflitto shift-reduce. La grammatica, quindi, non è LR(0).

4. Riconoscimento.

Stack	Input
	dbbaba\$
d	bbaba\$
db	baba\$
dC	baba\$
dC	baba\$
dCb	aba\$
dCba	ba\$
dCbA	ba\$
dC	ba\$
dCb	a\$
dCba	\$
dCbA	\$
dC	\$
S	\$
S\$	
Z	

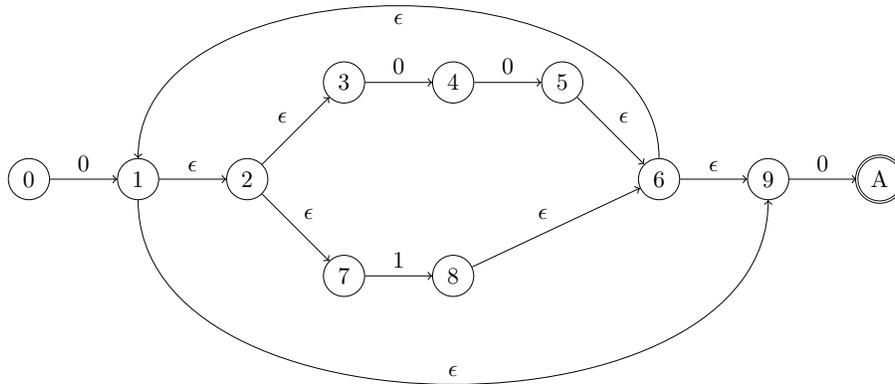
Stringa riconosciuta.

Stack	Input
	baa\$
b	aa\$
ba	a\$
bA	a\$
B	a\$
Ba	\$
S	\$
S\$	
Z	

Stringa riconosciuta.

Soluzione 3

Dalla espressione regolare si può ottenere direttamente l'automa riconoscitore con ϵ -mosse:



Ovviamente tale automa è non deterministico.

L'automa riconoscitore senza ϵ -mosse (deterministico) ha come nodi degli insiemi di nodi dell'automa con ϵ -mosse; ciascuno di questi insiemi è la ϵ -closure di un nodo dell'automa originario. La tabella di transizione diventa:

<i>Nodo</i>	0	1
{0}	{1, 2, 3, 7, 9}	\emptyset
{1, 2, 3, 7, 9}	{4, A}	{8, 6, 1, 2, 3, 7, 9}
{4, A}	{5, 6, 1, 2, 3, 7, 9}	\emptyset
{8, 6, 1, 2, 3, 7, 9}	{4, A}	{8, 6, 1, 2, 3, 7, 9}
{5, 6, 1, 2, 3, 7, 9}	{4, A}	{8, 6, 1, 2, 3, 7, 9}

l'automa può essere rappresentato in forma grafica:

