MAGAZZINO TRADIZIONALE SERVITO DA CARRELLI ELEVATORI

DATI TECNICO-PROGETTUALI

Si debba dimensionare un magazzino tradizionale servito da carrelli tradizionali (di tipo bilaterale). I vincoli di progetto forniti dal committente siano i seguenti:

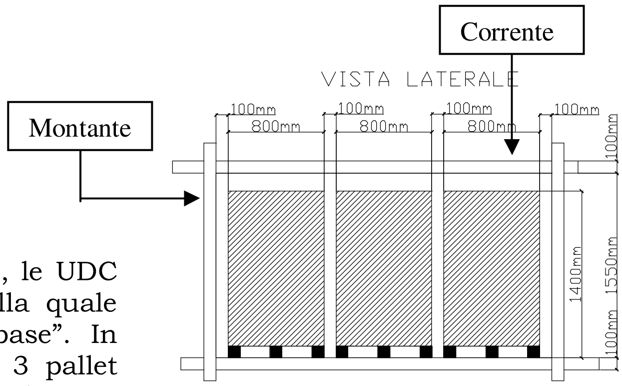
- Altezza massima utile magazzino (l'altezza del magazzino (H) è pari a 30m, ma bisogna considerare la limitata altezza di sollevamento dei carrelli elevatori) H_{max}= 9 m;
- Profondità massima scaffalature q_{max}= 100 m;
- Giacenza richiesta (PR – Potenzialità Ricettiva) G= 16000 pallet;
- Potenzialità di movimentazione PM = (120 in + 120 out) pallet/h totalmente random (equiprobabilità di accesso ai vani);
- Dimensioni UDC 800 (b) x 1200 (l) x 1400 (h)

Le specifiche prestazionali dei carrelli elevatori:

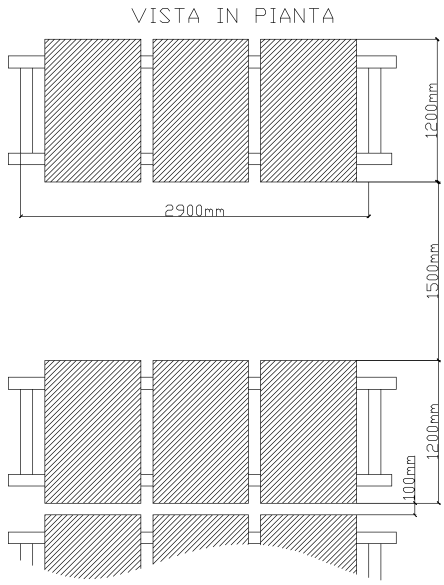
- Velocità orizzontale V_x= 2 m/s;
- Velocità verticale V_y= 0.3 m/s;
- Tempi fissi T_f = 30 s;
- Larghezza corridoio L_c = 1.5 m.

Per ciò che riguarda le scaffalature, si impiegheranno unità modulari in profilati d'acciaio delle seguenti caratteristiche:

- Spessore montante: 100mm
- Spessore corrente: 100mm;
- Gioco fra due pallet: 100mm;
- Gioco pallet/montante: 100mm;
- Gioco pallet/corrente (gioco di testa): 150mm.



Si è deciso di stoccare il materiale "di punta", le UDC saranno quindi disposte come in figura, nella quale sono mostrate le dimensioni del "modulo base". In genere, in ciascun vano vengono posizionati 3 pallet quando sono disposti di punta e 2 quando sono disposti di lato.



- DIMENSIONI DEL MODULO BASE

Modulo Base MB_1 (1 livello):

- $\mathbf{H_b}$ = 1650mm: [1400 (h pallet) + 150 (pallet-corrente) + 100 (spessore corrente)]
- $\mathbf{p_b}$ = 4000mm: [1200 (lunghezza pallet) + 1500 (larghezza corridoio) + 1200 (lunghezza pallet) + ½*100 (metà gioco fra due pallet posteriore) + ½*100 (metà gioco fra due pallet anteriore)]
- $\mathbf{q_b}$ = 2900mm: [800*3 (3 pallet per vano) + 2*100 (spazio tra due pallet) + 2*100 (spazio tra montante laterale e pallet) + 100 (spessore montante – ne considero uno solo)]
- Capacità stoccaggio $\mathbf{G_{1b}}$ = 6 pallet.

Numero livelli in verticale:

$\mathbf{N_H} = \frac{H_{max}}{H_b} = \frac{9000}{1650} = 5.45 \rightarrow$ il carrello può movimentare pallet fino al **6° livello** del magazzino (numero massimo di livelli)

Quindi per ogni campata del magazzino (MB_6) possono essere stoccati:
$\mathbf{G_{camp}} = 6 * G_b =$ **36 UDC**

Tale dato è utile per stimare le dimensioni in pianta del futuro magazzino, infatti, nota la giacenza totale richiesta e la giacenza di una campata G_{camp} è possibile calcolare facilmente quanti moduli base sono necessari e quindi, l'area da impegnare per lo stoccaggio:

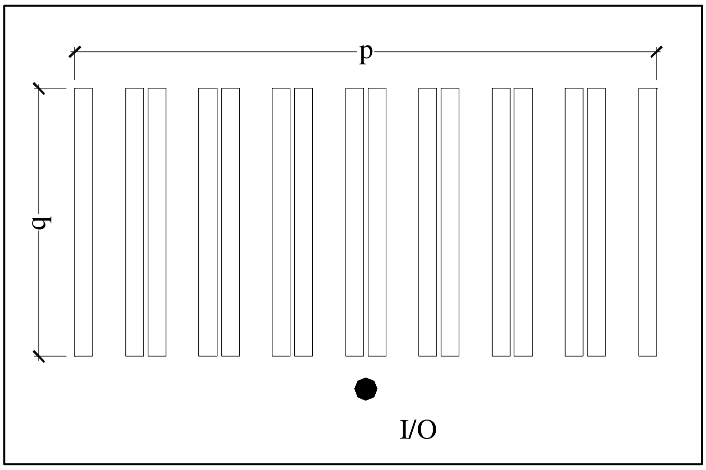
$\mathbf{N_{MB}} = \dfrac{G}{G_{camp}} = \dfrac{16000}{36} = 444.45 \rightarrow$ **445 MB** $\rightarrow \mathbf{A_{mag}} = 445 \cdot (p_b \cdot q_b) = 445 \cdot 4 \cdot 2.9 =$ **5162 m²**

Con 16000 giacenza richiesta, 36 giacenza di una campata e $p_b \cdot q_b$ Area di un modulo base.

Quindi, l'area del magazzino approssimativamente dovrà essere circa pari ad 5162 m².

CASO INPUT/OUTPUT CONCENTRATO SUL FRONTE DELLE SCAFFALATURE (*Vedere Nota 2*)

Volendo dimensionare il magazzino in modo tale che il rapporto tra la sua larghezza p e la sua profondità q sia pari a 2 (punto di input/output nel centro del fronte della scaffalatura), si ha:



$$\frac{p}{q} = 2$$

$$A = p \cdot q = 2 \cdot q^2 = 5162$$

$$q = \sqrt{\frac{5162}{2}} = 50.80 \text{ m}$$

Tale valore di q non è superiore alla profondità massima consentita dal committente (100m). Quindi, il numero di campate sarà pari a:

$N_L = \dfrac{q}{q_b} = \dfrac{50.80}{2.9} = 17.52 \rightarrow$ **$\mathbf{N_L}$= 18 campate**

Con N_L= 18, comunque, è rispettato il vincolo della profondità massima q_{max}=100m imposto dal committente, infatti:

$$q = N_L \cdot q_b = 18 \cdot 2.9 = 52.2 < 100 \text{ m}$$

Essendo nota la lunghezza di ogni corridoio, è ora possibile calcolare la giacenza di ogni corridoio e conseguentemente il numero minimo di corridoi da inserire nel futuro magazzino:

$$\mathbf{G_{1corr}} = N_L \cdot G_{camp} = 18 \cdot 36 = \mathbf{648\ UDC}$$

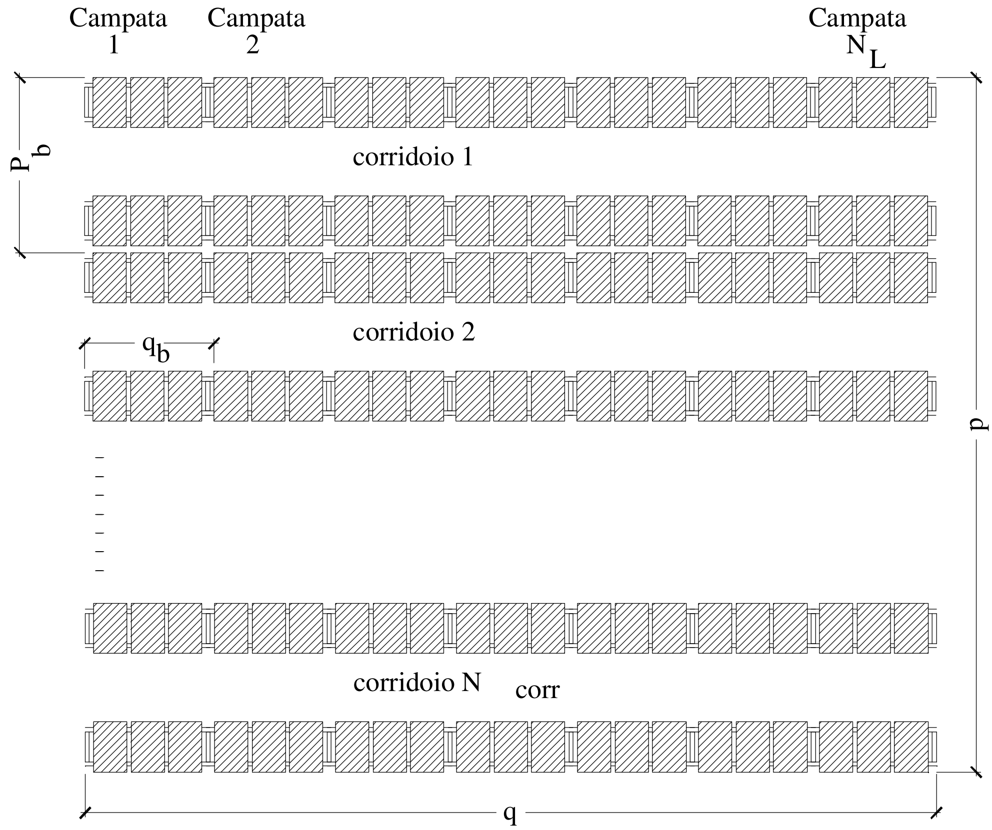
$\mathbf{N_{corr}} = \dfrac{G}{G_{1corr}} = \dfrac{16000}{648} =$ **24.6** $\rightarrow$ (arrotondato per eccesso) $\mathbf{N_{corr}} =$ **25**

Con tali valori è soddisfatta la Potenzialità Ricettiva richiesta:

$$\mathbf{PR} = N_{corr} \cdot G_{1corr} = 25 \cdot 648 = 16.200\ UDC$$

Riassumendo il magazzino sarà così dimensionato:

- Numero di livelli in verticale: 6 livelli in verticale → H = 9.90 m (6 livelli*1.65 m)
- Numero di campate: 18 campate → q = 52.2 m
- Numero di corridoi: 25 corridoi → p = 100 m (25 corridoi*4 m)



Per quanto riguarda la potenzialità di movimentazione di un carrello, avendo note le caratteristiche prestazionali del carrello:

- Velocità orizzontale: v_x = 2 m/s;
- Velocità verticale forche (salita e discesa): v_y = 0.3 m/s;
- Tempo fisso di prelievo o scarico: t_f = 30s;

E' possibile calcolare il tempo di ciclo semplice di un carrello: (*Vedere Nota 1*)

$$T_{carrello}(CS) = \left(r \cdot \frac{1}{v_x} + \frac{Liv - 1}{v_y} H_b \right) + 2t_f = \left(\frac{\sqrt{2 \cdot p \cdot q}}{v_x} + \frac{Liv - 1}{v_y} H_b \right) + 2t_f =$$

$$= \left(\frac{\sqrt{2 \cdot 52.2 \cdot 100}}{2} + \frac{5}{0,3} \cdot 1,65 \right) + 2 \cdot 30 = 138,6\ s$$

Noto il T(CS) del carrello, si calcola il numero di carrelli elevatori da assegnare al magazzino:

$$N_{carr} = c_p \cdot \frac{PM_{richiesta}}{PM_{1carrello}} = c_p \cdot \frac{PM}{\dfrac{3600}{2 \cdot T_{carrello}(CS)}} = \frac{120}{\dfrac{3600}{2 \cdot 138,5}} 1,1 = 10.15 \rightarrow \textbf{11 carrelli}$$

In tale soluzione si è considerato un coefficiente maggiorativo c_p=1.1 (relativo a fenomeni di punta)

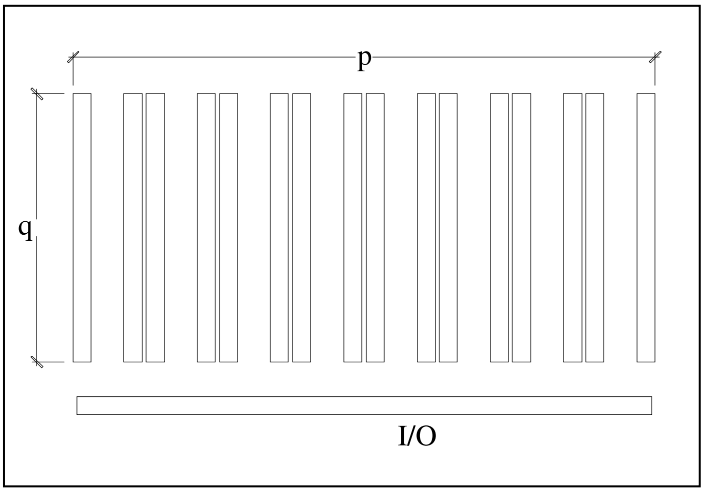
CASO INPUT/OUTPUT DISTRIBUITO LUNGO IL FRONTE DELLE SCAFFALATURE (*Vedere Nota 3*)

Consideriamo ora il caso in cui l'Input/Output sia uniformemente distribuito sul fronte delle scaffalature con nastro trasportatore.

$$\frac{p}{q} = 3$$

$$A = p \cdot q = 3 \cdot q^2 = 5162$$

$$q = \sqrt{\frac{5162}{3}} = 41.48 \text{ m}$$



Tale valore di q non è superiore alla profondità massima consentita dal committente (100m). Quindi, il numero di campate sarà pari a:

$$N_L = \frac{q}{q_b} = \frac{41.48}{2.9} = 14.30$$ → **N_L= 15 campate**

Con N_L= 15, comunque, è rispettato il vincolo della profondità massima q_{max}=100m imposto dal committente, infatti:

$$q = N_L \cdot q_b = 15 \cdot 2.9 = 43.5 < 100 \text{ m}$$

Essendo nota la lunghezza di ogni corridoio, è ora possibile calcolare la giacenza di ogni corridoio e conseguentemente il numero minimo di corridoi da inserire nel futuro magazzino:

G_{1corr} = $N_L \cdot G_{camp}$ = 15 · 36 = **540 UDC**

N_{corr} = $\frac{G}{G_{1corr}} = \frac{16000}{540}$ = **29.63** → (arrotondato per eccesso) **N_{corr} = 30**

PR = $N_{corr} \cdot G_{1corr} = 30 \cdot 540 = 16.200\, UDC$

Riassumendo il magazzino sarà così dimensionato:

- Numero di livelli in verticale: 6 livelli in verticale → H = 9.90 m
- Numero di campate: 15 campate → q = 43.5 m
- Numero di corridoi: 30 corridoi → p = 120 m (30 corridoi*4 m)

$$T_{carrello}(CS) = \left(r \cdot \frac{1}{v_x} + \frac{Liv-1}{v_y} H_b \right) + 2t_f = \left(\frac{\frac{2}{3} \cdot \sqrt{3 \cdot p \cdot q}}{v_x} + \frac{Liv-1}{v_y} H_b \right) + 2t_f =$$

$$= \left(\frac{\frac{2}{3} \cdot \sqrt{3 \cdot 43.5 \cdot 120}}{2} + \frac{5}{0{,}3} \cdot 1{,}65 \right) + 2 \cdot 30 = 129{,}21\, s$$

Il numero di carrelli elevatori da assegnare al magazzino:

$$N_{carr} = c_p \cdot \frac{PM_{richiesta}}{PM_{1carrello}} = c_p \cdot \frac{PM}{\frac{3600}{2 \cdot T_{carrello}(CS)}} = \frac{120}{\frac{3600}{2 \cdot 129{,}21}} 1{,}1 = 9{,}48$$ → **10 carrelli**

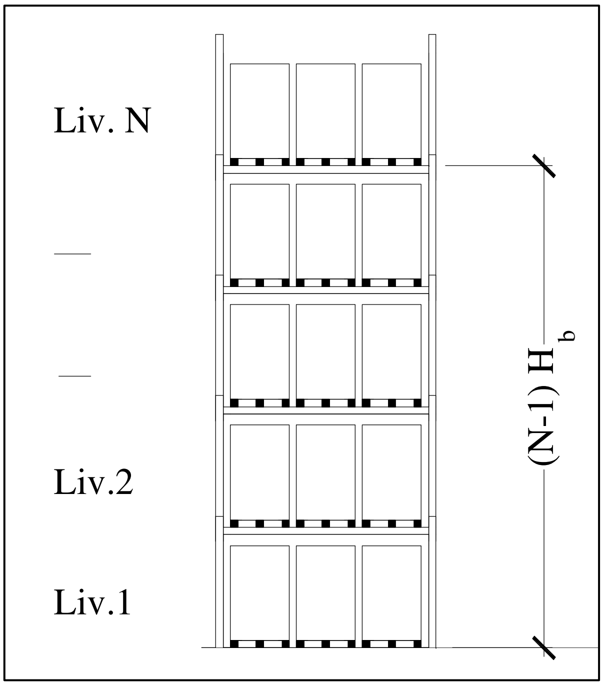
Nota 1

Indicando con LIV il numero di livelli della scaffalatura e con Hb l'altezza del singolo vano, lo spostamento necessario per raggiungere l'ultimo vano è pari a (LIV-1)*Hb.
Da cui, il percorso per arrivare al piano medio in coordinate temporali è pari a:

$$\frac{(LIV-1)*Hb+0}{2v_y}$$

Tale valore va poi moltiplicato per 2 per considerare l'andata e il ritorno.
r rappresenta il percorso medio di un ciclo semplice (andata e ritorno)

La durata del ciclo semplice è pari alla somma del tempo di ciclo variabile (traslazione orizzontale e verticale) e del tempo di ciclo fisso.

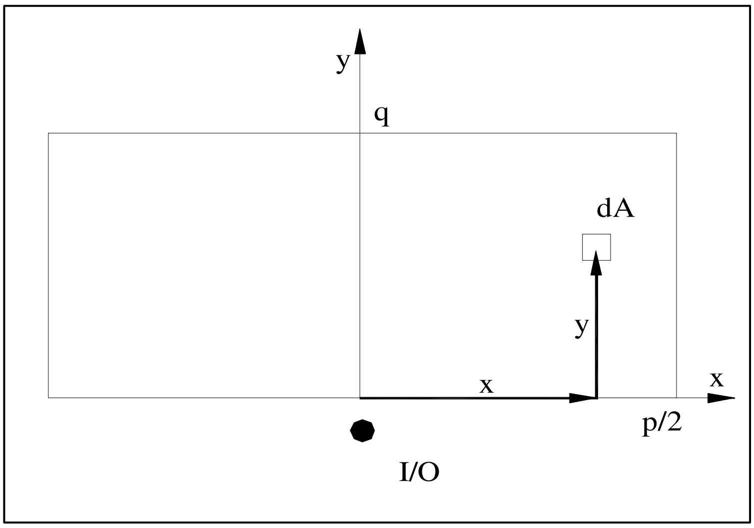


Nota 2 – Input/Output concentrato nel fronte delle scaffalature

Prendiamo come riferimento un magazzino convenzionale con allocazione casuale delle UdC e punto di I/O centrale. Fissiamo un riferimento cartesiano con origine nel punto di I/O, in quanto possiamo supporre il magazzino simmetrico e considerarne quindi solo una metà.

Per raggiungere la generica area dA, il carrello elevatore dovrà percorrere la distanza d = x+y.

La percorrenza media (r) può essere espressa come il valor medio della percorrenza con peso l'area.



$$r = \frac{1}{A}\int_A 2(x+y)dA = \frac{1}{pq/2}\int_0^{p/2}\int_0^q 2(x+y)dx\,dy = \frac{1}{pq/2}\int_0^{p/2}\left(\frac{2q^2}{2}+2xq\right)dx =$$

$$= \frac{1}{pq/2}\left(q^2\frac{p}{2} + 2q\frac{p^2}{8}\right) = 2\left(\frac{q}{2} + \frac{p}{4}\right) = q + \frac{p}{2}$$

Dove A è l'area $\left(\frac{pq}{2}\right)$ del semipiano considerato e 2 si riferisce ad un viaggio di andata ed uno di ritorno.

Il percorso medio minimo r_{min} in condizioni ottimali vale:

A = p*q
Da cui

$$r = \frac{A}{2q} + q$$

La percorrenza attesa risulta minimizzata (a parità di area occupata) se:

$$\frac{dr}{dq} = 0 \qquad \longrightarrow \qquad 1 - \frac{A}{2q^2} = 0$$

$$q^* = \sqrt{\frac{A}{2}}$$

$$p^* = \frac{A}{q} = \frac{A}{\sqrt{A}}\sqrt{2} = \sqrt{2A}$$

Da cui, il rapporto ottimale:

$$\frac{p^*}{q^*} = \sqrt{\frac{2A2}{A}} = 2$$

$$r = \frac{p}{2} + q = \frac{\sqrt{2A}}{2} + \frac{\sqrt{A}}{\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{A} + 2\sqrt{A}}{2\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{A}}{\sqrt{2}} = \sqrt{2A}$$

Tale risultato è valido sia per lay – out longitudinali che trasversali

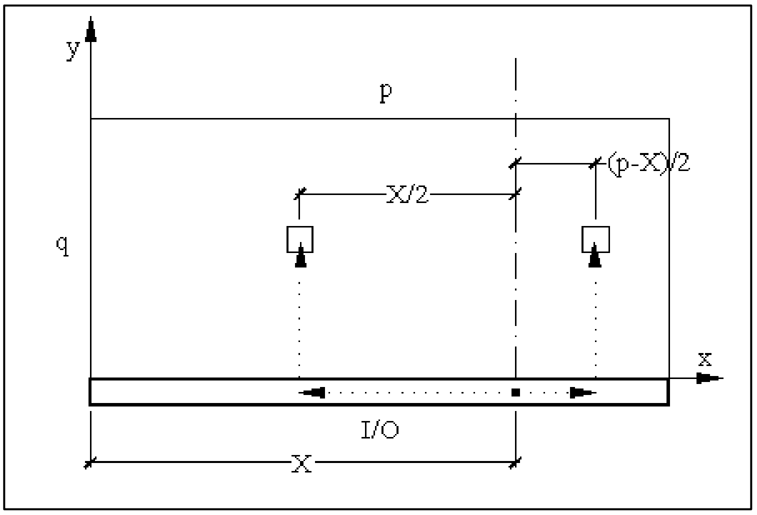
---

Nota 3 – Input/Output distribuito lungo il fronte delle scaffalature

Supponiamo che il carrello elevatore parta dalla posizione X. Considerando una verticale in X, l'area del magazzino può essere divisa in due porzioni, analizziamo allora i due percorsi medi che il carrello può compiere. Nel primo caso la distanza sarà:

$d_1 = \left(\frac{x}{2} + \frac{2q}{2}\right)$ mentre nel secondo $d_2 = \left(\frac{p-x}{2} + \frac{2q}{2}\right) = \frac{p-x}{2} + \frac{q}{2}$

Tali valori considerano sia l'andata che il ritorno del carrello. L'andata infatti, è pari alla somma della distanza verticale e di quella orizzontale, mentre il ritorno considera solo quella verticale, in quanto essendo il punto di I/O uniformemente distribuito, il carrello può fermarsi non appena arriva sul fronte delle scaffalature, senza ritornare nel punto di partenza.
La distanza totale sarà data dalla media pesata delle singole distanze, con pesi le aree.



$$d(x) = \frac{d_1 * A_1 + d_2 * A_2}{A_1 + A_2} = \frac{d_1(x*q) + d_2((p-x)*q)}{(x*q)+(p-x)q} = \frac{d_1 * x + d_2 * (p-x)}{p}$$

Per considerare tutti i possibili punti di partenza del carrello, dobbiamo procedere all'integrazione:

$$r = \frac{1}{p}\int_0^p d(x)dx = \frac{1}{p^2}\int_0^p \left[d_1 x + d_2(p-x)\right]dx$$

$$r = \frac{1}{p^2}\int_0^p \left[\left(\frac{x}{2}+q\right)*x + \left[\frac{(p-x)}{2}+q\right]*(p-x)\right]dx$$

$$r = \frac{1}{p^2}\left[\frac{x^3}{3} - \frac{px^2}{2} + pqx + \frac{p^2 x}{2}\right]_0^p = \frac{1}{p^2}\left[\frac{p^3}{3} - \frac{p^3}{2} + p^2 q + \frac{p^3}{2}\right]_0^p = \frac{p}{3} + q$$

A =p*q da cui $p = \frac{A}{q}$

$$r = \frac{A}{3q} + q$$

$$\frac{dr}{dq} = 0 \longrightarrow 1 - \frac{A}{3q^2} = 0 \longrightarrow q^* = \sqrt{\frac{A}{3}}$$

$$p^* = \frac{A}{q} = \frac{A}{\sqrt{A}}\sqrt{3} = \sqrt{3A}$$

$$\frac{p^*}{q^*} = \sqrt{\frac{3A3}{A}} = 3$$

$$r = \frac{p}{3} + q = \frac{\sqrt{3A}}{3} + \frac{\sqrt{A}}{\sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{A} + 3\sqrt{A}}{3\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{A}}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3A}}{3}$$