



Università degli Studi di Ferrara

Facoltà
di Ingegneria

STATISTICA E MODELLI DI
DATI SPERIMENTALI

Problema 1

Ad una gara partecipano 6 concorrenti. In quanti modi possono essere ricoperti i primi 3 posti?

Problema 2

Quante parole di 6 lettere, anche senza significato, si possono formare con le 21 lettere dell'alfabeto italiano?

Problema 3

Quanti sono i segmenti non orientati determinati da 5 punti?

Problema 4

In quanti modi si possono distribuire 40 carte a 4 giocatori?

Problema 5

Quante sono le possibili colonne che si possono giocare al totocalcio?

Problema 6

Un elettricista deve montare l'insegna luminosa di una ditta. Egli deve collocare le 4 lettere luminose "A", "E", "S" e "S", ma non rammenta il nome della ditta. Quante sono le sue possibilità di sbagliare?

Problema 7

Nel campionato di calcio di serie A (20 squadre), le ultime 4 squadre classificate sono retrocesse in serie B. Quante possibili quaterne di squadre retrocesse vi sono?

Problema 8

Una sentenza di separazione di matrimonio stabilisce che il figlio debba stare due giorni a settimana con il padre e gli altri con la madre. In quanti modi possono essere scelti i due giorni?

Problema 9

Quanti sono gli anagrammi distinti, anche senza senso, della parola MATEMATICA?



Università degli Studi di Ferrara

Facoltà
di Ingegneria

STATISTICA E MODELLI DI
DATI SPERIMENTALI

Problema 10

In quanti modi tre uomini e tre donne possono sedere ad una tavola rotonda se:

- a) Non si impone alcuna condizione;
- b) Due donne particolari non devono sedere l'una di fianco all'altra;
- c) Ogni donna deve stare fra due uomini.

Problema 11

Nel gioco del poker vengono servite 5 carte da un mazzo di 32 (dal "7" all'asso, ognuna in 4 possibili semi).

- a) In quanti modi diversi possono essere servite 5 carte ad un giocatore?
- b) In quanti modi diversi può essere servito un poker d'assi?
- c) In quanti modi diversi può essere servito un poker qualunque?



Problema 12

Lanciando una moneta, qual è la probabilità di ottenere:

- a) sempre “testa” su 14 lanci di una moneta regolamentare?
- b) k volte “testa” su n lanci di una moneta regolamentare?
- c) una “croce” dopo aver ottenuto 14 volte “testa”?
- d) 14 volte “testa” in serie e una volta “croce”?

Problema 13

Calcolare la probabilità di ottenere un “5” come risultato della somma dei punteggi sulle facce di due dadi gettati una volta sola. E’ più probabile che esca un “3” oppure un “9”?

Problema 14

Un’urna contiene 4 palline bianche e 2 nere; un’altra urna contiene 3 palline bianche e 5 nere. Si estraiga una pallina da ciascun urna. Determinare la probabilità che siano:

- a) Entrambe nere
- b) Entrambe bianche
- c) Una bianca e una nera

Problema 15

Tre urne numerate 1, 2, 3, sono inizialmente vuote. Esse vengono poi riempite con n palline che vengono messe, una dopo l’altra, in una delle urne, scelta a caso ogni volta.

- a) Qual è la probabilità che l’urna 1 rimanga vuota?
- b) Qual è la probabilità che le urne 1 e 2 rimangano vuote?
- c) Qual è la probabilità che una delle urne rimanga vuota?

Problema 16

In una scarpiera sono disordinatamente collocate 5 paia di scarpe diverse fra loro. In condizione di forte oscurità non si riesce a distinguerle e si procede estraendo 2 scarpe a caso.

- a) Calcolare la probabilità di estrarre le due scarpe che si desidererebbe indossare.
- b) Siamo in forte ritardo e non c’è tempo per scegliere: calcolare la probabilità di estrarre due scarpe appaiate.
- c) Se prudentemente avessimo provveduto a lasciare le scarpe nelle scatole, come si modificerebbero le probabilità ai punti precedenti?



Problema 17

Avendo a disposizione 9 consonanti e 5 vocali, quante parole di 6 diverse consonanti e 4 diverse vocali è possibile formare? (Non è necessario che le parole abbiano significato)

Problema 18

L'urna U_1 contiene 2 palline bianche e 3 nere, l'urna U_2 ne contiene 4 bianche e 1 nera, infine l'urna U_3 ne contiene 3 bianche e 4 nere. Si sceglie a caso un'urna e se ne estrae una pallina bianca. Calcolare la probabilità che questa appartenga alla prima urna.

Problema 19

Un amministrativo inefficiente distribuisce in modo del tutto casuale tre lettere in tre buste già indirizzate. Calcolare la probabilità che:

- a) Tutte le lettere arrivino a destinazione giusta
- b) Almeno una lettera arrivi a destinazione

Problema 20

Giocando una colonna al Totocalcio e supponendo che la probabilità di indovinare l'esito di una partita sia sempre $1/3$, qual è la probabilità di ottenere:

- a) un "13"?
- b) un "12"?
- c) uno "zero"?
- d) un numero j di pronostici indovinati?

Problema 21

Nel poker si distribuiscono 5 carte da un mazzo di 52 carte ben mescolate. Si calcoli la probabilità di avere la seguente combinazione di carte servita:

- a) quattro assi
- b) quattro assi e un K
- c) tre dieci e due J
- d) un nove, un dieci, un J, una Q, un K, tutte di un seme qualsiasi
- e) tre carte di un seme e due di un altro
- f) almeno un asso

**Problema 22**

I componenti prodotti da una certa ditta possono presentare due tipi di difetti, con percentuali del 3% e del 7%. I due tipi di difettosità si possono produrre in momenti diversi del processo per cui si può assumere l'indipendenza dei difetti.

- Calcolare la probabilità che un componente presenti entrambi i difetti.
- Calcolare la probabilità che un componente sia difettoso.
- Calcolare la probabilità che il componente presenti il primo difetto, sapendo che esso è difettoso.
- Calcolare la probabilità che vi sia un solo difetto sapendo che il prodotto è difettoso.

Problema 23

Una malattia colpisce la popolazione di una certa regione dove i soggetti a rischio sono il 15%. Si sa inoltre che il tasso di incidenza sulla popolazione a rischio è 0.1 mentre il tasso di incidenza sulla popolazione non a rischio è 0.5%.

- Calcolare la probabilità che un individuo scelto a caso abbia la malattia.
- Qual è la probabilità che, se una persona è malata, questa appartenga alla categoria dei soggetti a rischio?
- Qual è la probabilità che, se una persona è sana, questa appartenga alla categoria dei soggetti a rischio?

Viene predisposto un test medico per accertarsi della presenza della malattia prima dei sintomi. Il test risulta positivo su persone malate (sia che appartengano alla categoria a rischio oppure no) con probabilità 0.99 e su persone sane con probabilità pari a 5% (sia che appartengano alla categoria a rischio oppure no).

- Qual è la probabilità di essere malati sapendo di essere risultati positivi al test?
- Qual è la probabilità di essere malati sapendo di essere risultati negativi al test?

Problema 24

Un manager ha a disposizione 4 impiegati da destinare a due differenti "punti di contatto" con l'utenza. Purtroppo due impiegati danno pieno affidamento (A) e due no (\bar{A}). Supponiamo che l'utenza si rivolga con eguale probabilità ai due punti, e che per ogni punto l'impiegato interpellato venga scelta a caso tra quelli presenti. In quale delle quattro maniere indicato nella tabella seguente, il manager dovrà disporre i suoi impiegati per massimizzare la probabilità di contatto con uno dei due impiegati migliori?

	Punto di contatto 1	Punto di contatto 2
1	A, A, \bar{A}	\bar{A}
2	A, A	\bar{A}, \bar{A}
3	A	\bar{A}, \bar{A}, A
4	\bar{A}, A	\bar{A}, A



Problema 25

Un circuito elettrico è costituito da due resistenze elettriche identiche poste in parallelo, che per comodità indicheremo con R_1 e R_2 . Per determinare l'affidabilità del circuito vengono effettuate una serie di misure sperimentali sulle resistenze utilizzate. Si scopre che in 909 casi su 1000 la resistenza R_1 non subisce guasti se la resistenza R_2 funziona correttamente. Nel caso la resistenza R_2 non funziona, invece, si verifica il guasto di R_1 in 217 casi su 1000. Si calcoli la probabilità di buon funzionamento del sistema considerato.

Problema 26

Un'azienda consta di tre reparti, uno di prelavazione (A) e due equivalenti, in parallelo fra loro, di finitura del prodotto (B_1 e B_2). Il reparto A funziona in condizioni di s-indipendenza dagli altri due e la sua affidabilità vale 80%.

- In condizioni di bassa produzione (P), la probabilità di buon funzionamento di ciascun reparto di finitura vale 90%. A causa della bassa produzione, ciascuno dei reparti B è in grado di garantire la finitura della produzione del reparto A indipendentemente dal buon funzionamento dell'altro, mantenendo lo stesso livello di affidabilità. Calcolare l'affidabilità del sistema di produzione.
- Invece, in condizioni di alta produzione (\bar{P}), la probabilità di buon funzionamento di ciascuno dei reparti B cala al 50% nel caso in cui l'altro reparto di finitura non funzioni. Calcolare l'affidabilità del sistema di produzione.
- L'azienda lavora a bassa produttività per il 60% del tempo e ad alta produttività nel rimanente tempo. Calcolare l'affidabilità del sistema.

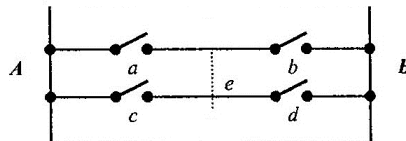
Problema 27

Due macchine utensili identiche A e B lavorano indipendentemente allo stesso ritmo di produzione ed eseguendo la stessa lavorazione. Su otto ore ciascuna di esse ha un'affidabilità pari a 0.999. Quando il flusso produttivo è normale (H_1) le due macchine assieme assolvono il loro compito con probabilità pari a 99.99%. Se una si guasta l'altra fa fronte con probabilità pari a 0.60.

- Calcolare l'affidabilità del sistema nel caso di flusso produttivo normale (H_1).
- Quando il flusso produttivo è intenso (H_2) i parametri di cui sopra diventano rispettivamente 0.98 e 0.35. Quanto vale ora la probabilità di buon funzionamento del sistema?
- Prevedendo che le macchine lavorino in condizioni di intensa produzione nel 15% del tempo, calcolare l'affidabilità del sistema.

**Problema 28**

Un gruppo di interruttori (a, b, c, d) è collegato ai cavi elettrici A e B come illustrato in figura. Si può assumere che gli interruttori funzionino elettricamente, che abbiano meccanismi indipendenti e che siano controllati simultaneamente dagli stessi impulsi. In seguito ad un impulso tutti gli interruttori si chiudono contemporaneamente, ma ogni interruttore ha una probabilità p di non corretto funzionamento (ossia l'interruttore non si chiude completamente).



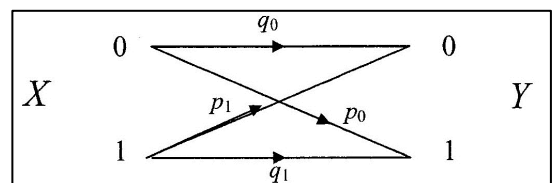
- Calcolare la probabilità che il circuito da A e B non si chiuda.
- Se si aggiunge un cavo in e (linea tratteggiata in figura), calcolare la probabilità che il circuito da A a B non si chiuda.
- Calcolare la probabilità che il circuito da A a B non si chiuda supponendo che in e vengano aggiunti un cavo ed un interruttore.

Problema 29

Una linea di trasmissione di segnali binari è rappresentata in figura. Il simbolo di ingresso del canale, X , può assumere lo stato 0 oppure 1 e, analogamente, il simbolo di uscita canale Y , può assumere lo stato 0 oppure lo stato 1. In condizioni di buon funzionamento si ha l'eguaglianza $X=Y$, ossia il segnale è trasmesso senza variazioni. A causa di possibili disturbi, un ingresso 0 può convertirsi in una uscita 1 e viceversa. La probabilità di transizione nel canale sono p_0, p_1, q_0, q_1 . Si noti che $p_0 + q_0 = p_1 + q_1 = 1$.

$$p_0 = \Pr\{y_1|x_0\} \quad p_1 = \Pr\{y_0|x_1\} \quad q_0 = \Pr\{y_0|x_0\} \quad q_1 = \Pr\{y_1|x_1\}$$

dove x_0 e x_1 indicano rispettivamente gli eventi $X=0$ e $X=1$, mentre y_0 e y_1 indicano rispettivamente gli eventi $Y=0$ e $Y=1$. Sia $\Pr\{x_0\}=0.5, p_0 = 0.1$ e $p_1 = 0.2$:



- Si calcoli $\Pr\{x_1\}$.
- Si calcolino $\Pr\{y_0\}$ e $\Pr\{y_1\}$.
- Se all'uscita è stato osservato 0, qual è la probabilità che anche lo stato d'ingresso fosse 0?
- Se all'uscita è stato osservato 1, qual è la probabilità che anche lo stato d'ingresso fosse 1?
- Si calcoli infine l'affidabilità della linea.

Problema 30

Due ditte producono un certo tipo di macchine. La ditta A ne ha prodotte 6 e vendute 1, la ditta B ne ha vendute 4 su 9. Si formuli un'opportuna ipotesi statistica e sulla base di questa si esegua un opportuno test, determinandone il livello di significatività, per determinare se si può affermare che la ditta B ha maggior probabilità di vendita rispetto la ditta A.

**Problema 31**

Un gruppo di medici ha trovato un vaccino contro il comune raffreddore. Ne viene verificata l'efficacia su di un gruppo di 24 volontari divisi in 2 gruppi di 12 persone, uno sperimentale e uno di controllo. I membri del gruppo sperimentale vengono vaccinati, mentre quelli del gruppo di controllo no. Dopo sei mesi a tutte le 24 persone si chiede se abbiano avuto raffreddori durante il periodo trascorso. I risultati sono riportati in tabella.

	Raffreddato	Non raffreddati
Vaccinato	2	10
Non vaccinato	7	5

- Si formuli un'opportuna ipotesi statistica per la verifica dell'efficacia del vaccino.
- Sulla base di questa si esegua il test esatto di Fisher, determinandone il livello di significatività.
- Si può affermare che il vaccino contro il raffreddore è significativamente efficace?

Problema 32

Una vasta indagine sul trasporto aereo ha dimostrato che la probabilità che un passeggero abbia problemi col proprio bagaglio al seguito è $p_0 = 7.7 \times 10^{-3}$. Una piccola compagnia ha verificato che con 50 voli ha trasportato 1552 clienti di cui 6 hanno lamentato problemi riguardanti il loro bagaglio al seguito. È valida l'ipotesi alternativa $H_1 = \{p < p_0\}$ che questa compagnia abbia un livello di problemi di bagaglio al di sotto della media, contro l'ipotesi nulla $H_0 = \{p = p_0\}$ che il livello di problemi di bagaglio di questa compagnia sia in linea con la media? Stabiliamo un rischio di $\alpha = 0.05$.

Problema 33

Su un numero ridotto di cavie, si sono sperimentati due pesticidi per verificare se quello di nuova produzione (B) abbia effetti più letali di quello usato in precedenza (A). Il risultato dell'esperimento è riportato nella tabella sottostante:

	Cavie sopravvissute	Cavie decedute
Pesticida A	7	1
Pesticida B	3	6

- Si formuli un'opportuna ipotesi statistica per la verifica dell'efficacia del pesticida.
- Sulla base di questa si esegua il test esatto di Fisher, determinandone il livello di significatività.
- Si può affermare che il pesticida di nuova generazione è più efficace del pesticida A?



Università degli Studi di Ferrara

Facoltà
di Ingegneria

STATISTICA E MODELLI DI
DATI SPERIMENTALI

Problema 34

Per sperimentare un fertilizzante, un giardiniere sceglie 14 coppie di piante simili e tratta una pianta di ciascuna coppia con il fertilizzante. Dopo due mesi, 12 delle 14 piante trattate sono più rigogliose delle corrispondenti non trattate (e per i rimanenti due casi accade l'opposto).

- a) Se il fertilizzante fosse inefficace (né migliorativo né peggiorativo), quale sarebbe la probabilità che un puro caso abbia portato a 12 o più successi?
- b) I 12 successi forniscono indicazione riguardo l'efficacia del fertilizzante?

Problema 35

In una certa scuola, 420 su un totale di 600 studenti superano un test standardizzato di matematica per il quale il tasso di promozione è pari a 60%.

- a) Se gli studenti della scuola non hanno particolare attitudine per la materia (né in positivo né in negativo), quanti studenti dovrebbero superare l'esame mediamente?
- b) Qual è la probabilità invece che almeno 420 studenti superino l'esame?
- c) Si può affermare che la scuola impartisce una buona preparazione agli studenti?