

Nome, Cognome

Matricola

ANALISI MATEMATICA A
– PROVA SCRITTA –
18 GENNAIO 2021 - TURNO 1

CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA MECCANICA – A.A. 2019/2020

Libri, appunti e calcolatrici non ammessi

- *Lo studente scriva solo la risposta, direttamente su un foglio bianco.*
- Al termine della prova, dovrà inviarne una foto*
- all'indirizzo `lorenzo.brasco@unife.it`*
- *Ogni esercizio vale 3 punti, in caso di risposta corretta*

Esercizio 1. *Si trovino le soluzioni dell'equazione trigonometrica $\cos(3x) - \cos x = 0$*

$$x = k \frac{\pi}{2}, \quad k \in \mathbb{Z}$$

Esercizio 2. *Si trovino il massimo ed il minimo della funzione $f(x) = x^3 - 2x + 1$ sull'intervallo $[0, 1]$*

$$\max_{x \in [0,1]} f(x) = 1 \qquad \min_{x \in [0,1]} f(x) = 1 - \frac{4}{3} \sqrt{\frac{2}{3}}$$

Esercizio 3. *Si calcoli il seguente limite*

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^3-x} - 1 + \sin x - \frac{x^2}{2}}{x \log(1-x) + 2 - 2 \cos x} = -\frac{4}{3}$$

Esercizio 4. *Si dica quali tra le seguenti funzioni risultano monotone crescenti sul proprio dominio di definizione*

$$f(x) = \arctan\left(\frac{2x+1}{x+2}\right) \quad g(x) = e^{-x^2} \quad h(x) = e^{\arctan(x)} \quad k(x) = \arcsin(2x-1) \quad (k \text{ e } h)$$

Esercizio 5. *Data la funzione $f(x) = \arccos(x+2)$, si scriva l'equazione della retta tangente al suo grafico nel punto $(-2, \pi/2)$*

$$y = \frac{\pi}{2} - x - 2$$

Esercizio 6. *Si determinino gli intervalli di monotonia della funzione $f(x) = \log(1+x-x^2)$*

$$\text{crescente su } \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}, \frac{1}{2}\right), \quad \text{decrescente su } \left(\frac{1}{2}, \frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)$$

Esercizio 7. *Si dia lo sviluppo di Taylor all'ordine 3 centrato in $x=0$ con resto di Peano della funzione*

$$\log(1+x-x^2) = x - \frac{3}{2}x^2 + \frac{4}{3}x^3 + o(x^3)$$

Esercizio 8. *Si dica quali tra le seguenti serie sono convergenti*

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt[n]{n!}}{n^2} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt[n]{n!}}{n^3} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{(77)^n} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^n + n^2 + \log n}{5^n} \quad \text{seconda e quarta}$$

Esercizio 9. *Si trovi una primitiva F della funzione $f(x) = \frac{1}{x^2 - 4x + 3}$*

$$F(x) = \log \sqrt{\left| \frac{x-3}{x-1} \right|}$$

Esercizio 10. *Si calcoli il seguente limite di successione in funzione del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$*

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+\alpha}{n-1} \right)^{n-1} = e^{\alpha+1}$$