

Nome, Cognome .....

Matricola .....

**ANALISI MATEMATICA A**  
**– PROVA SCRITTA –**  
**18 GENNAIO 2021 - TURNO 2**

CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA MECCANICA – A.A. 2019/2020

**Libri, appunti e calcolatrici non ammessi**

- *Lo studente scriva solo la risposta, direttamente su un foglio bianco.*
- Al termine della prova, dovrà inviarne una foto*  
*all'indirizzo [lorenzo.brasco@unife.it](mailto:lorenzo.brasco@unife.it)*
- *Ogni esercizio vale 3 punti, in caso di risposta corretta*

**Esercizio 1.** Si dica per quali valori del parametro  $\alpha$  la serie seguente risulta convergente

$$\sum_{n=1}^{\infty} \sin\left(\frac{n^\alpha + 1}{n^2}\right) \quad \alpha < 1$$

**Esercizio 2.** Si trovino le soluzioni dell'equazione logaritmica  $\log_2(x - 1) = \log_4(x + 1)$

$$x = 3$$

**Esercizio 3.** Si trovino il massimo ed il minimo della funzione  $f(x) = x - x^3 + 1$  sull'intervallo  $[0, 1]$

$$\max_{x \in [0,1]} f(x) = 1 + \frac{2}{3} \sqrt{\frac{1}{3}} \quad \min_{x \in [0,1]} f(x) = 1$$

**Esercizio 4.** Si calcoli il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(1 + x + x^2) - \sin x}{\sqrt[10]{1 + 2x^2} - 1} = \frac{5}{2}$$

**Esercizio 5.** Si dica quali tra le seguenti affermazioni risultano corrette per  $x \rightarrow 0$

$$\boxed{x^2 = o(x)} \quad x^2 + 1 \sim x^2 \quad \boxed{x^2 + x \sim x} \quad \boxed{1 - \frac{\sin x}{x} \sim \frac{1 - \cos x}{3}} \quad \sin x - x \sim 0$$

**Esercizio 6.** Data la funzione

$$f(x) = \arccos\left(\frac{2\sqrt{x}}{x+1}\right)$$

se ne trovino i punti del dominio in cui non è derivabile ( $x = 0$ ,  $x = 1$ )

**Esercizio 7.** Si determinino gli intervalli di monotonia della funzione  $f(x) = \arcsin(2x - x^2)$

$$\text{crescente su } (1 - \sqrt{2}, 1), \quad \text{decrescente su } (1, 1 + \sqrt{2})$$

**Esercizio 8.** Si dia lo sviluppo di Taylor all'ordine 3 centrato in  $x = 0$  con resto di Peano della funzione

$$\frac{1}{1 + x - x^2} = 1 - x + 2x^2 - 3x^3 + o(x^3)$$

**Esercizio 9.** Si dica quali tra le seguenti serie sono convergenti

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{e^n + n^7 + 10 \log n} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n e^n} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{(2n)!} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt[n]{n!} \sin\left(\frac{1}{n^3}\right) \text{ prima, terza e quarta}$$

**Esercizio 10.** Si trovi una primitiva  $F$  della funzione  $f(x) = \frac{1}{x^2 - 2}$

$$F(x) = \frac{1}{2\sqrt{2}} \log \left| \frac{x - \sqrt{2}}{x + \sqrt{2}} \right|$$