

Nome, Cognome

Matricola

ANALISI MATEMATICA A
– **PROVA SCRITTA** –
22 FEBBRAIO 2021 - TURNO 1

CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA MECCANICA – A.A. 2020/2021

Libri, appunti e calcolatrici non ammessi

- *Lo studente scriva solo la risposta, direttamente su un foglio bianco.*
- Al termine della prova, dovrà inviarne una foto all'indirizzo `lorenzo.brasco@unife.it`*
- *Ogni esercizio vale 3 punti, in caso di risposta corretta*

Esercizio 1. *Si calcoli il seguente limite*

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x + x^4) - x}{x \log(1 + x + x^2) - x^2} = -\frac{1}{3}$$

Esercizio 2. *Si trovino le soluzioni dell'equazione trigonometrica $\sin(4x - 1) = 1$*

$$x = \frac{\pi}{8} + \frac{1}{4} + k \frac{\pi}{2}, \quad k \in \mathbb{Z}$$

Esercizio 3. *Si trovino i punti di massimo e i punti di minimo della funzione $f(x) = e^{x^3 - x}$ sull'intervallo $[0, 1]$*

$$\text{punti di max} = \{0, 1\} \quad \text{punti di min} = \left\{ \frac{1}{\sqrt{3}} \right\}$$

Esercizio 4. *Si dica quali tra le seguenti funzioni risultano monotone decrescenti sul proprio dominio di definizione*

$$f(x) = \arctan(x) \quad g(x) = e^{\arccos x} \quad h(x) = -\frac{x}{\sqrt{1+x^2}} \quad k(x) = \arctan \frac{1}{x} \quad (g \text{ e } h)$$

Esercizio 5. *Data la funzione $f(x) = x^3 - x$, si scriva l'equazione della retta tangente al suo grafico nel punto $(1, 0)$*

$$y = 2x - 2$$

Esercizio 6. *Si determinino gli intervalli di monotonia della funzione $f(x) = \sqrt{x^3 - x}$*

$$\text{decrescente su } \left(-\frac{1}{\sqrt{3}}, 0\right), \quad \text{crescente su } \left(-1, -\frac{1}{\sqrt{3}}\right) \cup (1, +\infty)$$

Esercizio 7. *Si dia lo sviluppo di Taylor all'ordine 3 centrato in $x = 0$ con resto di Peano della funzione*

$$\log(1 + x - x^3) = x - \frac{1}{2}x^2 - \frac{2}{3}x^3 + o(x^3)$$

Esercizio 8. *Si dica quali tra le seguenti serie sono convergenti*

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt[n]{n!}}{e^n} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{e^n} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n \log n}{n^2 + 1} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \log \cos \left(\frac{1}{n}\right) \quad \text{prima e quarta}$$

Esercizio 9. *Si trovi una primitiva F della funzione $f(x) = \frac{1}{x^3 + x^2}$*

$$F(x) = \log|x+1| - \log|x| - \frac{1}{x}$$

Esercizio 10. *Si calcoli il seguente limite di successione in funzione del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$*

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^2 + \alpha n}{n^2 + 1} \right)^{2n} = e^{2\alpha}$$