

Nome, Cognome

Matricola

ANALISI MATEMATICA A
– PROVA SCRITTA –
22 FEBBRAIO 2021 - TURNO 2

CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA MECCANICA – A.A. 2020/2021

Libri, appunti e calcolatrici non ammessi

- *Lo studente scriva solo la risposta, direttamente su un foglio bianco.*
Al termine della prova, dovrà inviarne una foto
all'indirizzo lorenzo.brasco@unife.it
- *Ogni esercizio vale 3 punti, in caso di risposta corretta*

Esercizio 1. *Si calcoli il seguente limite*

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2-x} + x - \cos x}{\log(1+x+x^2) - x} = 4$$

Esercizio 2. *Si dica quali tra le seguenti affermazioni risultano corrette per $x \rightarrow 0$*

$$\boxed{\sin(x^2 + x) \sim x} \quad x^2 = o(x^3) \quad \frac{x^2 + 1}{x} \sim x \quad \boxed{\sin x - \log(1+x) \sim \frac{x^2}{2}} \quad \boxed{1 - \cos x = o(x)}$$

Esercizio 3. *Si trovino l'estremo superiore e l'estremo inferiore della funzione $f(x) = \frac{x+1}{x+2}$ sull'intervallo $(-2, +\infty)$*

$$\sup_{x \in (-2, +\infty)} f(x) = 1 \quad \inf_{x \in (-2, +\infty)} f(x) = -\infty$$

Esercizio 4. *Si dica per quali tra le seguenti funzioni $x = 0$ è un punto angoloso*

$$f(x) = |x| \quad g(x) = x|x| \quad h(x) = -\sin(|x|) \quad k(x) = \cos(|x|) \quad (f \text{ e } h)$$

Esercizio 5. *Data la funzione $f(x) = x^4 + 1$, si scriva l'equazione della retta tangente al suo grafico nel punto $(1, 2)$*

$$y = 2 + 4(x - 1)$$

Esercizio 6. *Si determini il dominio D della funzione $f(x) = \arcsin(\sqrt{x^2 - x})$*

$$D = \left[\frac{1 - \sqrt{5}}{2}, 0 \right] \cup \left[1, \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \right]$$

Esercizio 7. *Si dia lo sviluppo di Taylor all'ordine 3 centrato in $x = 0$ con resto di Peano della funzione*

$$\sin(x - x^3) = x - \frac{7}{6}x^3 + o(x^3)$$

Esercizio 8. *Si dica quali tra le seguenti serie sono convergenti*

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{117}{119} \right)^n \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^n}{2^n n!} \quad \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n(\log n)^2} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \log \sin \left(\frac{1}{n} \right) \quad \text{prima, seconda e terza}$$

Esercizio 9. *Si trovi una primitiva F della funzione $f(x) = \frac{x}{x^2-1}$*

$$F(x) = \frac{1}{2} \log|x+1| + \frac{1}{2} \log|x-1|$$

Esercizio 10. *Si dica per quali valori del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$ il seguente limite risulta corretto*

$$\lim_{n \rightarrow \infty} n^\alpha \sin \left(\frac{1}{\sqrt[n]{n!}} \right) (\sqrt{n+1} - \sqrt{n}) = 0 \quad \alpha < \frac{3}{2}$$