

Nome, Cognome

Matricola

ANALISI MATEMATICA A
– **PROVA SCRITTA** –
23 FEBBRAIO 2021 - TURNO 5

CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA MECCANICA – A.A. 2020/2021

Libri, appunti e calcolatrici non ammessi

- *Lo studente scriva solo la risposta, direttamente su un foglio bianco.*
Al termine della prova, dovrà inviarne una foto
all'indirizzo lorenzo.brasco@unife.it
- *Ogni esercizio vale 3 punti, in caso di risposta corretta*

Esercizio 1. Si dica per quali valori del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$ la serie seguente converge

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{1}{n^\alpha} - \sin\left(\frac{1}{n^\alpha}\right) \right] \quad \alpha > \frac{1}{3}$$

Esercizio 2. Si trovino il massimo ed il minimo della funzione $f(x) = \arctan(x^2 - x)$ sull'intervallo $[0, 2]$

$$\max_{x \in [0, 2]} f(x) = \arctan(2) \quad \min_{x \in [0, 2]} f(x) = -\arctan(1/4)$$

Esercizio 3. Si calcoli il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x + x^3) - x}{\log(1 + x + x^3) - \tan x} = 0$$

Esercizio 4. Si dica quali tra le seguenti affermazioni risultano corrette

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sin x}{x} = 1 \quad \int_0^1 x e^x dx = e - \int_0^1 \frac{x^2}{2} dx \quad \boxed{\frac{d}{dx} \arcsin x = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}} \quad \boxed{\lim_{x \rightarrow 0^+} x \sin\left(\frac{1}{x}\right) = 0}$$

Esercizio 5. Si determinino gli intervalli di monotonia della funzione $f(x) = e^{\sqrt{x^3-x}}$

$$\text{crescente su } \left(-1, -\frac{1}{\sqrt{3}}\right) \cup (1, +\infty), \quad \text{decrescente su } \left(-\frac{1}{\sqrt{3}}, 0\right)$$

Esercizio 6. Data la funzione $f(x) = \arctan(x^2 - 2)$, si scriva l'equazione della retta tangente al suo grafico nel punto $(1, -\pi/4)$

$$y = -\pi/4 + (x - 1)$$

Esercizio 7. Si determini il dominio D della funzione $f(x) = \arccos\left(\frac{x^2-1}{x^2}\right)$

$$D = \left(-\infty, -\frac{1}{\sqrt{2}}\right] \cup \left[\frac{1}{\sqrt{2}}, +\infty\right)$$

Esercizio 8. Si dia lo sviluppo di Taylor all'ordine 3 centrato in $x = 0$ con resto di Peano della funzione

$$\frac{1}{1 - \sin x} = 1 + x + x^2 + \frac{5}{6} x^3 + o(x^3)$$

Esercizio 9. Si dica quali tra le seguenti serie risultano convergenti

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \quad \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(4n)^n}{(2n)!} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(15)^n - (14)^n}{(16)^n} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n}}{\sqrt[n]{n!}} \text{ seconda e terza}$$

Esercizio 10. Si trovi una primitiva F della funzione $f(x) = \frac{1}{2+x+x^2}$

$$F(x) = \frac{2}{\sqrt{7}} \arctan\left(\frac{2}{\sqrt{7}}x + \frac{1}{\sqrt{7}}\right)$$