

**FAC-SIMILE DI
COMPITO DI ANALISI MATEMATICA A**

PRIMA PARTE

*Lo studente scriva solo la risposta direttamente su questo foglio.
La seconda parte verrà corretta esclusivamente nel caso che lo studente
risponda correttamente ad almeno 5 domande su 10 della prima parte.*

Esercizio 1. Trovare l'insieme \mathcal{S} di tutte le soluzioni $x \in \mathbb{R}$ dell'equazione $\sin(2x) = \sin x$

$$\mathcal{S} = \{x = k\pi : k \in \mathbb{Z}\} \cup \left\{x = \frac{\pi}{3} + 2k\pi : k \in \mathbb{Z}\right\} \cup \left\{x = \frac{5\pi}{3} + 2k\pi : k \in \mathbb{Z}\right\}$$

Esercizio 2. Calcolare il limite della successione

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left[n^2 (e^{\frac{2}{n^2}} - e^{-\frac{2}{n^2}}) \right] = 4$$

Esercizio 3. Calcolare il limite seguente

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\tan^2(\log x)}{\cos(e^{x-1} - 1) - 1} = -2$$

Esercizio 4. Tra le serie seguenti, evidenziare quelle convergenti

$$\sum_{n=1}^{\infty} -\log\left(\cos\left(\frac{1}{n}\right)\right) \quad \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{-\log\left(\cos\left(\frac{1}{n}\right)\right)} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^n}{n!} \quad \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \arctan\left(\frac{1}{n}\right)$$

Esercizio 5. Dire per quali $\alpha \geq 0$ la seguente serie a termini positivi è convergente

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\tan(e^{\frac{1}{n^\alpha}} - 1)}{\sqrt{n}} \quad \alpha > \frac{1}{2}$$

Esercizio 6. Trovare una primitiva F su \mathbb{R} della funzione $x \mapsto \sin^2(2x)$.

$$F = \frac{x}{2} - \frac{\sin(4x)}{8}$$

Esercizio 7. Usando uno sviluppo di Taylor fino all'ordine opportuno, calcolare il limite seguente

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{1-x^4} - e^{x^4}}{(\cos x - 1)^2 \arctan^2(2x^2)} = \frac{1}{2}$$

Esercizio 8. Si determinino

$$\max_{x \in [0, 2\pi]} \tan(\cos x) = \tan(2) \quad \min_{x \in [0, 2\pi]} \tan(\cos x) = -\tan(2)$$

Esercizio 9. Dare lo sviluppo di Taylor all'ordine 4 con resto di Peano nel punto $x_0 = 0$ per la funzione arcseno

$$\arcsin x = x + \frac{x^3}{6} + o(x^4)$$

Esercizio 10. Trovare i 2 punti di flesso x_0 e x_1 della funzione $x \mapsto 1/(1+x^2)$

$$x_0 = -\frac{1}{\sqrt{3}} \quad x_1 = \frac{1}{\sqrt{3}}$$