

Nome, Cognome

Matricola

ANALISI MATEMATICA B
– **PROVA SCRITTA** –
15 GIUGNO 2020 - TURNO 2

CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA MECCANICA – A.A. 2019/2020

Libri, appunti e calcolatrici non ammessi

- *Lo studente scriva solo la risposta, direttamente su un foglio bianco.*

Al termine della prova, dovrà inviarne una foto

all'indirizzo lorenzo.brasco@unife.it

- *Ogni esercizio vale 3 punti, in caso di risposta corretta*

- *Il voto massimo totalizzabile con la prova scritta è 25/30*

Esercizio 1. Si trovi un potenziale U del campo vettoriale conservativo $\mathbf{F}(x, y, z) = (y e^{xy} z, x e^{xy} z, e^{xy})$

$$U(x, y, z) = e^{xy} z$$

Esercizio 2. Si calcoli il volume del solido tridimensionale $E = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 \leq 1, 0 \leq z \leq \sqrt{2}/2\}$

$$\text{Vol}(E) = \frac{5}{6\sqrt{2}} \pi$$

Esercizio 3. Si scriva l'equazione del piano tangente al grafico della funzione $f(x) = x^2 - y^2$ nel punto $(1, 1, 0)$

$$z = 2x - 2y$$

Esercizio 4. Si calcoli il momento d'inerzia M del sostegno della curva $\gamma(t) = (\cos t, \sin t)$ con $t \in [0, \pi/4]$, rispetto all'asse delle y

$$M = \frac{\pi + 2}{8}$$

Esercizio 5. Si calcolino il versore tangente \mathbf{T}_γ ed il versore normale \mathbf{N}_γ alla curva $\gamma(t) = (te^t, t)$

$$\mathbf{T}_\gamma(t) = \frac{(e^t(1+t), 1)}{\sqrt{e^{2t}(1+t)^2 + 1}} \quad \mathbf{N}_\gamma(t) = \frac{(1, -e^t(1+t))}{\sqrt{e^{2t}(1+t)^2 + 1}}$$

Esercizio 6. Si calcoli il lavoro del campo vettoriale $\mathbf{F}(x, y, z) = (0, 0, \cos z)$ lungo la curva $\gamma(t) = (\cos t, \sin t, t(2\pi - t))$ con $t \in [0, 2\pi]$

$$L = 0$$

Esercizio 7. Si consideri il campo vettoriale $\mathbf{F}(x, y, z) = (x^3 z, x y z, z^3 - y^3)$. Si calcoli il flusso di $\text{rot } \mathbf{F}$ attraverso la sfera di centro l'origine e raggio 1

$$\Phi = 0$$

Esercizio 8. Si dia lo sviluppo di Taylor all'ordine 2 centrato in $(x, y) = (0, 0)$ con resto di Peano della funzione di 2 variabili

$$\log(1 + x^2 + y) = y + x^2 - \frac{y^2}{2} + o(x^2 + y^2)$$

Esercizio 9. Si dica quali tra i seguenti sono punti di minimo locale per la funzione $f(x, y) = x^3 + xy - y^3$

$$(0, 1) \quad \left(0, -\frac{1}{3}\right) \quad (0, 0) \quad \left(\frac{1}{3}, -\frac{1}{3}\right) \quad (1, 1) \quad (\text{il quarto})$$

Esercizio 10. Sia $E = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + 4y^2 \leq 1\}$, si calcolino

$$\max_{(x, y) \in E} (x^2 - y^2) = 1 \quad \min_{(x, y) \in E} (x^2 - y^2) = -\frac{1}{4}$$