

Nome, Cognome

Matricola

ANALISI MATEMATICA B
– **PROVA SCRITTA** –
15 GIUGNO 2020 - TURNO 3

CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA MECCANICA – A.A. 2019/2020

Libri, appunti e calcolatrici non ammessi

- *Lo studente scriva solo la risposta, direttamente su un foglio bianco.*

Al termine della prova, dovrà inviarne una foto

all'indirizzo `lorenzo.brasco@unife.it`

- *Ogni esercizio vale 3 punti, in caso di risposta corretta*

- *Il voto massimo totalizzabile con la prova scritta è 25/30*

Esercizio 1. Si calcoli il momento d'inerzia M del sostegno della superficie $\phi(t, s) = (\cos t, \sin t, s)$ con $(t, s) \in [0, \pi/4] \times [0, 1]$, rispetto all'asse delle z

$$M = \frac{\pi}{4}$$

Esercizio 2. Si dica quali tra seguenti funzioni radialmente simmetriche risultano differenziabili nell'origine

$$f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2} \quad g(x, y) = x^2 + y^2 \quad h(x, y) = \sin(\sqrt{x^2 + y^2}) \quad k(x, y) = \cos(\sqrt{x^2 + y^2}) \quad (\text{seconda e quarta})$$

Esercizio 3. Si calcoli il volume del solido tridimensionale $E = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 \leq 1, z \leq \sqrt{x^2 + y^2}\}$

$$\text{Vol}(E) = \frac{2 + \sqrt{2}}{3} \pi$$

Esercizio 4. Si calcoli il valore della derivata della funzione $f(x, y) = e^x \cos y$ nel punto $(0, 1)$ lungo la direzione $\omega = (1/\sqrt{2}, 1/\sqrt{2})$

$$\frac{\partial f}{\partial \omega}(0, 1) = \frac{\cos(1) - \sin(1)}{\sqrt{2}}$$

Esercizio 5. Si scriva l'equazione del piano tangente al grafico della funzione $f(x) = x^2 y$ nel punto $(1, 0, 0)$

$$z = y$$

Esercizio 6. Sia $E = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + 9y^2 \leq 1\}$, si calcolino

$$\max_{(x,y) \in E} (x + y) = \frac{\sqrt{10}}{3} \quad \min_{(x,y) \in E} (x + y) = -\frac{\sqrt{10}}{3}$$

Esercizio 7. Si calcoli il flusso del campo vettoriale costante $\mathbf{F}(x, y, z) = (0, 1, 0)$ attraverso $\Sigma = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 = 1, z \in [0, 1], y \geq 0\}$

$$\Phi = 2$$

Esercizio 8. Si dica quali tra i seguenti campi vettoriali sono conservativi su $E = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y > 0\}$

$$\mathbf{F}(x, y) = \left(\frac{y}{y^2 + x^2}, -\frac{x}{y^2 + x^2} \right) \quad \mathbf{B}(x, y) = \left(1, \frac{1}{y} \right) \quad \mathbf{H}(x, y) = \left(\frac{y}{y^2 + x^2}, \frac{x}{y^2 + x^2} \right) \quad (\text{il primo ed il secondo})$$

Esercizio 9. Si trovino i punti di minimo locale della funzione $f(x, y) = x^4 + 2xy + y^2$

$$\left(\frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{\sqrt{2}} \right) \quad \left(-\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}} \right)$$

Esercizio 10. Si trovi un potenziale U del campo vettoriale conservativo $\mathbf{F}(x, y, z) = (yz, xz, xy + z)$

$$U(x, y, z) = xyz + \frac{z^2}{2}$$