

Nome, Cognome

Matricola

ANALISI MATEMATICA B

– PROVA SCRITTA –

26 LUGLIO 2021

CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA MECCANICA – A.A. 2020/2021

Libri, appunti e calcolatrici non ammessi

- Lo studente scriva solo la risposta, direttamente su un foglio bianco.

Al termine della prova, dovrà inviarne una foto

all'indirizzo `lorenzo.brasco@unife.it`

- Ogni esercizio vale 3 punti, in caso di risposta corretta, tranne diversa specifica

- Il voto massimo totalizzabile con la prova scritta è 25/30

Esercizio 1. Si dia una superficie regolare il cui sostegno coincida con $E = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 = 4, z \geq 1\}$

$$\phi(t, s) = (2 \cos t \sin s, 2 \sin t \sin s, 2 \cos s) \quad (t, s) \in [0, 2\pi] \times \left[0, \frac{\pi}{3}\right]$$

Esercizio 2. Si dica quali tra i seguenti insiemi di livello soddisfano le ipotesi del Teorema di Dini

$$A = \{(x, y) : x^2 + y^3 = 0\} \quad \boxed{B = \{(x, y) : x e^y = 0\}} \quad C = \{(x, y) : \cos(xy) = 1\} \quad D = \{(x, y) : \cos(x+y) = 1\}$$

Esercizio 3. Si dica quali tra i seguenti campi vettoriali risultano conservativi sul proprio insieme di definizione

$$\mathbf{F}(x, y) = \left(-\frac{y}{x^2 + y^2}, \frac{x}{x^2 + y^2}\right) \quad \mathbf{G}(x, y) = \left(\frac{y}{x^2 + y^2}, \frac{x}{x^2 + y^2}\right)$$

$$\boxed{\mathbf{H}(x, y) = \left(\frac{x}{x^2 + y^2}, \frac{y}{x^2 + y^2}\right)} \quad \mathbf{K}(x, y) = \left(\frac{1}{x^2 + y^2}, \frac{1}{x^2 + y^2}\right)$$

Esercizio 4. Si calcoli il lavoro del campo vettoriale $\mathbf{F}(x, y) = (y, x)$ lungo il sostegno della spirale $\gamma(\vartheta) = (e^\vartheta \cos \vartheta, e^\vartheta \sin \vartheta)$ con $\vartheta \in [\pi/4, 10\pi]$

$$L = -\frac{1}{2} e^{\frac{\pi}{2}}$$

Esercizio 5. Si calcoli il momento d'inerzia dell'insieme $E = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1, y \geq |x|\}$ rispetto all'asse delle y

$$M = \frac{\pi - 2}{16}$$

Esercizio 6. Si calcoli il flusso del campo vettoriale $\mathbf{F}(x, y, z) = (-y, x, z)$ attraverso $\Sigma = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 = 2, z \in [0, 1]\}$

$$\Phi_{\mathbf{F}} = 0$$

Esercizio 7. Si calcoli l'area del sostegno della superficie regolare $\phi(t, s) = (s \cos t, s \sin t, s)$ con $(t, s) \in [0, \pi/2] \times [1, 2]$

$$\text{Area} = \frac{\pi}{4} 3\sqrt{2}$$

Esercizio 8. Determinare i punti critici della funzione $f(x, y) = x^3 - 3xy^2 + y$ e classificarli

$$\left(\pm \frac{1}{\sqrt{6}}, \pm \frac{1}{\sqrt{6}}\right) \text{ selle}$$

Esercizio 9. Si calcoli la derivata di $f(x, y) = \cos x \arccos(y)$ nel punto $(1, 0)$ lungo la direzione $\omega = (\sqrt{3}/2, 1/2)$

$$\frac{\partial f}{\partial \omega}(1, 0) = -\frac{\sqrt{3}}{4} \pi \sin(1) - \frac{\cos(1)}{2}$$

Esercizio 10. Sia $E = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1\}$ e sia $f(x, y) = x^3 + 2y$. Si calcolino

$$\max_{(x,y) \in E} f(x, y) = 2 \qquad \min_{(x,y) \in E} f(x, y) = -2$$