

Nome, Cognome

Matricola

ANALISI MATEMATICA B
– PROVA SCRITTA –
28 GIUGNO 2021 - TURNO 1

CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA MECCANICA – A.A. 2020/2021

Libri, appunti e calcolatrici non ammessi

- *Lo studente scriva solo la risposta, direttamente su un foglio bianco.*

Al termine della prova, dovrà inviarne una foto

all'indirizzo `lorenzo.brasco@unife.it`

- *Ogni esercizio vale 3 punti, in caso di risposta corretta, tranne diversa specifica*

- *Il voto massimo totalizzabile con la prova scritta è 25/30*

Esercizio 1. Sia $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 4x^2 + y^2 \leq 1\}$, si calcolino

$$\max_{(x,y) \in A} (x+y) = \frac{5}{2\sqrt{5}} \quad \min_{(x,y) \in A} (x+y) = -\frac{5}{2\sqrt{5}}$$

Esercizio 2. Si dia una superficie regolare il cui sostegno coincida con l'insieme $\Sigma = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 = 1, |z| \leq \sqrt{x^2 + y^2}\}$

$$\phi(t, s) = (\cos t \sin s, \sin t \sin s, \cos s) \quad (t, s) \in [0, 2\pi] \times \left[\frac{\pi}{4}, \frac{3}{4}\pi\right]$$

Esercizio 3 (4 punti). Si trovino i punti critici della funzione $f(x, y) = y^4 + 3xy^2 - x^3$ e si classifichino

$$(0, 0) \text{ sella} \quad \left(-\frac{3}{2}, \pm\frac{3}{2}\right) \text{ minimi locali}$$

Esercizio 4. Si calcoli curvatura della curva $\gamma(t) = (t \cos t, t \sin t)$ nel punto $\gamma(t_0) = (-\pi, 0)$

$$\kappa_\gamma(t_0) = \frac{\pi^2 + 2}{(\pi^2 + 1)^{\frac{3}{2}}}$$

Esercizio 5. Si scriva l'equazione del piano tangente al grafico di $f(x, y) = e^{\sqrt{x^2 + y^2}}$ nel punto $(1, 0, f(1, 0))$

$$z = e + e(x - 1)$$

Esercizio 6. Si calcoli l'area del grafico della funzione $f(x, y) = \sqrt{4 - x^2 - y^2}$ definita sull'insieme $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1\}$

$$\text{Area} = 4\pi(2 - \sqrt{3})$$

Esercizio 7. Si calcoli il momento d'inerzia dell'insieme $E = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1, |y| \leq x\}$ rispetto all'asse delle x

$$M = \frac{\pi - 2}{16}$$

Esercizio 8. Si calcoli il lavoro del campo vettoriale $\mathbf{F}(x, y, z) = (2y, 2x, 1)$ lungo il cammino $\gamma(t) = (\tan t, \sin t, t^2)$ con $t \in [0, \pi/4]$

$$L = \sqrt{2} + \frac{\pi^2}{16}$$

Esercizio 9. Si calcoli il flusso del campo vettoriale $\mathbf{F}(x, y, z) = (0, 0, y^2)$ attraverso l'insieme $\Sigma = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 = 1, z \geq 0\}$

$$\Phi = \frac{\pi}{4}$$

Esercizio 10. Si calcoli la derivata direzionale della funzione $f(x, y) = \arctan(xy)$ nel punto $(1, 0)$ lungo la direzione $\omega = (-\sqrt{2}/2, \sqrt{2}/2)$

$$\frac{\partial f}{\partial \omega}(1, 0) = \frac{\sqrt{2}}{2}$$