Nome, Cognome ....

Matricola ....

ANALISI MATEMATICA B
– PROVA SCRITTA –
3 AGOSTO 2020 - TURNO 1

CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA MECCANICA – A.A. 2019/2020

`Libri, appunti e calcolatrici` **non ammessi**

- Lo studente scriva solo la risposta, direttamente su un foglio bianco.
Al termine della prova, dovrà inviarne una foto
all'indirizzo `lorenzo.brasco@unife.it`

- Ogni esercizio vale 3 punti, in caso di risposta corretta

- Il voto massimo totalizzabile con la prova scritta è 25/30

Esercizio 1. *Si calcoli il momento d'inerzia del sostegno della curva* $\gamma(t) = (\cos t, \sin t)$ *con* $t \in [0, 1]$ *rispetto all'asse* $x = 1/2$

$$M = \frac{3}{4} + \frac{\sin(2)}{4} - \sin(1)$$

Esercizio 2. *Si calcoli il flusso del campo vettoriale* $\mathbf{F}(x, y, z) = (x, y, z)$ *attraverso* $\Sigma = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2+y^2+z^2 = 1,\ z \geq 0\}$

$$\Phi_{\mathbf{F}} = 2\,\pi$$

Esercizio 3. *Si scriva l'equazione del piano tangente al grafico di* $f(x, y) = \arctan(x^2\,y)$ *nel punto* $(1, 0, 0)$

$$z = y$$

Esercizio 4. *Si dia lo sviluppo di Taylor all'ordine 2 centrato in* $(0, 1)$ *con resto di Peano della funzione* $f(x, y) = y\,e^x$

$$f(x, y) = 1 + x + (y - 1) + \frac{x^2}{2} + x\,(y - 1) + o(x^2 + (y - 1)^2)$$

Esercizio 5. *Si trovino i punti critici della funzione* $f(x, y) = x^4/4 + y^2 + x\,y$ *e si classifichino*

$$(0, 0) \qquad \textit{sella}, \qquad \left(\mp\frac{1}{\sqrt{2}}, \pm\frac{1}{2\sqrt{2}}\right) \ \textit{minimi locali}$$

Esercizio 6. *Si calcoli il lavoro del campo vettoriale* $\mathbf{F}(x, y) = (y, 0)$ *lungo il circuito regolare a tratti formato dal triangolo di vertici* $(0, 0)$, $(1, 0)$ *e* $(1, 1)$, **percorso in senso antiorario**

$$L = -\frac{1}{2}$$

Esercizio 7. *Si calcoli la curvatura della curva* $\gamma(t) = (t\,\cos t, t\,\sin t)$

$$\kappa_\gamma(t) = \frac{2 + t^2}{(1 + t^2)^{\frac{3}{2}}}$$

Esercizio 8. *Sia* $E = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 = 4\}$, *si calcoli*

$$\min_{(x,y)\in E} (2\,x + y) = -2\sqrt{5} \qquad \max_{(x,y)\in E} (2\,x + y) = 2\sqrt{5}$$

Esercizio 9. *Si calcoli l'area del grafico della funzione* $f(x, y) = 2\,x + y$ *definita sull'insieme* $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 4\,x^2 + y^2 \leq 1\}$

$$\text{Area} = \frac{\sqrt{6}}{2}\,\pi$$

Esercizio 10. *Si calcoli la derivata direzionale della funzione* $f(x, y) = y\sqrt{x}$ *nel punto* $(0, 1)$ *lungo la direzione* $\omega = (0, 1)$

$$\frac{\partial f}{\partial \omega}(0, 1) = 0$$