

Nome, Cognome

Matricola

ANALISI MATEMATICA 2
– PROVA SCRITTA –

CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA MECCANICA – A.A. 2016/2017

Libri, appunti e calcolatrici non ammessi

PRIMA PARTE

- Lo studente scriva solo la risposta, direttamente su questo foglio.
- La seconda parte verrà corretta **esclusivamente** nel caso che lo studente risponda correttamente ad almeno 5 domande su 10 della prima parte.
- Ogni esercizio vale 2 punti, in caso di risposta corretta.

Esercizio 1. Si calcoli la lunghezza L della curva grafico di $f(x) = \frac{1}{2} (x\sqrt{x^2-1} - \ln(x + \sqrt{x^2-1}))$ per $x \in [1, 2]$.

$L =$

Esercizio 2. Dire quali fra i seguenti campi vettoriali sono conservativi su \mathbb{R}^2 .

$$\begin{array}{ll} (x, -y), & (-y, x), \\ (\sin x + e^{x^2+y^2}, \cos y + e^{x^2+y^2}), & (x^2 + 2x + y^2, y^2 + 2y + x^3). \end{array}$$

Esercizio 3. Dire per quale $a \in \mathbb{R}$ il seguente campo vettoriale è conservativo su \mathbb{R}^2 .

$$(x e^{x^2+y^2} + (a^2 - \pi) e^{y^2}, y e^{x^2+y^2})$$

Esercizio 4. Calcolare la divergenza ed il rotore del campo vettoriale conservativo \mathbf{V} avente potenziale $U = x y z$.

$$\operatorname{div} \mathbf{V} = \qquad \operatorname{rot} \mathbf{V} =$$

Esercizio 5. Si trovi l'insieme C dei punti critici della funzione $f(x, y) = e^y x^2 (x + y)$.

$C =$

Esercizio 6. Si calcoli l'integrale

$$\iiint_S (x^2 + y^2) dx dy dz$$

dove $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 < 4, 0 \leq z \leq 2\}$.

Esercizio 7. Trovare il dominio di definizione D della funzione $f(x, y) = \sqrt{\frac{x^4-1}{y^4-1}} - \arcsin(x+1)$.

$D =$

Esercizio 8. Dire quali tra i seguenti sottoinsiemi di \mathbb{R}^2 rappresentano una curva regolare

$$\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : e^y x^2 (x + y) = 1\}, \quad \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 : \frac{xy+1}{y+1} = 1 \right\}, \quad \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : |x| + |y| = 1\}.$$

Esercizio 9. Si scriva l'equazione del piano tangente al grafico della funzione $f(x, y) = x + 2y + 1$ nel punto $(1, 0, 2)$.

$z =$

Esercizio 10. Calcolare la derivata direzionale della funzione $f(x, y) = \frac{x+y+1}{x^2+y^2+1}$ nel punto $(1, 1)$ nella direzione $\Omega = (\sqrt{3}/2, 1/2)$.

SECONDA PARTE

Lo studente scriva lo svolgimento di ogni esercizio su un foglio a parte.

*In questa parte **non** verranno ritenute valide risposte corrette, ma prive di giustificazione.*

Esercizio 11 (7 punti). Sia $E = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + 4y^2 \leq 1\}$. Si calcolino gli integrali doppi

$$\iint_E x^2 \, dx \, dy \quad e \quad \iint_E y^2 \, dx \, dy.$$

Esercizio 12 (7 punti). Verificare il Teorema della divergenza per il campo vettoriale

$$\mathbf{F}(x, y, z) = (x^3, y^3, 1)$$

e la regione

$$\Omega = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 \leq 1, |z| \leq 1\}.$$