

Nome, Cognome .....

Matricola .....

**ANALISI MATEMATICA A & B**

**– PROVA SCRITTA –**

**13 LUGLIO 2021**

CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA MECCANICA – A.A. 2020/2021

**Libri, appunti e calcolatrici non ammessi**

- Lo studente scriva solo la risposta, direttamente su un foglio bianco.

Al termine della prova, dovrà inviarne una foto

all'indirizzo `lorenzo.brasco@unife.it`

- Ogni esercizio vale 3 punti, in caso di risposta corretta, tranne diversa specifica

- Il voto massimo totalizzabile con la prova scritta è 25/30

**Esercizio 1.** Sia  $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1\}$ , si calcolino

$$\max_{(x,y) \in A} (x^3 - 3xy^2) = 1 \qquad \min_{(x,y) \in A} (x^3 - 3xy^2) = -1$$

**Esercizio 2.** Si dica per quale valore del parametro  $\alpha$  il limite seguente risulta corretto

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(1+x-x^3) - \log(1+x-\alpha x^2)}{\sqrt{1+x^2} - \cos x} = 4 \qquad \alpha = 4$$

**Esercizio 3.** Si dica per quali valori del parametro  $\alpha$  la serie seguente risulta convergente

$$\sum_{n=1}^{\infty} n^{\alpha} \frac{e^{\frac{1}{n}} - 1}{\sqrt{n+1} - \sqrt{n}} \qquad \alpha < -\frac{1}{2}$$

**Esercizio 4.** Si scriva l'equazione del piano tangente al grafico di  $f(x, y) = x/\sqrt{x^2+y^2}$  nel punto  $(0, 1, f(0, 1))$

$$z = x$$

**Esercizio 5.** Si dia una primitiva  $F$  della funzione  $f(x) = \cos^2 x$

$$F(x) = \frac{x}{2} + \frac{\sin(2x)}{4}$$

**Esercizio 6.** Si calcoli il momento d'inerzia dell'insieme  $E = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 1 \leq x^2 + y^2 \leq 2\}$  rispetto all'asse delle  $x$

$$M = \frac{3}{4} \pi$$

**Esercizio 7.** Si calcoli il lavoro del campo vettoriale  $\mathbf{F}(x, y, z) = (y, x, 1)$  lungo il sostegno della curva  $\gamma(t) = (t, t^2, t^3)$  con  $t \in [0, 2]$

$$L = 16$$

**Esercizio 8.** Si calcoli il flusso del campo vettoriale  $\mathbf{F}(x, y, z) = (x, y, z)$  attraverso  $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 = 1, z \geq \sqrt{x^2 + y^2}\}$

$$\Phi_{\mathbf{F}} = 2\pi \left( \frac{1}{\sqrt{2}} - 1 \right)$$

**Esercizio 9.** Si calcoli la derivata direzionale della funzione  $f(x, y) = \cos(ye^x)$  nel punto  $(0, 1)$  lungo la direzione  $\omega = (\sqrt{2}/2, \sqrt{2}/2)$

$$\frac{\partial f}{\partial \omega}(0, 1) = -\sin(1) \sqrt{2}$$

**Esercizio 10.** Si trovino i punti critici della funzione  $f(x, y) = x^2 y - x y - y^2$  e si classifichino

$$(0, 0) \text{ sella} \qquad (1, 0) \text{ sella} \qquad (1/2, -1/8) \text{ massimo locale}$$