

Nome, Cognome

Matricola

ANALISI MATEMATICA
– PROVA SCRITTA –

CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA MECCANICA – A.A. 2020/2021

Libri, appunti e calcolatrici non ammessi

- Lo studente scriva solo la risposta, direttamente su un foglio bianco.

Al termine della prova, dovrà inviarne una foto

all'indirizzo `lorenzo.brasco@unife.it`

- Ogni esercizio vale 3 punti, in caso di risposta corretta, tranne diversa specifica

- Il voto massimo totalizzabile con la prova scritta è 25/30

Esercizio 1. Si trovi il momento d'inerzia dell'insieme $E = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \in [0, \pi/2], 0 \leq y \leq \cos x\}$ rispetto all'asse delle x

$$\mathcal{I} = \frac{2}{9}$$

Esercizio 2. Si dica per quali $\alpha \in \mathbb{R}$ il punto $(1/6, 1/12)$ è punto di minimo locale per $f(x, y) = x^3 + \alpha xy + y^2$

$$\alpha = -1$$

Esercizio 3. Si trovi una primitiva F della funzione $f(x) = x/\sqrt{1-x^2}$

$$F(x) = -\sqrt{1-x^2}$$

Esercizio 4. Si trovi l'area del grafico della funzione $f(x, y) = \sqrt{1-x^2-y^2}$ definita sull'insieme $D = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 1/4\}$

$$\text{Area} = 2\pi \left(1 - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

Esercizio 5. Trovare una superficie regolare ϕ il cui sostegno coincida con l'insieme $\Sigma = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 = 4, z \geq 1\}$

$$\phi(t, s) = (2 \cos t \sin s, 2 \sin t \sin s, 2 \cos s) \quad (t, s) \in [0, 2\pi] \times \left[0, \frac{\pi}{3}\right]$$

Esercizio 6. Sia $E = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 = 1\}$, si determinino

$$\max_{(x,y) \in E} (x - 2y) = \sqrt{5} \quad \min_{(x,y) \in E} (x - 2y) = -\sqrt{5}$$

Esercizio 7. Si dica per quali $\alpha \geq 0$ la seguente serie numerica risulta convergente

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\alpha^n + 2^n}{3^n + 4^n} \quad \alpha < 4$$

Esercizio 8. Si consideri il campo vettoriale

$$\mathbf{F}(x, y) = (0, x^2).$$

Sia γ un circuito regolare a tratti, il cui sostegno coincida con il quadrato avente vertici in $(0, 0)$, $(1, 0)$, $(1, 1)$ e $(0, 1)$, percorso in senso antiorario. Calcolare il lavoro L di \mathbf{F} lungo γ

$$L = 1$$

Esercizio 9. Si calcoli il limite seguente

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(e^{x + \frac{x^2}{2}} - \frac{1}{1-x} \right) \frac{1}{x - \sin x} = -2$$

Esercizio 10. Si calcoli il flusso del campo vettoriale $\mathbf{F}(x, y, z) = (y, x, z x^2 + z y^2)$ attraverso la frontiera dell'insieme $\Omega = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 1 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 4\}$.

$$\Phi_{\mathbf{F}} = \frac{248}{15} \pi$$