Nome, Cognome ....

Matricola ....

ANALISI MATEMATICA A & B
– PROVA SCRITTA –
15 GIUGNO 2021

CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA MECCANICA – A.A. 2020/2021

`Libri, appunti e calcolatrici` **non ammessi**

- Lo studente scriva solo la risposta, direttamente su un foglio bianco.
Al termine della prova, dovrà inviarne una foto
all'indirizzo `lorenzo.brasco@unife.it`

- Ogni esercizio vale 3 punti, in caso di risposta corretta

- Il voto massimo totalizzabile con la prova scritta è 25/30

Esercizio 1. *Si determini un potenziale U per il campo vettoriale conservativo* $\mathbf{F}(x,y,z) = \left(\dfrac{z\,x}{\sqrt{x^2+y^2}}, \dfrac{z\,y}{\sqrt{x^2+y^2}}, \sqrt{x^2+y^2}\right)$

$$U(x,y,z) = z\,\sqrt{x^2+y^2}$$

Esercizio 2. *Si dica quali tra i seguenti risultano essere punti sella per la funzione* $f(x,y) = x^3 - 27\,x + y^2$

$$(0,0) \qquad (-1,0) \qquad (-2,0) \qquad \boxed{(-3,0)} \qquad (-1,1) \qquad (3,0)$$

Esercizio 3. *Si dica quali tra le seguenti serie risultano convergenti*

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n+1} \qquad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\log n}{n} \qquad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^n}{n!} \qquad \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\sqrt[n]{n!}}{n^3+2\,n} \quad \textit{terza e quarta}$$

Esercizio 4. *Si calcoli il lavoro del campo vettoriale* $\mathbf{F}(x,y,z) = (x+y, 0, y)$ *lungo il cammino* $\gamma(t) = (t, t, 2\,t^2)$ *con* $t \in [0,1]$

$$L = 7/3$$

Esercizio 5. *Si calcoli il momento d'inerzia dell'insieme* $E = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \,:\, x \in [0,1],\, 0 \le y \le x^3\}$ *rispetto all'asse delle x*

$$M = 1/30$$

Esercizio 6. *Si dica per quali valori di $\alpha \in \mathbb{R}$ la seguente identità risulta corretta*

$$\sum_{n=0}^{\infty} (3\,\alpha)^n = 3 \qquad \alpha = \frac{2}{9}$$

Esercizio 7. *Si trovi una primitiva F della funzione* $f(x) = \sin^3(2\,x)$

$$F(x) = -\frac{\cos(2\,x)}{2} + \frac{\cos^3(2\,x)}{6}$$

Esercizio 8. *Si calcoli il flusso del campo vettoriale* $\mathbf{F}(x,y,z) = (z^3 + x, x\,e^z, y)$ *attraverso l'insieme* $\Sigma = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \,:\, x^2+y^2+z^2 = 1,\, z \ge 0\} \cup \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \,:\, x^2+y^2 \le 1,\, z = 0\}$

$$\Phi = \frac{2}{3}\,\pi$$

Esercizio 9. *Si calcoli la derivata direzionale della funzione* $f(x,y) = \arccos(x\,y)$ *nel punto* $(1/2, 1)$ *lungo la direzione* $\omega = (\sqrt{3}/2, -1/2)$

$$\frac{\partial f}{\partial \omega}(1/2,1) = -1 + \frac{1}{2\,\sqrt{3}}$$

Esercizio 10. *Sia* $A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \,:\, x^2 + 2\,y^2 \le 1\}$, *si calcolino*

$$\max_{(x,y)\in A} (x^2+y) = \frac{9}{8} \qquad \min_{(x,y)\in A} (x^2+y) = -\frac{1}{\sqrt{2}}$$