

Nome, Cognome

Matricola

ANALISI MATEMATICA A & B

– **PROVA SCRITTA** –

19 GENNAIO 2021

CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA MECCANICA – A.A. 2019/2020

Libri, appunti e calcolatrici non ammessi

- Lo studente scriva solo la risposta, direttamente su un foglio bianco.

Al termine della prova, dovrà inviarne una foto

all'indirizzo `lorenzo.brasco@unife.it`

- Ogni esercizio vale 3 punti, in caso di risposta corretta

Esercizio 1. Si calcoli il flusso del campo vettoriale solenoidale $\mathbf{F}(x, y, z) = (0, z, y)$ attraverso l'insieme $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 = 1, y \geq 0, z \in [0, 1]\}$

$$\Phi_{\mathbf{F}} = -1$$

Esercizio 2. Si calcoli il lavoro del campo vettoriale $\mathbf{F}(x, y) = (3x^2y^2 + 1, 2x^3y)$ lungo il ramo di spirale archimedeo $\gamma(t) = (t \cos t, t \sin t)$ con $t \in [0, 2\pi]$

$$L = 2\pi$$

Esercizio 3. Determinare e classificare i punti critici della funzione $f(x, y) = xy - x^4 - y^2$

$$(0, 0) \text{ punto sella} \quad \left(\pm \frac{1}{2\sqrt{2}}, \pm \frac{1}{4\sqrt{2}} \right) \text{ punti di massimo locale}$$

Esercizio 4. Si calcoli il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x^4} - 1}{e^{x+x^4} - 1 - x} = 0$$

Esercizio 5. Si scriva l'equazione del piano retta tangente al grafico della funzione $f(x, y) = \arcsin(xy)$ nel punto $(1, 1/2, \pi/6)$

$$y = \frac{\pi}{6} + \frac{1}{\sqrt{3}}(x-1) + \frac{2}{\sqrt{3}}\left(y - \frac{1}{2}\right)$$

Esercizio 6. Si dica quali tra le seguenti affermazioni risultano corrette per $x \rightarrow +\infty$

$$\frac{1}{\sin x} \sim \frac{1}{x} \quad \sin x \sim x \quad \boxed{x = o(x^2)} \quad \boxed{\log x = o(\sqrt[3]{x})} \quad \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x \sim 1$$

Esercizio 7. Si calcoli l'area del grafico della funzione $f(x, y) = x^2 - y^2$ definita sull'insieme $D = \{(x, y) : 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4\}$

$$\text{Area} = \frac{\pi}{6} [17\sqrt{17} - 5\sqrt{5}]$$

Esercizio 8. Si dia lo sviluppo di Taylor all'ordine 2 centrato in $(0, 0)$ con resto di Peano della funzione

$$\cos(x - y) = 1 + xy - \frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{2} + o(x^2 + y^2)$$

Esercizio 9. Si dica quali tra le seguenti serie sono convergenti

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n^2 - n} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\log n}{e^n} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n + n^2 + n \log n}{2n^4 + 1} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \log\left(1 + \frac{1}{n}\right) \text{ prima, seconda e terza}$$

Esercizio 10. Si calcoli il momento d'inerzia dell'insieme $T = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \in [0, 1], 0 \leq y \leq 2 - x\}$ rispetto all'asse $x = 1/2$

$$M = \frac{1}{8}$$