

Nome, Cognome

Matricola

ANALISI MATEMATICA A & B

– PROVA SCRITTA –

26 APRILE 2021

CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA MECCANICA – A.A. 2020/2021

Libri, appunti e calcolatrici non ammessi

- Lo studente scriva solo la risposta, direttamente su un foglio bianco.
Al termine della prova, dovrà inviarne una foto
all'indirizzo `lorenzo.brasco@unife.it`
- Ogni esercizio vale 3 punti, in caso di risposta completa e corretta

Esercizio 1. Si dica quali tra le seguenti serie numeriche risultano convergenti

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n^2 + 1} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n} \quad \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{\log n} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{n!} \quad \text{prima e seconda}$$

Esercizio 2. Si calcoli il flusso del campo vettoriale $\mathbf{F}(x, y, z) = (x, 0, 0)$ attraverso l'insieme $S = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 + z^2 = 1\}$

$$\Phi_{\mathbf{F}} = \frac{4}{3} \pi$$

Esercizio 3. Si calcoli il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \log(1+x) - x^2}{\sin x - x} = 3$$

Esercizio 4. Si calcoli il lavoro del campo vettoriale $\mathbf{F}(x, y) = (y, x)$ lungo la curva $\gamma(t) = (\cosh t, \sinh t)$ con $t \in [0, 1]$

$$L = \cosh(1) \sinh(1)$$

Esercizio 5. Data la funzione $f(x, y) = x \arccos y$, si scriva l'equazione del piano tangente al suo grafico nel punto $(1, 0, f(1, 0))$

$$z = \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2}(x-1) - y$$

Esercizio 6. Sia $E = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1\}$, si calcolino

$$\max_{(x,y) \in E} (x + 3y) = \sqrt{10} \quad \min_{(x,y) \in E} (x + 3y) = -\sqrt{10}$$

Esercizio 7. Si calcoli il momento d'inerzia dell'insieme $\Sigma = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : z = x^2 + y^2, z \in [0, 1]\}$ rispetto all'asse delle z

$$M = \frac{\pi}{60} (1 + 25\sqrt{5})$$

Esercizio 8. Si trovi una primitiva F della funzione $f(x) = \arctan x$

$$F(x) = x \arctan x - \frac{1}{2} \log(1 + x^2)$$

Esercizio 9. Si dica quali tra i seguenti campi vettoriali risultano solenoidali sul proprio dominio di definizione

$$\mathbf{F}(x, y) = \left(\frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}, \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}} \right) \quad \mathbf{G}(x, y) = \left(\frac{x}{x^2 + y^2}, \frac{y}{x^2 + y^2} \right) \quad \mathbf{H}(x, y, z) = (2x, -y, e^x - z)$$

Esercizio 10. Si calcoli il volume del seguente solido tridimensionale $V = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 1 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 4 \text{ e } 0 \leq z \leq 1/2\}$

$$\text{Vol}(V) = \frac{3\pi}{2}$$