

Nome, Cognome

Matricola

ANALISI MATEMATICA A & B

– PROVA SCRITTA –

26 LUGLIO 2021

CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA MECCANICA – A.A. 2020/2021

Libri, appunti e calcolatrici non ammessi

- Lo studente scriva solo la risposta, direttamente su un foglio bianco.

Al termine della prova, dovrà inviarne una foto

all'indirizzo `lorenzo.brasco@unife.it`

- Ogni esercizio vale 3 punti, in caso di risposta corretta, tranne diversa specifica

- Il voto massimo totalizzabile con la prova scritta è 25/30

Esercizio 1. Si calcoli il momento d'inerzia dell'insieme $E = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4\}$ rispetto all'asse $y = 1$

$$M = \pi \frac{27}{4}$$

Esercizio 2. Si calcoli l'area del grafico della funzione $f(x, y) = xy$ definita su $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1, y \geq x\}$

$$\text{Area} = \frac{\pi}{3} (2\sqrt{2} - 1)$$

Esercizio 3. Si calcoli il lavoro del campo $\mathbf{F}(x, y) = (-y, x)$ lungo il circuito $\gamma(t) = (2 \cos t, \sin t)$ con $t \in [0, 2\pi]$

$$L = 4\pi$$

Esercizio 4. Si calcoli il flusso del campo vettoriale $\mathbf{F}(x, y, z) = (x/(x^2+y^2), y/(x^2+y^2), 0)$ attraverso $\Sigma = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 = 1\}$

$$\Phi_{\mathbf{F}} = 4\pi$$

Esercizio 5. Si calcoli il baricentro dell'insieme $E = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1, x/\sqrt{3} \leq y \leq \sqrt{3}x\}$

$$\mathbf{b}^E = \frac{2}{\pi} (\sqrt{3} - 1, \sqrt{3} - 1)$$

Esercizio 6. Si dica per quali α la serie seguente risulta convergente

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{1}{n} - \sin\left(\frac{1}{n}\right) \right] \frac{(n+1)^\alpha - n^\alpha}{\sqrt{n+1} - \sqrt{n}} \quad \alpha < \frac{5}{2}$$

Esercizio 7. Si dica per quale α il limite seguente risulta corretto

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x + x^3) - \arctan x - \alpha x^3}{\log(1 + x + x^3) - x + 1 - \cos x} = 1 \quad \alpha = -\frac{1}{6}$$

Esercizio 8. Si trovi la primitiva di $f(x) = x^{2^x}$ il cui grafico passa dal punto $(0, 1)$

$$F(x) = \frac{2^x}{\log 2} \left(x - \frac{1}{\log 2} \right) + 1 + \frac{1}{(\log 2)^2}$$

Esercizio 9. Si calcoli l'equazione del piano tangente al grafico di $f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2}$ nel punto $(1, 2, f(1, 2))$

$$z = \sqrt{5} + \frac{1}{\sqrt{5}}(x - 1) + \frac{2}{\sqrt{5}}(y - 2)$$

Esercizio 10. Sia $E = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 2x^2 + y^2 \leq 1\}$ e sia $f(x, y) = x^2 + y^2 + x$. Si calcolino

$$\max_{(x,y) \in E} f(x, y) = \frac{5}{4} \quad \min_{(x,y) \in E} f(x, y) = -\frac{1}{4}$$