

Nome, Cognome

Matricola

ANALISI MATEMATICA A & B
– PROVA SCRITTA –
29 GIUGNO 2021 - TURNO 1

CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA MECCANICA – A.A. 2020/2021

Libri, appunti e calcolatrici non ammessi

- *Lo studente scriva solo la risposta, direttamente su un foglio bianco.*

Al termine della prova, dovrà inviarne una foto

all'indirizzo lorenzo.brasco@unife.it

- *Ogni esercizio vale 3 punti, in caso di risposta corretta, tranne diversa specifica*

- *Il voto massimo totalizzabile con la prova scritta è 25/30*

Esercizio 1. Sia $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 2x^2 + y^2 \leq 1\}$, si calcolino

$$\max_{(x,y) \in A} xy = \frac{1}{2\sqrt{2}} \quad \min_{(x,y) \in A} xy = -\frac{1}{2\sqrt{2}}$$

Esercizio 2. Si dica per quali valori del parametro α la serie seguente risulta convergente

$$\sum_{n=0}^{\infty} n^{2\alpha} \frac{(n+1)^\alpha - n^\alpha}{n^2 + 2n + 3} \quad \alpha < \frac{2}{3}$$

Esercizio 3. Si determinino e si classifichino i punti critici della funzione $f(x, y) = y \sin x$

$(k\pi, 0)$ con $k \in \mathbb{Z}$, punti sella

Esercizio 4. Dare lo sviluppo di Taylor all'ordine 3 centrato in $x = 0$ con resto di Peano per la funzione

$$f(x) = \cos(x + x^2) = 1 - \frac{x^2}{2} - x^3 + o(x^3)$$

Esercizio 5. Si scriva l'equazione del piano tangente al grafico di $f(x, y) = \log \sqrt{x - 3y}$ nel punto $(1, 0, f(1, 0))$

$$z = \frac{1}{2}(x - 1) - \frac{3}{2}y$$

Esercizio 6. Si dica per quale valore del parametro α il limite seguente risulta corretto

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(1 + x + x^2) - x - \alpha \sin^2 x}{\sqrt[3]{1 + 4x^2} - \cos x} = \frac{2}{3} \quad \alpha = -\frac{1}{2}$$

Esercizio 7. Si calcoli il baricentro del sostegno della curva $\gamma(t) = (\cos t, \sin t, t)$ definita su $[0, 1]$

$$\mathbf{b}_\gamma = \left(\sin 1, 1 - \cos 1, \frac{1}{2} \right)$$

Esercizio 8. Si calcoli il lavoro del campo vettoriale $\mathbf{F}(x, y, z) = (-y, x, 0)$ lungo il cammino $\gamma(t) = (t \cos t, t \sin t, t(2\pi - t))$ con $t \in [0, 2\pi]$

$$L = \frac{8\pi^3}{3}$$

Esercizio 9. Si calcoli il flusso del campo vettoriale $\mathbf{F}(x, y, z) = (x, y, e^z \arctan z)$ attraverso $\Sigma = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 = 1, z \in [1, 3]\}$

$$\Phi_{\mathbf{F}} = 4\pi$$

Esercizio 10. Si calcoli la derivata direzionale della funzione $f(x, y) = \log \sqrt{x + 3y}$ nel punto $(1, 1)$ lungo la direzione $\omega = (-1/2, \sqrt{3}/2)$

$$\frac{\partial f}{\partial \omega}(1, 1) = \frac{3\sqrt{3} - 1}{16}$$