

Nome, Cognome

Matricola

ANALISI MATEMATICA A & B

– **PROVA SCRITTA** –

13 LUGLIO 2020 - TURNO 2

CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA MECCANICA – A.A. 2019/2020

Libri, appunti e calcolatrici non ammessi

- *Lo studente scriva solo la risposta, direttamente su un foglio bianco.*

Al termine della prova, dovrà inviarne una foto

all'indirizzo lorenzo.brasco@unife.it

- *Ogni esercizio vale 3 punti, in caso di risposta corretta*

- *Il voto massimo totalizzabile con la prova scritta è 25/30*

Esercizio 1. *Si trovino i punti critici della funzione $f(x, y) = x^4 + y - x^2 y$ e si classifichino*

$(1, 2)$ $(-1, 2)$ selle

Esercizio 2. *Si calcoli il seguente limite*

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(1 + 2x + x^2) - 2 \sin x}{x \tan x + \sqrt[3]{1 + x^2} - 1} = -\frac{3}{4}$$

Esercizio 3. *Si scriva l'equazione del piano tangente al grafico di $f(x, y) = x^2 e^y$ nel punto $(1, 0, 1)$*

$$z = 1 + 2(x - 1) + y$$

Esercizio 4. *Si indichino le serie convergenti tra le seguenti*

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{2^n} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 + n + n^2 + n^3}{n^2 + 2^n} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \sqrt{n+2}} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{1 + \log n} \quad \text{seconda e terza}$$

Esercizio 5. *Si calcoli il momento d'inerzia dell'insieme $E = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : y^2 + z^2 \leq 1, 0 \leq x \leq 1\}$ rispetto all'asse delle z*

$$M = \frac{7\pi}{12}$$

Esercizio 6. *Si calcoli il lavoro del campo vettoriale $\mathbf{F}(x, y, z) = (y z e^{x y z}, x z e^{x y z}, x y e^{x y z})$ lungo il cammino $\gamma(t) = (\cos t, \sin t, t^2)$ con $t \in [0, \pi/4]$*

$$L = e^{\frac{\pi^2}{32}} - 1$$

Esercizio 7. *Si calcoli il flusso del campo vettoriale $\mathbf{F}(x, y, z) = (x^2, y, z)$ attraverso la frontiera dell'insieme $E = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 \leq 1 \text{ e } z \geq \sqrt{x^2 + y^2}\}$*

$$\Phi = \frac{4}{3} \pi \left(1 - \frac{1}{\sqrt{2}} \right)$$

Esercizio 8. *Si trovi una primitiva F della funzione $f(x) = x e^{2x}$*

$$F(x) = \frac{2x - 1}{4} e^{2x}$$

Esercizio 9. *Si dica quali tra i seguenti campi vettoriali sono conservativi sul loro insieme di definizione*

$$\mathbf{F}(x, y) = \left(-\frac{y}{x^2 + y^2}, \frac{x}{x^2 + y^2} \right) \quad \mathbf{B}(x, y, z) = \left(\frac{x}{x^2 + y^2}, \frac{y}{x^2 + y^2}, 0 \right) \quad \mathbf{K}(x, y) = \left(yx, \frac{x^2}{2} + y^2 \right) \quad \text{secondo e terzo}$$

Esercizio 10. *Sia $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^4 \leq 1\}$, si calcolino*

$$\max_{(x,y) \in A} (x^2 - y) = 1 - \left(\frac{1}{4} \right)^{\frac{4}{3}} + \left(\frac{1}{4} \right)^{\frac{1}{3}} \quad \min_{(x,y) \in A} (x^2 - y) = -1$$