

Nome, Cognome

Matricola

ANALISI MATEMATICA A & B
– **PROVA SCRITTA** –
15 GIUGNO 2020 - TURNO 1

CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA MECCANICA – A.A. 2019/2020

Libri, appunti e calcolatrici non ammessi

- *Lo studente scriva solo la risposta, direttamente su un foglio bianco.*
- Al termine della prova, dovrà inviarne una foto all'indirizzo `lorenzo.brasco@unife.it`*
- *Ogni esercizio vale 3 punti, in caso di risposta corretta*
- *Il voto massimo totalizzabile con la prova scritta è 25/30*

Esercizio 1. Si trovi una primitiva F della funzione $f(x) = x^2 \cos x$.

$$F(x) = x^2 \sin x + 2x \cos x - 2 \sin x$$

Esercizio 2. Si scriva l'equazione del piano tangente al grafico della funzione $f(x) = xy$ nel punto $(1, 1, 1)$.

$$z = x + y - 1$$

Esercizio 3. Si calcoli il momento d'inerzia M dell'insieme $E = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \in [-1, 1], 0 \leq y \leq x^2\}$ rispetto all'asse delle y

$$M = \frac{2}{5}$$

Esercizio 4. Si calcolino il versore tangente \mathbf{T}_γ ed il versore normale \mathbf{N}_γ alla curva $\gamma(t) = (e^t \cos t, e^t \sin t)$

$$\mathbf{T}_\gamma(t) = \frac{(\cos t - \sin t, \sin t + \cos t)}{\sqrt{2}} \quad \mathbf{N}_\gamma(t) = \frac{(\sin t + \cos t, \sin t - \cos t)}{\sqrt{2}}$$

Esercizio 5. Si calcoli il lavoro del campo vettoriale $\mathbf{F}(x, y, z) = (-y, x, z)$ lungo la curva $\gamma(t) = (\cos t, \sin t, t)$ con $t \in [0, 2\pi]$

$$L = 2\pi(1 + \pi)$$

Esercizio 6. Si trovi un potenziale U del campo vettoriale conservativo $\mathbf{F}(x, y, z) = (2xy, x^2, 1)$

$$U(x, y) = x^2 y + z$$

Esercizio 7. Sia $E = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 4x^2 + y^2 \leq 1\}$, si calcolino

$$\max_{(x,y) \in E} xy = \frac{1}{4} \quad \min_{(x,y) \in E} xy = -\frac{1}{4}$$

Esercizio 8. Si calcoli il limite seguente

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x+x^2} - 1 - x}{\cos x - 1} = -3$$

Esercizio 9. Si dia lo sviluppo di Taylor all'ordine 2 centrato in $(x, y) = (0, 0)$ con resto di Peano della funzione di 2 variabili

$$\log(1 + 2x + y) = 2x + y - 2x^2 - 2xy - \frac{y^2}{2} + o(x^2 + y^2)$$

Esercizio 10. Dire quali tra le seguenti serie numeriche risultano convergenti

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-n} n}{\sqrt[n]{n!}} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3 + 2n}{n^4 + 3} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n)!}{n^n} \quad \sum_{n=2}^{\infty} \frac{3^n + 4^n}{2^n + 5^n} \quad (\text{la prima e la quarta})$$