

Nome, Cognome

Matricola

ANALISI MATEMATICA A & B

– PROVA SCRITTA –

15 GIUGNO 2020 - TURNO 2

CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA MECCANICA – A.A. 2019/2020

Libri, appunti e calcolatrici non ammessi

- Lo studente scriva solo la risposta, direttamente su un foglio bianco.

Al termine della prova, dovrà inviarne una foto

all'indirizzo `lorenzo.brasco@unife.it`

- Ogni esercizio vale 3 punti, in caso di risposta corretta

- Il voto massimo totalizzabile con la prova scritta è 25/30

Esercizio 1. Si dica quali tra le seguenti serie numeriche risultano convergenti

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{\log n} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^5 + 6}{5n^3 + n^7} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{(2n)!} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} \right] \quad (\text{seconda, terza e quarta})$$

Esercizio 2. Si calcoli il volume del solido tridimensionale $E = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 \leq 1, 0 \leq z \leq \sqrt{2}/2\}$

$$\text{Vol}(E) = \frac{5}{6\sqrt{2}} \pi$$

Esercizio 3. Si scriva l'equazione del piano tangente al grafico della funzione $f(x) = x^2 - y^2$ nel punto $(1, 1, 0)$

$$z = 2x - 2y$$

Esercizio 4. Si calcoli il momento d'inerzia M del sostegno della curva $\gamma(t) = (\cos t, \sin t)$ con $t \in [0, \pi/4]$, rispetto all'asse delle y

$$M = \frac{\pi + 2}{8}$$

Esercizio 5. Si trovi una primitiva F della funzione $f(x) = \sqrt[3]{1+2x}$

$$F(x) = \frac{3}{8} (1+2x)^{\frac{4}{3}}$$

Esercizio 6. Si calcoli il lavoro del campo vettoriale $\mathbf{F}(x, y, z) = (0, 0, \cos z)$ lungo la curva $\gamma(t) = (\cos t, \sin t, t(2\pi - t))$ con $t \in [0, 2\pi]$

$$L = 0$$

Esercizio 7. Si calcoli il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(1+x+x^2) - x}{\sqrt{1+x^2} - 1} = 1$$

Esercizio 8. Si dia lo sviluppo di Taylor all'ordine 2 centrato in $(x, y) = (0, 0)$ con resto di Peano della funzione di 2 variabili

$$\log(1+x^2+y) = y + x^2 - \frac{y^2}{2} + o(x^2+y^2)$$

Esercizio 9. Si dica quali tra i seguenti sono punti di minimo locale per la funzione $f(x, y) = x^3 + xy - y^3$

$$(0, 1) \quad \left(0, -\frac{1}{3}\right) \quad (0, 0) \quad \left(\frac{1}{3}, -\frac{1}{3}\right) \quad (1, 1) \quad (\text{il quarto})$$

Esercizio 10. Sia $E = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + 4y^2 \leq 1\}$, si calcolino

$$\max_{(x,y) \in E} (x^2 - y^2) = 1 \quad \min_{(x,y) \in E} (x^2 - y^2) = -\frac{1}{4}$$