

Nome, Cognome

Matricola

ANALISI MATEMATICA A & B
– **PROVA SCRITTA** –
21 DICEMBRE 2020 - TURNO 1

CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA MECCANICA – A.A. 2019/2020

Libri, appunti e calcolatrici non ammessi

- *Lo studente scriva solo la risposta, direttamente su un foglio bianco.*
- Al termine della prova, dovrà inviarne una foto all'indirizzo `lorenzo.brasco@unife.it`*
- *Ogni esercizio vale 3 punti, in caso di risposta corretta*
- *Il voto massimo totalizzabile con la prova scritta è 25/30*

Esercizio 1. *Si calcoli il momento d'inerzia del sostegno della curva $\gamma(t) = (\cos t, \sin t, 0)$ con $t \in [0, 2\pi]$ rispetto all'asse z*

$$M = 2\pi$$

Esercizio 2. *Si calcoli il seguente limite*

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x+x^2} - 1 - \sin x}{\sqrt{1+x^2} - 1} = 3$$

Esercizio 3. *Si scriva l'equazione del piano tangente al grafico di $f(x, y) = x^2 + y$ nel punto $(1, 1, 2)$*

$$z = 2x + y - 1$$

Esercizio 4. *Si calcoli la derivata direzionale di $f(x, y) = \arctan(x+y)$ lungo la direzione $\omega = (1/2, \sqrt{3}/2)$ nel punto $(0, 1)$*

$$\frac{\partial f}{\partial \omega}(0, 1) = \frac{1 + \sqrt{3}}{4}$$

Esercizio 5. *Si trovino i punti critici della funzione $f(x, y) = x^4 + \frac{1}{2}y^2 + xy$ e si classifichino*

$$(0, 0) \quad \text{sella}, \quad \left(\pm \frac{1}{2}, \mp \frac{1}{2}\right) \quad \text{minimi locali}$$

Esercizio 6. *Si calcoli il lavoro del campo vettoriale $\mathbf{F}(x, y, z) = (x, y, z)$ lungo il sostegno dell'elica cilindrica $\gamma(t) = (\cos t, \sin t, t)$ con $t \in [0, 2\pi]$*

$$L = 2\pi^2$$

Esercizio 7. *Si calcoli il volume di $C = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 0 \leq z \leq \sqrt{1-x^2-y^2}, x^2 + y^2 \leq 1/4\}$*

$$\text{Vol}(C) = \frac{2\pi}{3} \left[1 - \frac{3\sqrt{3}}{8} \right]$$

Esercizio 8. *Sia $E = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + 4y^2 \leq 1\}$, si calcoli*

$$\min_{(x,y) \in E} (x+y) = -\frac{\sqrt{5}}{2} \quad \max_{(x,y) \in E} (x+y) = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

Esercizio 9. *Si dica per quali valori del parametro α il seguente campo vettoriale è conservativo su \mathbb{R}^2*

$$\mathbf{F}(x, y) = (-\sin(\alpha x) \sin y, \cos(\alpha x) \cos y) \quad \alpha \in \{0, 1\}$$

Esercizio 10. *Si dica quali tra le seguenti serie sono convergenti*

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n+3} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{10^n}{n!} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt[4]{\frac{1}{n}} \sin\left(\frac{1}{n}\right) \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\log n}{n} \quad \text{seconda e terza}$$