

Nome, Cognome

Matricola

ANALISI MATEMATICA A & B
– PROVA SCRITTA –
29 GIUGNO 2020 - TURNO 1

CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA MECCANICA – A.A. 2019/2020

Libri, appunti e calcolatrici non ammessi

- Lo studente scriva solo la risposta, direttamente su un foglio bianco.
- Al termine della prova, dovrà inviarne una foto all'indirizzo `lorenzo.brasco@unife.it`
- Ogni esercizio vale 3 punti, in caso di risposta corretta
- Il voto massimo totalizzabile con la prova scritta è 25/30

Esercizio 1. Si trovi una primitiva F della funzione $f(x) = \log(1 + 2x)$.

$$F(x) = \left(x + \frac{1}{2}\right) \log(1 + 2x) - x$$

Esercizio 2. Dire quali tra le seguenti serie numeriche risultano convergenti

$$\sum_{n=1}^{\infty} [\log(n+1) - \log n] \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^4 + n \log n}{n^5 + 3} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{(3n)!} \quad \sum_{n=2}^{\infty} \frac{2^n + 6^n}{3^n + 5^n} \quad (\text{la terza})$$

Esercizio 3. Si scriva l'equazione del piano tangente al grafico della funzione $f(x) = \sin(xy)$ nel punto $(1, 0, 0)$.

$$z = y$$

Esercizio 4. Si calcoli il volume del solido tridimensionale $E = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 \leq 1, 0 \leq z \leq \sqrt{x^2 + y^2}\}$

$$\text{Vol}(E) = \frac{2}{3} \pi$$

Esercizio 5. Si calcoli la curvatura della curva piana $\gamma(t) = (t, \cos t)$

$$\kappa_{\gamma}(t) = -\frac{\cos t}{(1 + \sin^2 t)^{\frac{3}{2}}}$$

Esercizio 6. Si calcoli il lavoro del campo vettoriale $\mathbf{F}(x, y, z) = (y^2, 2xy, z)$ lungo la curva $\gamma(t) = (\cos t, \sin t, t)$ con $t \in [0, 2\pi]$

$$L = 2\pi^2$$

Esercizio 7. Si trovi un potenziale U del campo vettoriale conservativo $\mathbf{F}(x, y, z) = (3x^2y^2z, 2x^3yz, x^3y^2)$

$$U(x, y, z) = x^3y^2z$$

Esercizio 8. Sia $E = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^4 + y^2 \leq 1\}$, si calcolino

$$\max_{(x,y) \in E} xy = \sqrt[4]{\frac{4}{27}} \quad \min_{(x,y) \in E} xy = -\sqrt[4]{\frac{4}{27}}$$

Esercizio 9. Si calcoli il limite seguente

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(1 + x + x^2) - x}{\sqrt[4]{1 + x^2} + x - e^x} = -2$$

Esercizio 10. Si dia lo sviluppo di Taylor all'ordine 2 centrato in $(x, y) = (1, 0)$ con resto di Peano della funzione di 2 variabili

$$x^2y = y + 2y(x - 1) + o((x - 1)^2 + y^2)$$