

Nome, Cognome .....

Matricola .....

**ANALISI MATEMATICA A & B**

**– PROVA SCRITTA –**

**29 GIUGNO 2020 - TURNO 4**

CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA MECCANICA – A.A. 2019/2020

**Libri, appunti e calcolatrici non ammessi**

- Lo studente scriva solo la risposta, direttamente su un foglio bianco.

Al termine della prova, dovrà inviarne una foto

all'indirizzo `lorenzo.brasco@unife.it`

- Ogni esercizio vale 3 punti, in caso di risposta corretta

- Il voto massimo totalizzabile con la prova scritta è 25/30

**Esercizio 1.** Sia  $E = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^4 + y^4 \leq 1\}$ , si calcolino

$$\max_{(x,y) \in E} x^2 y = \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{1}{\sqrt[4]{3}} \qquad \min_{(x,y) \in E} x^2 y = -\sqrt{\frac{2}{3}} \frac{1}{\sqrt[4]{3}}$$

**Esercizio 2.** Si dica quali tra le seguenti serie convergono

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \qquad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^{2n}}{n!} \qquad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^{2n}}{(2n)!} \qquad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \sin\left(\frac{1}{\sqrt{n}}\right)$$

**Esercizio 3.** Si calcoli la lunghezza della curva  $\gamma(t) = (e^t \cos t, e^t \sin t)$  con  $t \in [0, 1]$

$$\ell(\gamma) = \sqrt{2}(e - 1)$$

**Esercizio 4.** Si calcoli il seguente limite

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n(e^{\frac{1}{n}} - 1) - 1}{\log(n^2 + n + 1) - \log(n^2 + n)} = +\infty$$

**Esercizio 5.** Si calcoli il momento d'inerzia del sostegno della superficie  $\phi(t, s) = (s \cos t, s \sin t, s)$  con  $(t, s) \in [0, 2\pi] \times [0, 1]$  rispetto all'asse delle  $x$

$$M = \frac{3\pi\sqrt{2}}{4}$$

**Esercizio 6.** Si calcoli la derivata direzionale della funzione  $f(x, y) = \cosh(x + y)$  nel punto  $(1, 0)$  lungo la direzione  $\omega = (1/\sqrt{2}, 1/\sqrt{2})$

$$\frac{\partial f}{\partial \omega}(1, 1) = \sqrt{2} \sinh(1)$$

**Esercizio 7.** Si calcoli una primitiva  $F$  della funzione  $f(x) = \sqrt{1 - 2x}$

$$F(x) = -\frac{1}{3}(1 - 2x)^{\frac{3}{2}}$$

**Esercizio 8.** Si dica quali tra i seguenti campi sono conservativi sull'insieme  $E = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 < 1\}$

$$\mathbf{F}(x, y) = (xy, xy) \quad \mathbf{H}(x, y) = \left( \frac{x}{\sqrt{1+x^2+y^2}}, \frac{y}{\sqrt{1+x^2+y^2}} \right) \quad \mathbf{K}(x, y) = \left( -\frac{y}{(x-2)^2+y^2}, \frac{x}{(x-2)^2+y^2} \right) \quad (\text{il secondo})$$

**Esercizio 9.** Si trovino i punti critici della funzione  $f(x, y) = x^3 y - xy^2 + xy$  e si classifichino

$$(0, 0) \quad e \quad (0, 1) \quad \text{selle}$$

**Esercizio 10.** Si calcoli il flusso del campo vettoriale  $\mathbf{F}(x, y, z) = (y^2, y^2 x, x^3)$  attraverso  $\Sigma = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 = 1\}$

$$\Phi_{\mathbf{F}} = 0$$