

Nome, Cognome

Matricola

ANALISI MATEMATICA A & B

– PROVA SCRITTA –

3 AGOSTO 2020 - TURNO 3

CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA MECCANICA – A.A. 2019/2020

Libri, appunti e calcolatrici non ammessi

- Lo studente scriva solo la risposta, direttamente su un foglio bianco.

Al termine della prova, dovrà inviarne una foto

all'indirizzo `lorenzo.brasco@unife.it`

- Ogni esercizio vale 3 punti, in caso di risposta corretta

- Il voto massimo totalizzabile con la prova scritta è 25/30

Esercizio 1. Si dica per quali valori del parametro $\alpha \in \mathbb{N}$ la seguente serie risulta convergente

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n^{\alpha n}}{n!} \quad \alpha = 0$$

Esercizio 2. Si calcoli il flusso del campo vettoriale $\mathbf{F}(x, y, z) = (e^z, yx^2, x^2 + y^2)$ attraverso ∂E , dove $E = \{(x, y, z) : (x-1)^2 + y^2 \leq 1, 0 \leq z \leq 1\}$

$$\Phi_{\mathbf{F}} = (5\pi)/4$$

Esercizio 3. Si calcoli il limite seguente

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - \cos x - \sin x}{\log(1 + x - x^2) - x} = -\frac{2}{3}$$

Esercizio 4. Si trovi una primitiva F della funzione $f(x) = \sqrt{1-x^2}$

$$F(x) = \frac{x\sqrt{1-x^2} + \arcsin x}{2}$$

Esercizio 5. Si dica quali tra i seguenti sono punti di massimo locale per la funzione $f(x, y) = xy - x^4 - y^2$

$$(0, 0) \quad (1, 0) \quad \left(\frac{1}{2\sqrt{2}}, \frac{1}{4\sqrt{2}}\right) \quad \left(\frac{1}{2\sqrt{2}}, -\frac{1}{4\sqrt{2}}\right) \quad \left(-\frac{1}{\sqrt{2}}, 0\right)$$

Esercizio 6. Si calcoli il lavoro del campo vettoriale $\mathbf{F}(x, y) = (y, x)$ lungo il cammino $\gamma(t) = (\cos t, \sin t)$ con $t \in [0, \pi/3]$

$$L = \sqrt{3}/4$$

Esercizio 7. Si dica quali tra i seguenti potenziali generano un campo vettoriale solenoidale sul loro insieme di definizione

$$U(x, y) = \log \sqrt{x^2 + y^2} \quad V(x, y) = \frac{x(x-1) + y^2}{(x-1)^2 + y^2} \quad W(x, y) = 3x^2y + y^3 \text{ primo e secondo}$$

Esercizio 8. Sia $E = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^4 + y^4 = 1\}$, si calcoli

$$\min_{(x,y) \in E} (x-y) = -\sqrt[4]{8} \quad \max_{(x,y) \in E} (x-y) = \sqrt[4]{8}$$

Esercizio 9. Si calcoli il baricentro dell'insieme $E = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \in [0, 1], 0 \leq y \leq x^2\}$

$$\mathbf{b}^E = (3/4, 3/10)$$

Esercizio 10. Si calcoli la derivata direzionale della funzione $f(x, y) = \arccos(x-y)$ nel punto $(1/2, 0)$ lungo la direzione $\omega = (1/2, -\sqrt{3}/2)$

$$\frac{\partial f}{\partial \omega} \left(\frac{1}{2}, 0 \right) = -1 - \frac{1}{\sqrt{3}}$$