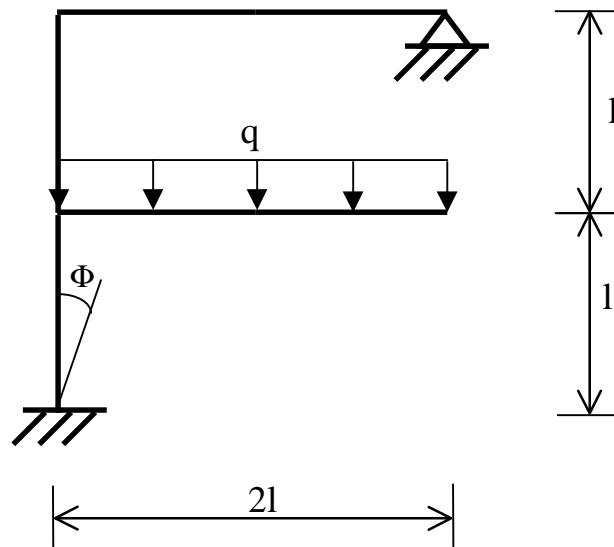


**CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA MECCANICA
UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI FERRARA
PROVA SCRITTA DI STATICA
FERRARA, 07/07/2010**



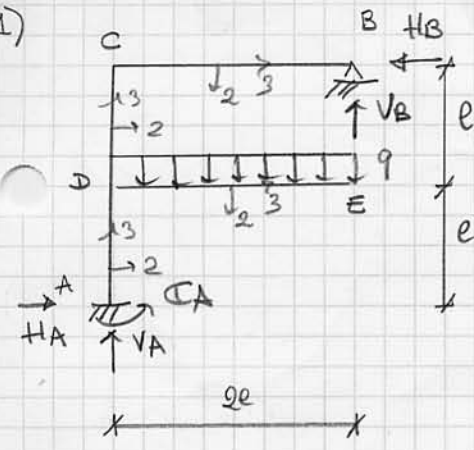
$$l = 1 \text{ m}, q = 20 \text{ kN/m}$$
$$E = 210 \text{ GPa}, \sigma_{\text{AMM}} = 160 \text{ MPa}, \Phi = 4 \cdot 10^{-3}$$

La travatura iperstatica di figura è realizzata con profilati IPE.

1. Utilizzando il metodo delle forze risolvere la travatura in presenza del solo carico q e disegnare i diagrammi delle caratteristiche della sollecitazione (N , T , M).
2. Progettare la travatura.
3. Calcolare lo spostamento verticale dell'estremo libero.
4. Risolvere nuovamente la travatura considerando anche un cedimento angolare nell'incastro pari a Φ .

1)

Eq.mi cardinali della Statica:



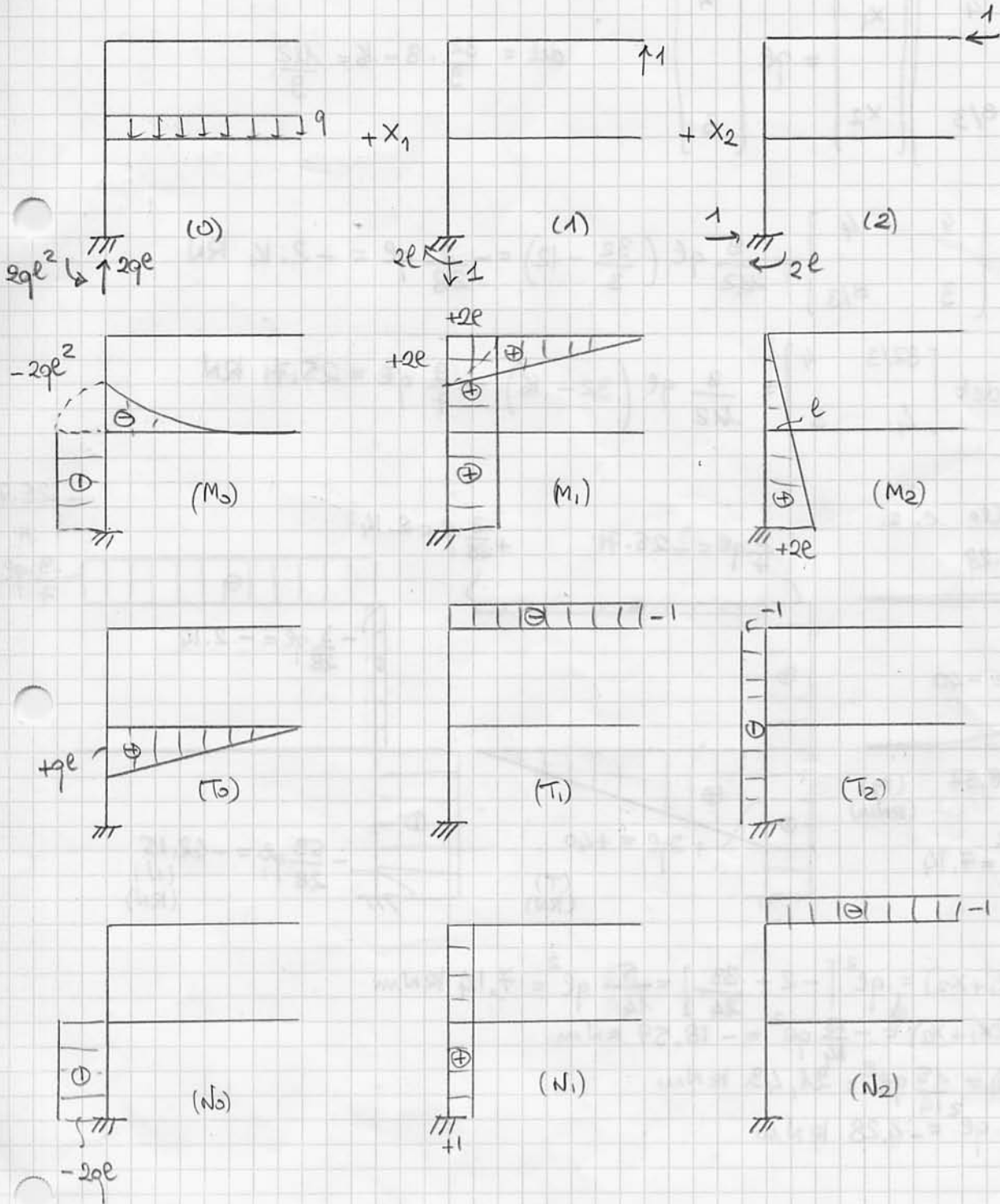
$$(\rightarrow) H_A = H_B$$

$$(\uparrow) V_A + V_B = 2qe$$

$$(A) C_A + V_B 2e + H_B 2e = 2qe^2$$

Trasforma due volte iperstatica.

Incongnite iperstatiche: $X_1 = V_B, X_2 = H_B$.



$$EI_1 y_{10} = +l (-2ql^2)(2l) = -4ql^4$$

$$EI_1 y_{20} = l (-4ql^2) \frac{1}{2} l \cdot 3l = -3ql^4$$

$$EI_1 y_{11} = 2l (ql^2) + \frac{1}{3} 2l (2ql^2) = \frac{4}{3} 2l \cdot 4l^2 = \frac{32}{3} l^3$$

$$EI_1 y_{12} = 2l (ql) \frac{1}{2} 2l = 4l^3$$

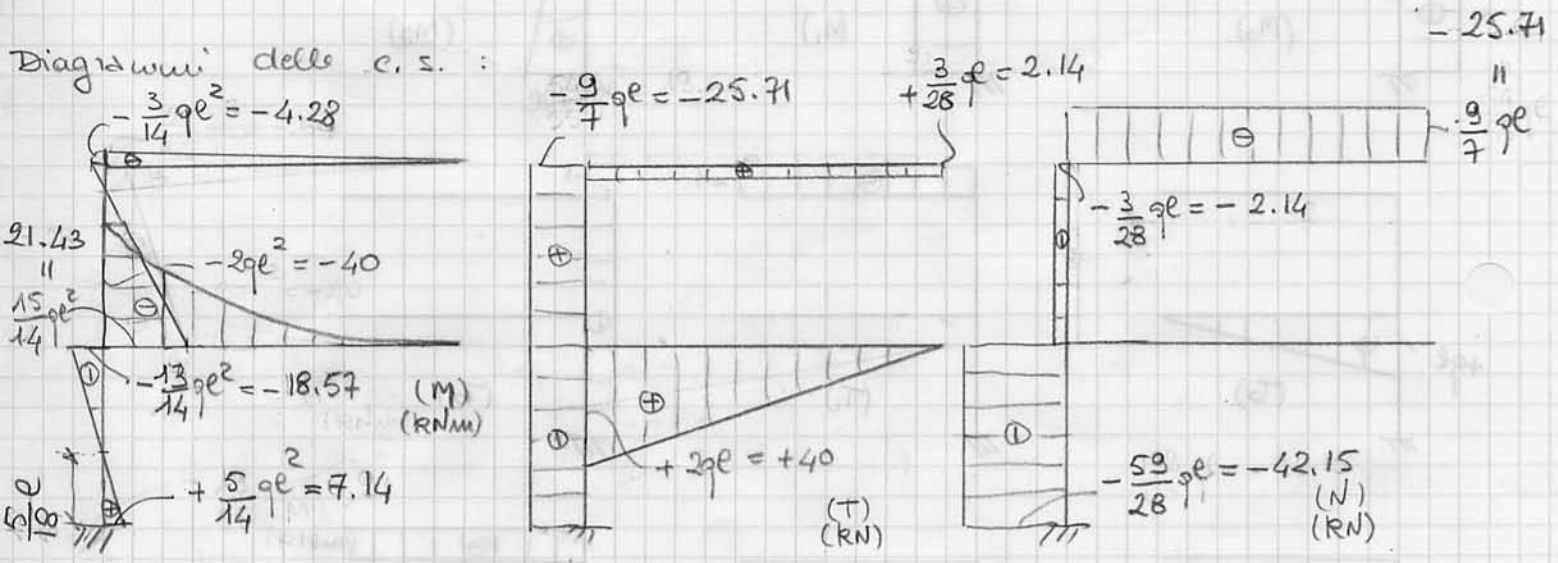
$$EI_1 y_{22} = \frac{1}{3} 2l (2ql^2) = \frac{8}{3} l^3$$

$$\begin{bmatrix} 32/3 & 4 \\ 4 & 8/3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = ql \begin{bmatrix} 4 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$\det = \frac{32}{3} \cdot 8 - 16 = \frac{112}{3}$$

$$\begin{cases} x_1 = \frac{9}{112} ql \det \begin{bmatrix} 4 & 4 \\ 3 & 8/3 \end{bmatrix} = \frac{9}{112} ql \left(\frac{32}{3} - 12 \right) = -\frac{3}{28} ql = -2.14 \text{ kN} \\ x_2 = \frac{9}{112} ql \det \begin{bmatrix} 32/3 & 4 \\ 4 & 3 \end{bmatrix} = \frac{9}{112} ql (32 - 16) = \frac{9}{7} ql = 25.71 \text{ kN} \end{cases}$$

Diagrammi delle c.s.:



$$M_A = -2ql^2 + 2l(x_1 + x_2) = ql^2 \left[-2 + \frac{33}{14} \right] = \frac{5}{14} ql^2 = 7.14 \text{ kNm}$$

$$M_{DA} = -2ql^2 + l(2x_1 + x_2) = -\frac{13}{14} ql^2 = -18.57 \text{ kNm}$$

$$M_{DC} = l(2x_1 + x_2) = \frac{15}{14} ql^2 = 21.43 \text{ kNm}$$

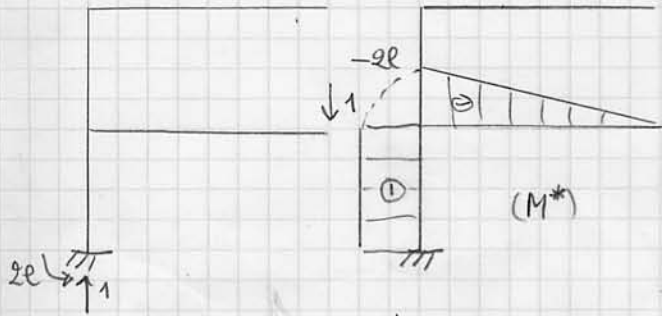
$$M_C = 2l x_1 = -\frac{3}{14} \cdot ql^2 = -4.28 \text{ kNm}$$

2) Dimensionamento : $W_1 \geq \frac{q l^2}{8 \sigma_{adm}} = \frac{40 \cdot 10^3}{160 \cdot 10^6} \cdot 10^8 \text{ cm}^3 = 250 \text{ cm}^3$

IPE 240

$$\begin{cases} W_1 = 324 \text{ cm}^3 \\ I_1 = 3892 \text{ cm}^4 \\ A = 39,12 \text{ cm}^2 \end{cases}$$

3) Spostamento verticale in E



PLV:

$$1 \cdot \delta_E = \frac{1}{EI_1} \left(-\frac{ql^2}{2} \right) \left[\frac{5}{18} l \frac{5}{14} ql^2 - \frac{13}{18} l \frac{13}{14} ql^2 \right]$$

$$+ \frac{1}{8} q (2l)^3 \frac{2l}{EI_1} = \frac{189l^4}{7EI_1}$$

$$= \frac{18 \cdot 20 \cdot 10^3 \cdot 10^2}{7 \cdot 210 \cdot 10^8 \cdot 3892 \cdot 10^8} \text{ cm}$$

$$= 0,63 \text{ cm}$$

$$A \int_0^L \left(\frac{qx^2}{2} \right) \left(\frac{Ax}{L} \right) dx = \frac{qAL^4}{8L}$$

$$= \frac{qAL^3}{8}$$

4) Cedimento angolare:

$$\begin{cases} \gamma_1 = \gamma_{10} + \gamma_{11} X_1 + \gamma_{12} X_2 \\ \gamma_2 = \gamma_{20} + \gamma_{21} X_1 + \gamma_{22} X_2 \end{cases}$$

$$\gamma_{11} = 2l \bar{\alpha} = \gamma_{22}$$

$$\begin{cases} X_1 = -\frac{3}{28} ql - \frac{3}{14} \frac{EI_1 \bar{\alpha}}{l^2} \\ X_2 = \frac{9}{7} ql + \frac{15}{14} \frac{EI_1 \bar{\alpha}}{l^2} \end{cases}$$