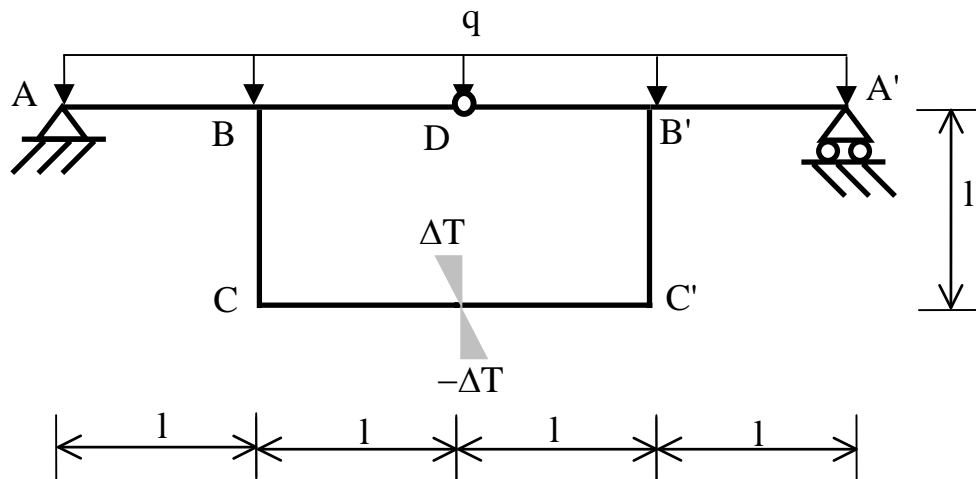


**CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA MECCANICA**  
**UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI FERRARA**  
**PROVA SCRITTA DI STATICA**  
**FERRARA, 15/01/2010**



$$l = 1 \text{ m}, q = 25 \text{ kN/m},$$

$$E = 2.1 \cdot 10^3 \text{ kN/cm}^2, \sigma_{AMM} = 160 \text{ MPa}$$

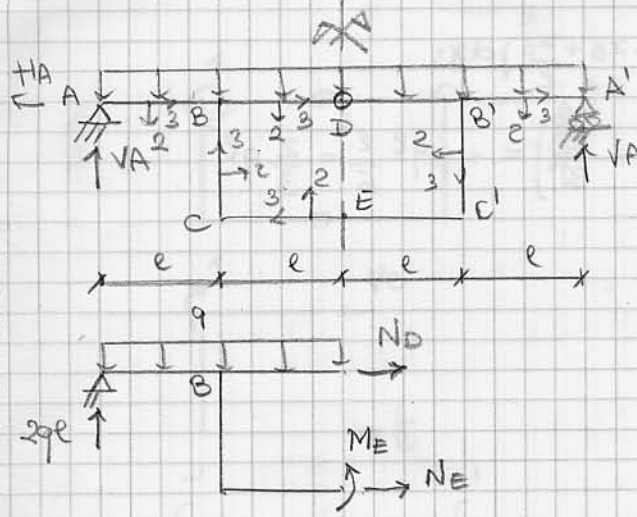
$$\alpha = 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}, \Delta T = 10 \text{ }^\circ\text{C}$$

La travatura iperstatica di figura, simmetrica per geometria e carico, è realizzata con profilati IPE.

1. Utilizzando il metodo delle forze risolvere la travatura in presenza del solo carico  $q$  e disegnare, per l'intera struttura, i diagrammi delle caratteristiche della sollecitazione ( $N$ ,  $T$ ,  $M$ ). In questa fase è possibile trascurare le deformazioni assiali.
2. Progettare la travatura.
3. Calcolare la rotazione del nodo  $B$  (e  $B'$ ).
4. Risolvere nuovamente la travatura considerando anche il carico termico a farfalla nel solo tratto  $CC'$  e disegnare, per l'intera struttura, i nuovi diagrammi delle caratteristiche della sollecitazione ( $N$ ,  $T$ ,  $M$ ) comprensivi sia di  $q$  che del carico termico.

1)

Equazioni cardinali della Statica:



$$\begin{cases} (\rightarrow) H_A = 0 \\ (\uparrow) \sum V_A = 4qe \\ (DT) V_{A2E} - V_{E2A} = 0 \end{cases}$$

Esternamente la struttura è isostatica.  
Per valutare i gradi interni di iperstaticità, tagliamo la struttura lungo l'asse di simmetria:  $T_D = 0, T_E = 0$  perché la struttura è simmetrica e simmetricamente caricata.

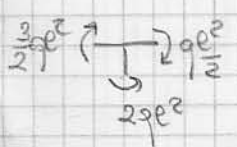
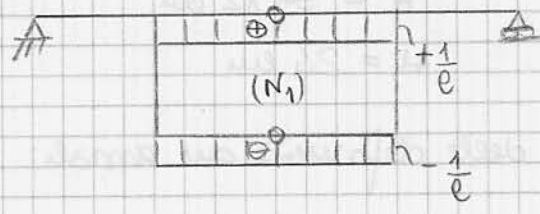
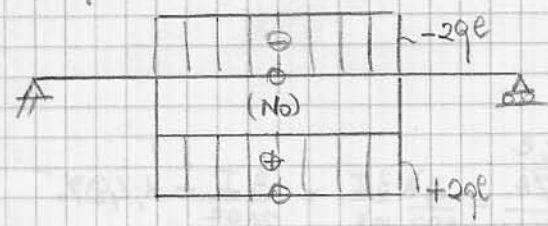
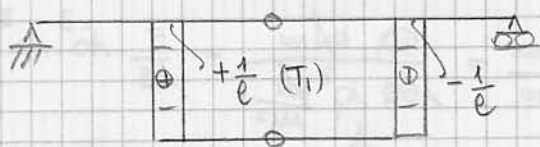
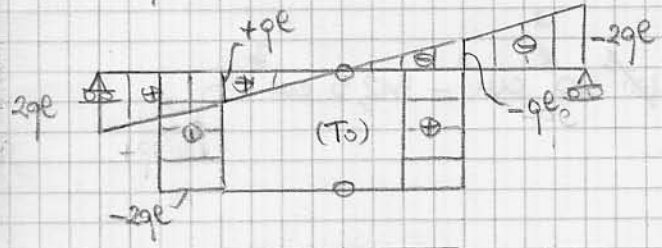
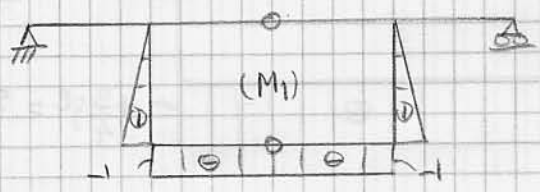
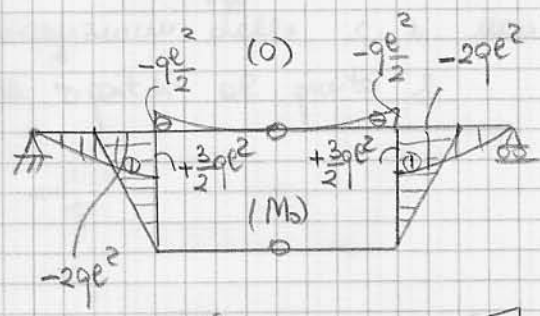
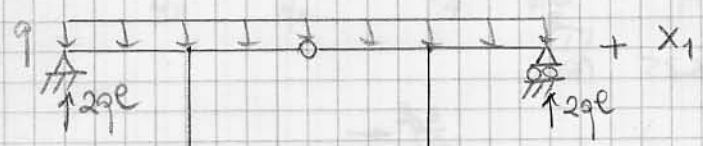
Equilibrio della porzione sinistra di trabeatura:

$$\begin{cases} (\rightarrow) N_D + N_E = 0 \\ (\uparrow) 2qe - 2qe = 0 \\ (BT) M_E + N_E e - 2qe^2 = 0 \end{cases}$$

Incognite:  $N_D, N_E, M_E$ . Equazioni: due.

Internamente la trabeatura è una volta iperstatica

Incognita iperstatica:  $X_1 = M_E$ .



Eq. me di congruenza ( $\Delta\varphi_E = 0$ ):  $0 = \varphi_{10} + \varphi_{11} X_1$

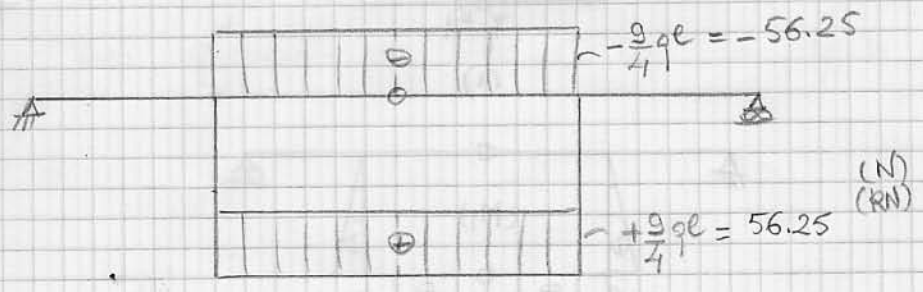
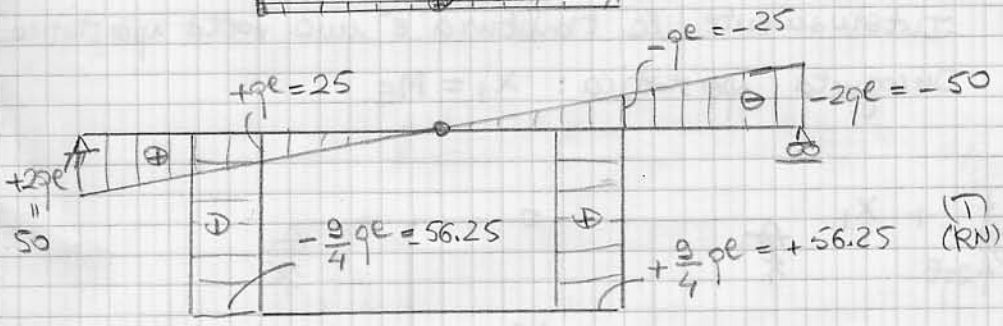
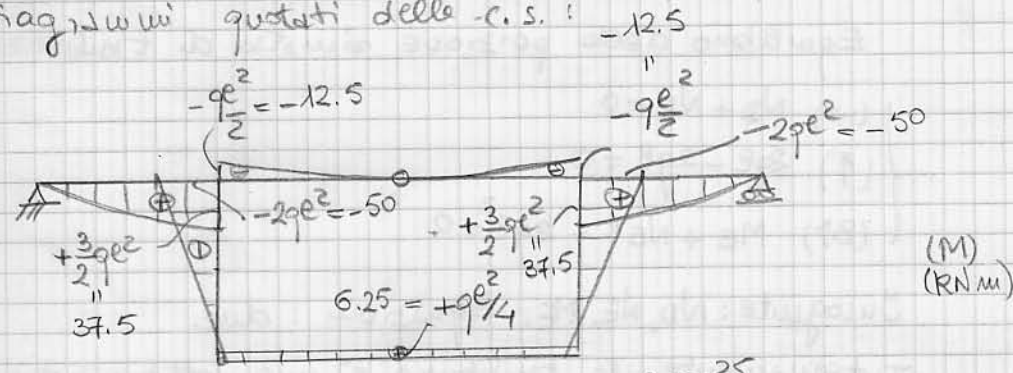
$$\int_0^l (-2qlx_3) \left(-1 + \frac{x_3}{l}\right) dx_3 = -4ql \int_0^l \left(-x_3 + \frac{x_3^2}{l}\right) dx_3$$

$$= -4ql \left[-\frac{l^2}{2} + \frac{l^2}{3}\right] = +4ql \frac{l^2}{6} = \frac{2}{3} ql^3$$

$$\int_0^l \varphi_{11} = ql + 2 \frac{1}{3} l = \frac{8}{3} l$$

$$X_1 = -\frac{\varphi_{10}}{\varphi_{11}} = -\frac{\frac{2}{3} ql^3}{\frac{8}{3} l} = -\frac{ql^2}{4}$$

Diagrammi quotati della c.s.:



$$\frac{9ql}{4} \leftarrow \quad \rightarrow \quad \frac{9ql}{4}$$

2) Progetto.

$$W_1 \geq \frac{M_{max}}{\sigma_{amm}} = \frac{50 \frac{kNm}{m}}{160 \frac{10^3 \frac{RN}{mm^2}}{mm^2}} = \frac{5}{16} 10^3 m^3 = \frac{5}{16} 10^6 cm^3 = 312,5 cm^3$$

- IPE 240  $I_1 = 3892 cm^4$
- $A = 39,12 cm^2$
- $H = 24 cm$

Trascurabilità delle deformazioni ammissibili:  $\frac{\varphi_{11}^N}{\varphi_{11}^M} = \frac{\frac{4l}{e^2/A}}{\frac{8l}{3I}} = \frac{3I}{2Ae^2} = \frac{3I}{2Ae^2} = 1,49\%$

3) Rotazione in B (e B')

$$-\varphi_B = +\varphi_{B'}$$

per simmetria

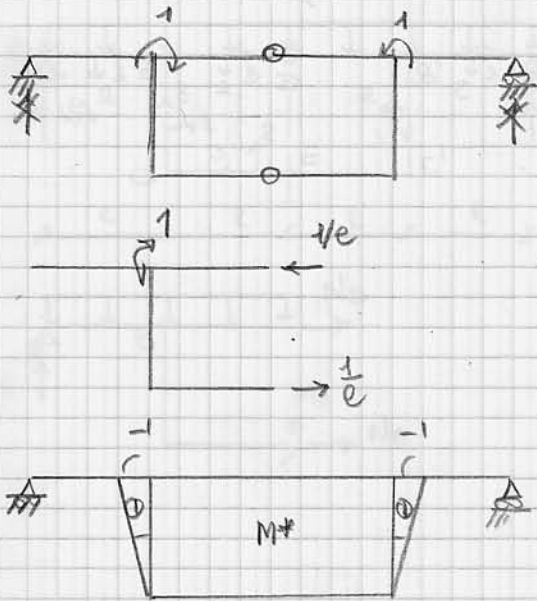
$$L_e = -1 \cdot \varphi_B - 1 \cdot \varphi_{B'} = -1 \cdot \varphi_B + 1 \cdot \varphi_B = 2\varphi_B$$

$$L_i = \frac{1}{EI} \int_0^e (-x_3) \left( q \frac{x_3^2}{2} - \frac{q}{2} q x_3 \right) dx_3$$

$$= \frac{1}{EI} \int_0^e \left( q x_3^2 - l x_3 \right) dx_3 = \frac{q}{2EI} \left[ \frac{q x_3^3}{3} - \frac{l x_3^2}{2} \right]$$

$$= \frac{5 q e^3}{4 EI}$$

$$\rightarrow \varphi_B = \frac{5}{8} \frac{q e^3}{EI} = 1,09^\circ$$



4)  $M_{1E} + M_{10} + M_{11} X_1 = 0$

$$M_{1E} = \int_0^c M_1 x_E = -1 x + 2e = -1 \left( -\frac{2 \alpha \Delta T}{H} \right) 2e = \frac{4 \alpha \Delta T e}{H}$$

$$X_1 = -\frac{M_{10}}{M_{11}} - \frac{M_{1E}}{M_{11}} = -\frac{q e^2}{4} - \frac{3 EI_1}{8 \alpha} \frac{4 \alpha \Delta T}{H} = -\frac{q e^2}{4} - \frac{3 \alpha \Delta T EI_1}{H}$$

$$= -6,25 - 0,51 \text{ kNm}$$

$$= -6,76 \text{ kNm}$$

Il diagramma dello s.d. non differisce in modo significativo da quello riportato al punto 2.